



UNIVERSIDAD DE SEVILLA
Escuela Superior de Ingenieros



Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones

PROYECTO FIN DE CARRERA
Ingeniería de Telecomunicación



Estudio y simulación a través de Matlab del efecto de la no linealidad en sistemas OFDM

TUTOR: Dr. D. Carlos Crespo Cadenas

AUTOR: Juan Manuel Serrano Rubio

Estudio y simulación a través de Matlab del efecto de la no linealidad
en sistemas OFDM

Índice

Capítulo 1: Introducción	6
1.1 Motivación del proyecto	6
1.2 Objetivo y estructura del proyecto	9
Capítulo 2: Introducción a los sistemas OFDM	12
2.1 Introducción	12
2.2 Historia OFDM	13
2.3 Necesidad de OFDM	15
2.4 Conceptos importantes	19
2.4.1 Diferencia Mapeador-Modulador	19
2.4.2 Caracterización de un canal wireless	21
2.4.3 Concepto canal fading	23
2.4.4 Concepto de multiportadora	24
2.4.5 Diferencia concepto FDM y OFDM	26
2.5 Definición OFDM	27
2.6 Modelo general de sistema OFDM	30
2.6.1 Modelo en tiempo continuo	33
2.6.2 Modelo en tiempo discreto	40
2.6.3 Imperfecciones respecto al modelo ideal	43
2.7 Propiedades y características de OFDM	44
2.7.1 Importancia de la ortogonalidad	45

2.7.2 Efecto del desvanecimiento.....	46
2.7.3 Retraso expandido y uso del prefijo cíclico	49
2.7.4 Número óptimo de portadoras y del intervalo de guarda....	54
2.7.5 Espectro de una señal OFDM	55
2.7.6 PAPR (Peak to Average Power Ratio).....	57
2.7.7 Parámetros de una señal real de OFDM.....	58
2.8 Problemas OFDM.....	58
2.8.1 Sincronización de símbolo	59
2.8.1.1 Estimadores de tiempo.....	60
2.8.2 Ruido de fase de portadora.....	62
2.8.3 Sincronización de la frecuencia de muestreo.....	62
2.8.4 Sincronización frecuencia de subportadora	63
2.8.4.1 Estimadores de frecuencia	64
2.8.5 Problema de la amplitud.....	65
2.8.6 Potencia fuera de banda	66
2.8.7 Problema del multitrayecto	67
2.9 Aplicaciones OFDM.....	69
Capítulo 3: Estudio no linealidad en sistema OFDM	71
3.1 Introducción.....	71
3.2 Estudio general de las no linealidades.....	73
3.2.1 Modelado del canal con y sin memoria	73
3.2.1.1 Representación en banda base	75
3.2.1.2 El caso cuasi-sin memoria	77
3.2.1.3 El caso sin memoria.....	78
3.2.1.4 Algunos casos especiales.....	79
3.2.1.4.1 Sistemas de Kernel Diagonal	79
3.2.1.4.2 Sistema de Hammerstein.....	80
3.2.1.4.3 Sistema de Kernel Separable.....	81

3.2.1.4.4 Sistema Wiener	81
3.2.1.5 Conclusión	82
3.2.2 Modelos de Saleh para sistemas No Lineales	83
3.2.2.1 Modelo Amplitud-Fase.....	83
3.2.2.2 Modelo de Cuadratura	84
3.2.2.3 Modelo en cuadratura dependiente de la frecuencia	86
3.2.3 Efecto de las no linealidades de un PA	88
3.2.3.1 Distorsión de la constelación (warping)	89
3.2.3.2 Regeneración del espectro (spectral regrowth)	89
3.2.3.3 Reducción de la eficiencia de la batería	92
3.2.4 Efecto de memoria	92
3.2.4.1 Medidas de dos tonos.....	95
3.2.5 Input Back-Off y Output Back-Off.....	97
3.3 No linealidad en OFDM	98
3.3.1 Formulación del problema	99
3.3.2 Caracterización de la variable de decisión.....	101
3.3.3 Evaluación de la probabilidad de error	108
Capítulo 4: Simulaciones en Matlab.....	110
4.1 Introducción.....	110
4.2 Características de las simulaciones	111
4.3 Simulación OFDM lineal.....	112
4.4 Simulación OFDM no lineal.....	119
4.5 Conclusiones de la simulación	140
Capítulo 5: Conclusiones y líneas futuras de trabajo	142
5.1 Introducción.....	142
5.2 Conclusiones.....	142
5.3 Líneas futuras de trabajo.....	143

Anexo I: Códigos	144
Bibliografía.....	150

Capítulo 1: Introducción

1.1 Motivación del proyecto

Solo hay que echar un vistazo a la historia para ver lo importante que ha sido siempre la información y el poder transmitir ésta lo más rápido posible y de la manera más segura. Desde siempre el hombre ha intentado hallar nuevas formas de hacer llegar la información lo más rápido posible a los destinatarios, corriendo el menor riesgo posible de que esa información se pierda.

En la historia ha habido hitos muy importante donde descubrimientos muy significativos han producido una evolución enorme en lo referente a la transmisión de la información se refiere, produciendo a su vez incluso una evolución muy importante en lo referente a la historia. Solo hay que pensar un poco para darse cuenta como descubrimientos como la escritura, la imprenta, la transmisión de señales electromagnéticas a través de cables y radio, han producido un salto muy importante en lo que se refiere a la evolución de la sociedad.

Aunque en su tiempo esos hitos a los que nos hemos referido antes fueron muy importantes y revolucionarios, los cambios que hemos sufrido en nuestra vida cotidiana y la rapidez con que se han producido estos cambios influenciados por la evolución de las telecomunicaciones, no tienen ni punto de comparación con ninguna época de la historia, llegando a conocerse la sociedad en la que vivimos como la “sociedad de la información”.

No hay más que echar unos 10 o 15 años la vista atrás para darse cuenta de todos los cambios que se vienen produciendo en la forma de desarrollar nuestras actividades diarias. Rápidamente se han ido introduciendo en nuestra vida cotidiana nuevos sistemas que nos ofrecen una gran cantidad de información a nuestra disposición, una cantidad innumerable de servicios y un gran abanico de opciones para estar siempre en contacto no sólo con nuestro entorno local más cercano, sino con cualquier parte del mundo.

Entre estos sistemas podríamos nombrar Internet, conocido como la “red de redes de la información”, que ha modificado por completo nuestra forma de buscar información, de comunicarnos (por ejemplo la revolución del correo electrónico más utilizado hoy en día que el correo ordinario), el comercio tradicional incluso convirtiéndose en una herramienta de trabajo para muchas personas. No hace apenas unos 20 años atrás, Internet no era más que un proyecto del cual no mucha gente había oído hablar de él, poco a poco fue introduciéndose con unas conexiones analógicas que por aquel entonces parecían algo revolucionarias y que tampoco estaban al alcance de cualquiera, pero hoy día las velocidades de transmisión con las que contamos y de las que se hablan en un futuro a corto plazo hacen irrisorias esas conexiones que hasta no hace mucho se utilizaban. Otro caso claro de estos cambios es la telefonía móvil, en sus principios con unos enormes terminales analógicos que apenas ofrecían un servicio de calidad decente, con una pequeñísima cobertura, y quien iba a pensar que hoy día prácticamente el número de teléfonos móviles haya superado al número de teléfonos fijos, las dimensiones tan pequeñas de estos terminales con una gran cantidad de servicios que ofrecen y una cobertura prácticamente mundial. El móvil se ha convertido en un elemento indispensable en nuestra vida cotidiana, además no ofrece solo el servicio de hablar con cualquier persona en cualquier sitio, sino que cada vez se trata de incorporar nuevos servicios a estos terminales, como por ejemplo GPS, Internet,

videoconferencias, etc. que hacen cada vez sea un elementos menos indispensable en la vida cotidiana y muchas de nuestras acciones diarias giren sobre ellos. Por último quería comentar otros de los grandes ejemplos que han revolucionado la sociedad de hoy en día en tan poco tiempo, y es que cada vez se busca más el poder acceder a cualquier información sin tener límite de movilidad, que mejor ejemplo de esto son las redes inalámbricas Wi-Fi cada vez más extendidas no solo en empresas y lugares importantes sino para la conexión de multitud de equipos compartiendo una red en la propia casa. Se podrían nombrar muchos más ejemplos como la televisión digital terrestre, la televisión digital por satélite, radio digital que han hecho de ésta la sociedad de la información, además que son ejemplo que no son solo de ámbito empresarial sino que son conceptos también de ámbito domésticos integrados hoy día en cualquier hogar.

Cuando uno se para a pensar, intenta reflexionar un poco como se han producido todos estos nuevos sistemas. Todos estos sistemas son posibles debido al logro de poder aumentar la tasa de transferencia de información. Pero ésta no es una cuestión simple, ya que la complejidad de estos sistemas hace que el aumentar la tasa de transferencia conlleve un estudio muy profundo, además como hemos visto antes estos sistemas son hoy día de ámbito doméstico, con lo cual esa solución compleja no puede llevar a un aumento considerable en el precio final del producto.

Una de las cuestiones más importante a la hora de aumentar esas tasas de transferencia es la forma en la que se transmite esa información. Viendo los ejemplos anteriores que hemos nombrados, se puede observar que en casi todos los ejemplos los canales por donde se transmite la información son muy desfavorable para la misma, lo que complica mucho más el desarrollo de los mismos. Pero todos estos sistemas tienen una misma solución para este problema, el punto en común de todos es que utilizan como forma de transmisión el sistema OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing).

El segundo problema a considerar, como hemos comentado antes, es que estos tipos de sistemas tienen que ser de ámbito doméstico, lo que conlleva que el producto final no tenga un precio elevado. Al tener estos sistemas una tasa tan elevada de transferencia, se trabaja con en unas situaciones de ancho de banda y potencias complejas que es complicado hacer frente con elementos que cumplan con las

características que sean baratos. Una de las piezas claves en lo relativo a la potencia y el ancho de banda de estos sistemas son los amplificadores que los componen, el problema más importante de estos amplificadores es que incorporan un efecto no deseable, este efecto es que los amplificadores reales son no lineales. Normalmente para abaratar costes se debe emplear amplificadores de peor calidad lo que conlleva un aumento en las características de potencia y no linealidad de los amplificadores.

En resumen hay dos conceptos muy importantes para llegar a las tasas de transmisión que hoy en día se necesitan para los sistemas que actualmente han producido un cambio radical en la forma de realizar nuestras acciones cotidianas. Estos dos conceptos son el sistema de transmisión OFDM y las no linealidades a las que se enfrentan estos sistemas. Además hay que comentar que OFDM no solo se utiliza en sistemas actuales sino que está sirviendo como base para el desarrollo de nuevos sistemas como es la cuarta generación de móviles. De ahí el interés por desarrollar un proyecto donde se estudie en profundidad este sistema de transmisión y como es afectado por la no linealidades que se producen en estos sistemas, realizando simulación con las cuales se pueda obtener una idea de hasta que punto puede ser aceptada la no linealidades en un sistema sin que ello conlleva una perdida considerable en la calidad de la transmisión.

1.2 Objetivo y estructura del proyecto

En el presente proyecto se expone el estudio del efecto de la no linealidad en sistemas OFDM. Para ello, se realiza a través de simulaciones en Matlab, un estudio comparativo de sistemas OFDM sin no linealidad y sistemas OFDM con no linealidad, para varios tipos de modulaciones y distintos tipos de modelos de amplificadores no lineales. A continuación se expone la estructura del presente proyecto.

- En el Capítulo 2 del proyecto se realiza un estudio en profundidad de los sistemas OFDM. Se trata de adquirir conocimientos en profundidad del sistema en el que se basa el estudio, presentar las características más importantes, los tipos de sistemas OFDM, las principales ventajas y los principales inconvenientes y presentar un poco las formas de ondas con las que trabaja dicho sistema. Además se comenta los sistemas y estándares donde está

presente la modulación OFDM. Con esto se pretende adquirir conciencia de lo que es un sistema OFDM, de la importancia que hoy día tienen estos sistemas y las posibilidades que tienen en el futuro.

- El Capítulo 3 está dedicado al estudio de las no linealidades. Este capítulo es de vital importancia ya que se verá a que es debido que en los sistemas aparezcan no linealidades. Se expone también como se aborda el estudio de sistemas no lineales, además el estudio se centrará en el tema principal del proyecto ya que a la hora de realizar las simulaciones habrá que utilizar modelos que simulen el comportamiento de las no linealidades. Por tanto, en este apartado se estudiarán los parámetros que intervienen en los modelos de no linealidad y las características de estos modelos para luego poder implementarlas en las simulaciones. Este capítulo lo podemos tomar como base para una primera idea de la influencia de la no linealidad en los sistemas OFDM.
- El Capítulo 4 es el núcleo del presente Proyecto Fin de Carrera. Para ver el efecto de la no linealidad en los sistemas OFDM primero se lleva a cabo diferentes simulaciones de un sistema OFDM sin no linealidad variando diferentes parámetros y para diferentes tipos de modulaciones. También se explicará las funciones implementadas en Matlab para dichas simulaciones, así como se muestran diferentes gráficas que ayudan a comprender las características del sistema OFDM, como puede ser las constelaciones enviadas y recibidas, o gráficas de la probabilidad de error del sistema. Seguidamente se pasará a la parte de simulación de la no linealidad, donde se comentará las funciones que se utilizan para simular las no linealidades. Además se exponen diferentes modelos y parámetros de los mismos que se utilizan para simular la no linealidad. Como en el caso anterior se realizan gráficas interesantes para el estudio variando, no solo los parámetros del sistema sino los parámetros de los modelos de los diferentes tipos de amplificadores no lineales utilizados para la simulación. Por último se expone la influencia que tiene la no linealidad comparando las simulaciones obtenidas para sistemas sin no linealidad y sistemas con no linealidad, obteniendo las conclusiones sobre el estudio realizado.
- Para concluir, en el Capítulo 5 además de las conclusiones que hemos obtenido realizando este Proyecto Fin de Carrera, se comenta futuras líneas de investigación y trabajos que se pueden realizar a partir del mismo.

Para concluir con esta introducción hacer referencia a las características del proyecto, ya que como se puede observar es un proyecto puramente teórico cercano al campo de la investigación y desarrollo, con el cual se pretende obtener resultados para poder ser usados en proyectos de carácter más prácticos, y que esta totalmente alejado del concepto Proyecto Fin de Carrera de ámbito empresarial.

Capítulo 2: Introducción a los sistemas OFDM

2.1 Introducción

Como se comentó anteriormente, este capítulo pretende ser una guía introductoria a todo lo relacionado sobre la Multiplexación por División en Frecuencia Ortogonales OFDM. No solo se intenta que el lector aprenda sobre las características analíticas de los sistemas OFDM, sino que también se pretende que se obtengan unos conocimientos sobre la evolución histórica que ha tenido, las normas y sistemas actuales que hacen uso de dicha modulación y los sistemas futuros de próxima implantación que hacen uso también de OFDM para la transmisión de la información.

Con esto se pretende que el lector obtenga una panorámica amplia sobre OFDM, por ello se ha dividido este capítulo en varias partes para poder obtener unos objetivos sobre los conocimientos que se desean exponer sobre OFDM. Los temas en los que se ha dividido este capítulo y los objetivos de cada uno son:

- Historia de OFDM: Se pretende que el lector puede obtener una visión de la rápida evolución de los sistemas OFDM y del porqué dicha modulación se fue introduciendo en los sistemas de comunicación para solucionar problemas que se iban produciendo a medida que evolucionaban las telecomunicaciones.
- Conceptos previos: Vamos a aclarar una serie de conceptos que tienen que quedar claros antes de realizar el estudio de los sistemas OFDM.
- Modelo OFDM: En esta sección se expone analíticamente los diferentes modelos de los sistemas OFDM. Se intenta realizar un estudio en profundidad de las formas de ondas, tanto en el tiempo como en frecuencia, que intervienen en un sistema.
- Características de los sistemas OFDM: Una vez conocido el funcionamiento de estos sistemas se abordará el estudio de sus principales ventajas e inconvenientes para comprender un poco más la utilidad de estos sistemas.
- Aplicaciones de los sistemas OFDM: Esta sección intenta mostrar la importancia actual de la modulación OFDM para ello se comenta un poco los sistemas de comunicaciones actuales donde se emplea dicha modulación.

2.2 Historia OFDM

Podemos situarnos a comienzo de siglos con el uso del telégrafo. Este tipo de sistemas transmitía señales a través de un canal de ancho de banda relativamente grande, utilizando una frecuencia de portadora distinta para cada señal. Las portadoras estaban separadas por cierta banda de guarda para evitar solapamientos. Esto hacía que la eficiencia espectral fuera muy deficiente.

Para resolver este problema de la eficiencia espectral en la transmisión multitono, la primera solución que se adoptó fue el sistema Kineplex. Este sistema fue desarrollado por Collins Radio Co. para la transmisión de datos a través de un canal de radio HF sometido un gran desvanecimiento multitrayecto. En este sistema, cada uno de los veinte tonos se modulaba con una diferencial 4-PSK sin filtro. Sin embargo, ya de forma análoga a OFDM moderno, los tonos se espaciaban a intervalos de frecuencias casi iguales a la tasa de la señal siendo así más fácil la separación en el receptor.

A mediados de los años 60, Chang publica su artículo sobre la síntesis de señales limitadas en banda para transmisión multicanal. En él, Chang presenta una serie de principios para la transmisión simultánea de mensajes a través de un canal lineal limitado en banda, evitando por primera vez la Interferencia entre Símbolos (ISI) y la Interferencia entre Canales (ICI). Poco después de que Chang publicara su artículo, Saltzberg realizó un estudio de estos sistemas, concluyendo que para diseñar un sistema eficiente de transmisión paralelo se debe centrar más el diseño en reducir el crosstalk (parte de señal que se introduce en un canal que no es el suyo) entre canales adyacentes que en el perfeccionamiento individual de cada uno de los canales, ya que la distorsión debida a crosstalk tiende a ser dominante. Ésta es una importante conclusión que se comprobó como cierta con el procesamiento digital en banda base unos años después.

Una mayor contribución a OFDM fue realizada en 1971 por Weinstein y Ebert, quienes propusieron el uso de la Transformada Discreta de Fourier (DFT) para realizar la modulación y demodulación en banda base. Su trabajo no se enfocó a perfeccionar cada canal de manera independiente sino a un procesamiento eficiente y eliminar los desajustes propios de un banco de osciladores (en ese momento los bancos de osciladores eran necesarios en el transmisor y el receptor, un oscilador para cada uno de los subcanales, apareciendo serios problemas de sincronización y sintonización en los sistemas). Para combatir la ISI y la ICI, ellos usaron tanto un intervalo de guarda entre símbolos como un enventanado de tipo coseno alzado en el dominio del tiempo. Esta solución no conseguía una ortogonalidad perfecta entre subportadoras entre subcanales pero era ya una mejora considerable para la época y la mayor contribución aportada a OFDM hasta hoy día.

Otro gran avance fue el introducido por Peled y Ruiz en 1980, quienes introdujeron el prefijo cíclico (CP) o extensión cíclica, que resolvían los problemas que se producían en la ortogonalidad de las señales. En vez de utilizar un periodo de guarda vacío, ellos propusieron transmitir en ese espacio una extensión cíclica del símbolo OFDM. Esto, efectivamente, simula un canal que realiza una convolución cíclica, lo que implica ortogonalidad sobre canales dispersivos cuando el CP es mayor que la respuesta impulsiva del canal. Sin embargo, esto introduce una pérdida de energía proporcional a la longitud del CP, pero que queda justificada por la nula ICI.

En un principio los sistemas OFDM se diseñaron y se diseñan para pulsos rectangulares, aunque recientemente ha aumentado el interés por otros tipos de pulsos, pulse shaping. Esto permite elegir un poco la forma del pulso de tal forma que se obtengan mejores resultados desde el punto de vista de las interferencias.

2.3 Necesidad de OFDM

Desde el punto de vista de la tecnología, la principal característica que define lo que se espera de las comunicaciones móviles futuras es el incremento en la velocidad de transmisión. Teniendo en cuenta que no va a ser posible aumentar la potencia de emisión por encima de los valores actuales, y que será difícil aumentar de forma significativa el número de emplazamientos para estaciones base, con respecto a los existentes y planificados para UMTS, el aumento de la capacidad radio requiere al menos dos nuevas actuaciones, como son:

1. La mejora de la interfaz radio a nivel de enlace.

Es decir, hay que desarrollar nuevos sistemas de modulación, detección, y antenas que permitan transmitir y recibir regímenes binarios más altos que en la actualidad, con eficiencias mejores.

2. El empleo de nuevas topologías de red radio.

Mediante el uso de repetidores y reencaminadores, de forma que desde un único emplazamiento se pueda llevar la señal radio, bien por fibra o bien por radioenlace, a pequeños puntos de acceso de baja potencia distribuidos en las zonas objetivo de cobertura a nivel microcelular o picocelular.

Una de las características fundamentales de las comunicaciones radio en enlaces terrestres es el de la propagación multitrayecto. Este tipo de propagación consiste en que entre el transmisor y receptor existe más de un camino de propagación, ya que la señal radio que se propaga no es un rayo estrecho que va directamente de la antena transmisora a la receptora, sino un frente de onda amplio que se va difractando y

reflejando a medida que encuentra obstáculos en su camino, como edificios altos o irregularidades del terreno.

El estudio y modelado del fenómeno de la propagación multitrayecto se puede resumir diciendo que al receptor llegan varias réplicas de la misma señal, con diferentes retardos entre ellas. Las primeras, tres o cuatro (dependiendo del entorno), pueden contener valores significativos de energía, mientras que las restantes suelen llegar muy atenuadas y se pueden despreciar. Se plantean dos escenarios posibles en función del valor máximo del retardo diferencial entre las réplicas significativas (requiriendo cada escenario un receptor diferente), los cuales tienen lugar cuando:

1. El retardo diferencial máximo no supera en dos o tres veces el periodo de símbolo de modulación, que es el caso que se plantea en GSM. Con una velocidad de modulación de 270,83 kbit/s y un periodo de símbolo de 3,7 μ s, el retardo entre los diferentes trayectos no suele ser superior a 10 μ s. Por cada símbolo transmitido, la señal temporal que se obtiene a la salida del demodulador del receptor es un pulso muy distorsionado, que interfiere de forma significativa a los pulsos adyacentes. Para devolver el pulso a su forma original en el receptor se requiere un ecualizador, tanto más complejo cuanto mayor sea el cociente entre el retardo diferencial máximo y la anchura de símbolo. En GSM el ecualizador es un filtro FIR de siete coeficientes que se suele implementar mediante un algoritmo de Viterbi.

2. El retardo diferencial es mucho mayor que el periodo de símbolo. En este caso, a la salida del demodulador lo que se obtiene no es un pulso, sino varios pulsos independientes, cada uno de ellos correspondiente a una réplica. Se puede considerar que la señal transmitida se ha “roto” en varias réplicas iguales, las cuales se encuentran bien separadas entre ellas. Este es el caso que se plantea en UMTS, donde el periodo de chip es 0,26 μ s, y los retardos diferenciales son de varios microsegundos. Para reconstruir la señal lo que se emplea es un receptor conocido como de tipo Rake, que alinea en el tiempo las diferentes réplicas y las suma en fase.

A medida que se aumenta el ancho de banda de transmisión el periodo de símbolo disminuye, y llega un momento en que la complejidad del receptor Rake se vuelve excesiva, siendo más ventajoso desde un punto de vista de implementación utilizar otro

sistema de modulación, la multiplexación por división ortogonal en frecuencia, OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing). Este sistema de modulación consiste en enviar la información no sobre una única portadora, sino sobre un múltiplex de muchas portadoras “adecuadamente espaciadas” en frecuencia, repartiendo la información entre todas ellas, de forma que aunque la velocidad de modulación del conjunto sea muy elevada, la de cada portadora individual es pequeña, simplificando el problema de propagación multitrayecto.

Lo que diferencia al OFDM de otros procedimientos de multiplexación en frecuencia es la ortogonalidad, pues el “espaciamiento adecuado” entre portadoras es un espaciamiento óptimo. Este espaciamiento consiste en que la separación espectral entre portadoras consecutivas es siempre la misma e igual al inverso del periodo de símbolo, de forma que la señal OFDM se puede expresar, en notación compleja, como:

$$s(t) = \sum_{i=-N/2}^{N/2-1} d_i \exp \left[j2\pi \left(f_c + \frac{i}{T} \right) t \right] \quad (2.1)$$

donde:

- f_c es la frecuencia central.
- T es el periodo de símbolo.
- d_i es el símbolo que lleva la información
- $s(t)$ es la señal OFDM en el tiempo.

En la Figura 2.1 se muestra una representación de tres portadoras ortogonales. Viendo una señal OFDM en el tiempo se aprecia que en el periodo de la portadora más baja caben varios periodos de las otras portadoras, alineadas todas en fase, mientras que en la representación espectral el máximo de cada portadora coincide con un nulo de las demás.

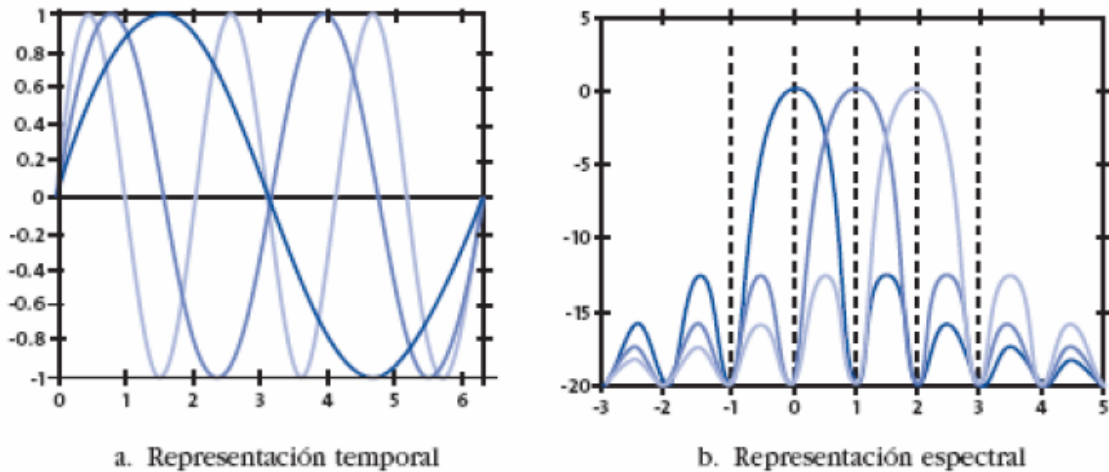


Figura 2.1: Señal OFDM

En principio, podría parecer que modular y demodular una señal OFDM requeriría tantas cadenas transmisoras y receptoras como portadoras tuviese el múltiplex. Si esto fuese así, el sistema sería inviable, pues un múltiplex de decenas o centenares de portadoras implicaría equipos terminales con decenas o centenares de cadenas transceptoras. Afortunadamente, sólo se requiere una cadena en cada sentido de transmisión, que modula o demodula todas las portadoras a la vez. Si se examina la ecuación anterior, se comprueba que una señal OFDM es la transformada inversa de Fourier de los coeficientes d_i , y, en consecuencia, los coeficientes son la transformada directa de $s(t)$. Por consiguiente, la acción de modular y demodular todas las portadoras a la vez de una señal OFDM consiste básicamente en aplicar los algoritmos de la transformada rápida de Fourier, muy conocidos y fáciles de implementar en los procesadores digitales.

Debido al problema técnico que supone la generación y la detección en tiempo continuo de los cientos, o incluso miles, de portadoras equiespaciadas que forman una modulación OFDM, los procesos de modulación y demodulación se realizan en tiempo discreto mediante la IDFT y la DFT respectivamente.

La modulación OFDM es muy robusta frente al multitrayecto, que es muy habitual en los canales de radiodifusión, frente al desvanecimiento debido a las condiciones meteorológicas y frente a las interferencias de RF.

Debido a las características de esta modulación, las distintas señales con distintos retardos y amplitudes que llegan al receptor contribuyen positivamente a la recepción, por lo que existe la posibilidad de crear redes de radiodifusión de frecuencia única sin que existan problemas de interferencia.

La ortogonalidad proporciona otra ventaja añadida: un mecanismo para eliminar, o reducir tanto como se quiera, el problema de la interferencia por propagación multitrayecto. Este mecanismo consiste en ampliar la duración correspondiente al periodo símbolo mediante un tiempo de guarda superior al máximo retardo diferencial entre los trayectos significativos. Durante la ampliación temporal se repite, o amplía, parte del propio símbolo, por lo cual se conoce a la ampliación como extensión cíclica. La justificación de por qué esta extensión elimina el problema de la propagación multitrayecto, la veremos en apartados posteriores.

En lo que se refiere a la modulación de las portadoras, el símbolo d_i en un múltiplex OFDM en cada portadora se modula con una información diferente, aunque, por facilidad de implementación, el sistema de modulación suele ser el mismo para todas ellas, como QPSK o n2-QAM. Además, se suelen reservar algunas portadoras para transmitir información de sincronismo y ecualización espectral, o bien para establecer canales de servicio.

2.4 Conceptos importantes

A continuación se exponen una serie de conceptos que son de mucha utilidad a la hora de comprender el funcionamiento y las características de los sistemas OFDM.

2.4.1 Diferencia Mapeador-Modulador

Un sistema de comunicación digital básico está formado por lo que, normalmente, venimos llamando un modulador, canal y demodulador como muestra la Figura 2.2.

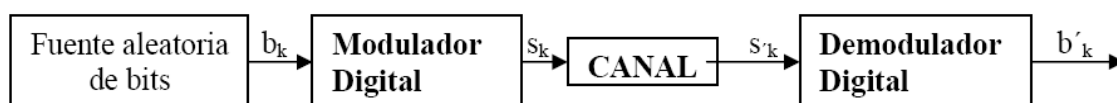


Figura 2.2: Sistema de comunicación digital básico

Sin embargo, la tarea realizada realmente por este “modulador” es mapear los bits de entrada al mismo como muestra la Figura 2.3., convirtiéndolos en símbolos de datos. No se está realmente utilizando varias frecuencias portadoras (únicamente f_p que será la frecuencia que lleve el espectro de la señal a radiofrecuencias). Luego resulta más adecuado llamar a éste bloque “mapeador” o “codificador”.

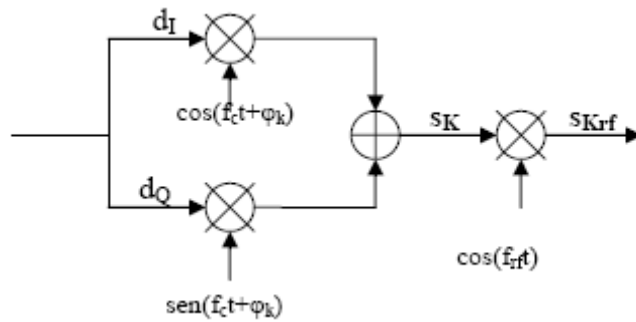


Figura 2.3: Mapeador del sistema básico

Luego el sistema de comunicación digital básico más correctamente sería el siguiente:

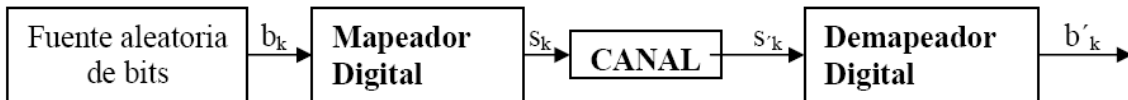


Figura 2.4: Sistema de comunicación básico

De esta forma, evitamos confusión al hablar de Modulador OFDM. OFDM sí realiza una modulación propiamente dicha. Realmente estamos dividiendo el espectro en N subcanales y transmitiendo los símbolos procedentes del mapeo a través de éstos canales. El proceso de multiplexación es decir, de modular en frecuencia es realizado por el bloque IDFT.

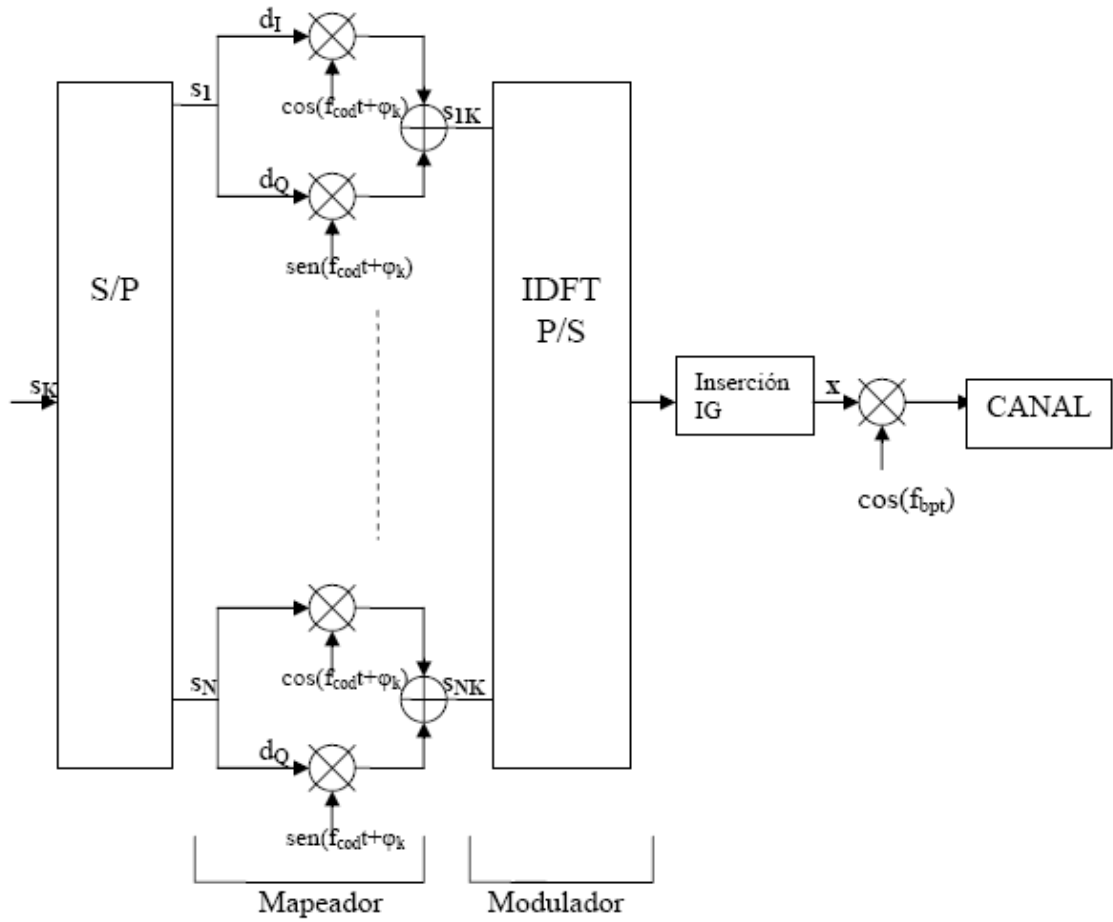


Figura 2.5: Transmisor en sistemas de modulación OFDM

El sistema de modulación OFDM incluye entre sus bloques un mapeador como el de la Figura 2.3 como muestra la Figura 2.5. Se han dibujado N mapeadores para que resulte más fácil comprender cómo se ha formado el símbolo OFDM con N símbolos del mapeo. Pero realmente, sólo será necesario un mapeador.

2.4.2 Caracterización de un canal wireless

La propagación de señales vía radio no es tan suave como una transmisión con cable. El medio de propagación es el aire y la señal no sólo se ve afectada por ruido, sino además interferida por obstáculos materiales como edificios, coches,... Así, al receptor llega la señal enviada (rayo directo), seguida de múltiples réplicas distorsionadas en amplitud y fase. Esto se conoce como recepción multipath (multitrayecto).

La estimación de un canal multipath, se obtiene mediante repetidas mediciones en un entorno de unas pocas longitudes de onda. Así tendremos el Perfil de Retardo de Potencia (PDP, Power Delay Profile). Es un promedio temporal o espacial de medidas consecutivas de respuestas al impulso recolectadas y promediadas sobre un área local. Los tiempos son dados respecto al rayo directo, cuyo momento de llegada se considera 0.0. Se obtienen la Dispersión de Retardo (Rms Delay Spread) y el Ancho de Banda de Coherencia (Coherence Bandwidth).

Matemáticamente el PDP se define como la distribución en el tiempo de potencia recibida desde un cierto δ (pulso transmitido a través del canal).

$$P(\tau) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k^2 \delta(t - \tau_k) \quad (2.2)$$

- **Dispersión de retardo. ISI**

El RMS Delay Spread es una medida de cómo de dispersa resulta la respuesta al impulso del canal. Delay spread (τ_{RMS}) que caracteriza el retardo debido al canal en términos de momento de segundo orden del Perfil de Retardo de Potencia. Tiene en cuenta tanto la potencia relativa de los pulsos como también sus retardos, haciéndolo el mejor indicador de desempeño del sistema.

Si τ_{RMS} es menor que el período de símbolo de la señal, el espectro del canal se mantiene aproximadamente plano en el ancho de banda de la señal. En este caso, no se producen Interferencia Intersímbolo (ISI). Es por tanto necesario evaluar estadísticamente el retardo de propagación para tener una indicación de la máxima velocidad de datos que puede ser utilizada de manera fiable en el canal en cuestión.

Los valores típicos son de microsegundos en comunicaciones al aire libre y del orden de nanosegundos en comunicaciones interiores.

Las Interferencias Intersímbolo (ISI) se producen cuando la señal recibida en un momento dado depende de la señal transmitida en ese instante pero también anterior o posteriormente. El problema es crítico cuando la dispersión de retardo es muy grande en

comparación con el período de símbolo T_s ($\tau_{\text{RMS}} > T_s$). En concreto, en los canales actuales de banda ancha que proveen velocidades de datos muy altas, el período de símbolo deseado es a menudo mucho menor que el delay spread y por tanto la interferencia intersímbolo es severa. El fin de la modulación OFDM será asegurar altas velocidades de datos haciendo que las interferencias intersímbolo afecten lo menos posible a la comunicación, al asegurar $\tau_{\text{RMS}} < T_s$.

- **Ancho de banda de coherencia**

B_c es una medida del rango de frecuencias sobre el cual el canal puede ser considerado plano, es decir, donde la atenuación del canal y el desplazamiento en fase permanecen aproximadamente constantes. Así, una señal con un ancho de banda (B_s) menor que el ancho de banda de coherencia (B_c) sufrirá una severa distorsión, puesto que el canal es selectivo en frecuencia y cada frecuencia se está viendo afectada por atenuaciones diferentes.

Por esta razón, en la práctica, modelos específicos de canal multitrayectoria de gran exactitud deben ser definidos para utilizarlos en el diseño y simulación de propagaciones inalámbricas.

2.4.3 Concepto canal fading

La potencia de la señal recibida cambia con el tiempo debido a fluctuaciones en la ganancia del canal causadas por efectos multipath. La distorsión en la ganancia puede ocasionar atenuaciones severas del espectro en frecuencia pudiendo llegar a convertirse en nulos en la misma.

Se considera que la transmisión se realiza con flat fading (característica deseable del canal) si el ancho de banda del canal es mayor que el ancho de banda de la señal a transmitir ($B_c > B_s$). En este caso la estructura del canal es tal que las características del espectro de la señal transmitida son preservadas en el receptor. La Figura 2.7 ilustra éste caso comparándolo con el caso contrario en que el canal es selectivo en frecuencia de la Figura 2.6.

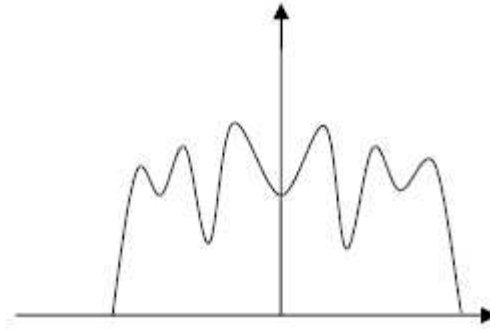


Figura 2.6: Canal selectivo en frecuencia

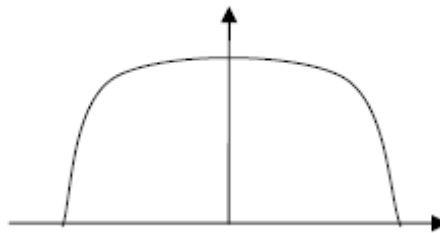


Figura 2.7: Canal flat fading

En OFDM, dividiendo el ancho de banda de la señal en varios anchos de banda más pequeños, con cada subportadora es enviada una parte de la información. De esta forma, si hay pérdidas en una subportadora, es recuperable puesto que corresponde a una pequeña parte del código.

2.4.4 Concepto de multiportadora

Cuando se realizan comunicaciones digitales, si el canal es paso banda, la señal de información debe ser generada en banda base y trasladada a continuación a la frecuencia del canal. Por tanto la señal se transmite empleando una única portadora. Este tipo de comunicaciones presenta un problema que ya ha sido introducido cuando se ha comentado las interferencias entre símbolos (ISI).

Al trabajar con un sistema con una única portadora, tendremos un ancho de banda de la señal grande, como muestra la Figura 2.8. Si queremos una velocidad de transmisión elevada, implica un período de símbolo de la modulación muy pequeño. Y un período de símbolo pequeño hace que afecten las interferencias entre símbolos dado que se verificará $\tau_{\text{RMS}} > T_s$ que es la condición para que se produzcan.

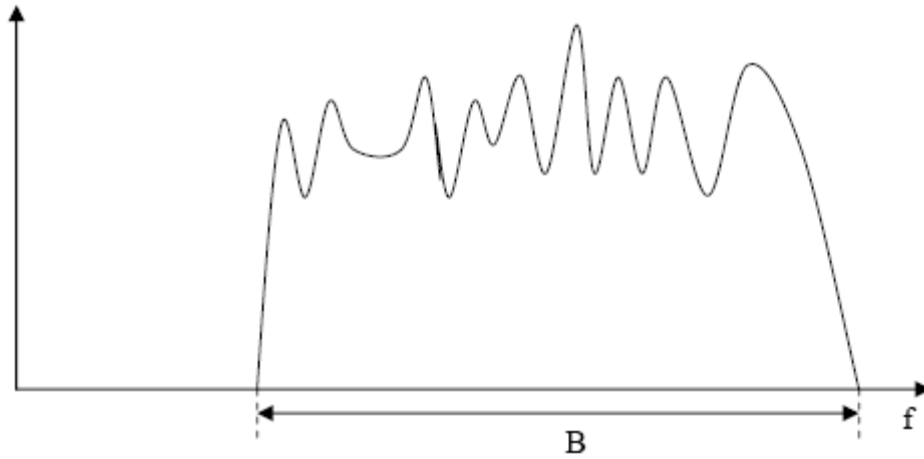


Figura 2.8: Espectro densidad de potencia de un sistema monoportadora

Una propuesta alternativa para el diseño de un sistema de comunicación paso-banda eficiente en presencia de distorsión de canal, son los sistemas multiportadora. Consisten en la división del ancho de banda del canal B disponible en N subcanales con un mismo ancho de banda Δf menor, de forma que $B=N\Delta f$. Así, el ancho de banda de cada subcanal es suficientemente estrecho para que se produzca flat fading independiente en cada uno de ellos. O lo que es lo mismo, ha aumentado el período de símbolo y se verifica $\tau_{\text{RMS}} < T_s$ que es la condición para que no se produzcan interferencias entre símbolos. Los datos son transmitidos mediante Multiplexión por División en Frecuencia (FDM). Respecto al régimen binario en sistemas multiportadora, éste no cambia puesto que es la suma de los regímenes binarios de cada subcanal.

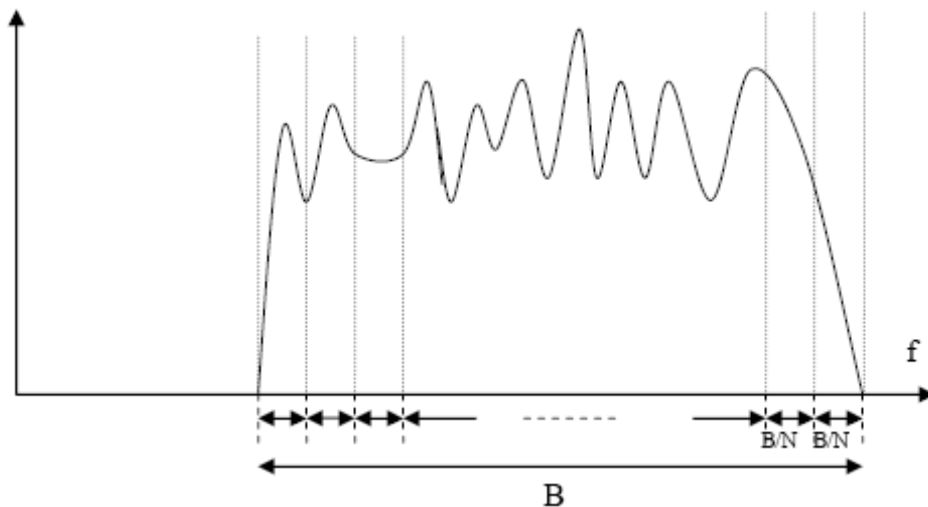


Figura 2.9: Espectro densidad de potencia de un sistema multiportadora

Comparando las Figuras 2.8 y 2.9, se observa la gran ventaja que supone la utilización de un sistema multiportadora. Es mucho más exacto al realizar una posterior ecualización del canal de transmisión, hacerlo para cada subcanal con ancho de banda B/N (que se mantiene aproximadamente constante), que en su totalidad B que incluye grandes atenuaciones debido a la selectividad en frecuencia del mismo.

La modulación OFDM tiene como fin fundamental adecuar los datos que se quieren transmitir a las características del canal empleado. Esta modulación es un sistema de comunicación en paralelo, es decir, los datos son transmitidos en el mismo instante de tiempo por N subportadoras, que se eligen particularmente, para que sean ortogonales entre sí.

2.4.5 Diferencia concepto FDM y OFDM

La multiplexación hace referencia generalmente a señales independientes las cuales provienen de diferentes fuentes, así que el problema que acarrea estriba en el hecho de compartir el espectro entre todos los usuarios.

Cuando hablamos del concepto FDM (Multiplexación por División en Frecuencia), nos referimos a un conjunto de usuarios que intentan transmitir información y cada fuente de información independiente correspondiente a cada usuario se le asigna una portadora a una determinada frecuencia, por tanto lo que se hace es transmitir informaciones totalmente independientes en cada una de las portadoras. En cambio, cuando hablamos del concepto OFDM, hacemos referencia a un conjunto independiente de información transmitida en cada portadora pero que no son totalmente independientes entre sí, sino que la unión de ellas forman el mensaje.

Por tanto, la diferencia principal es que los sistemas OFDM, si se produce la pérdida de una portadora se pierde totalmente la información de ese usuario. En cambio, en los sistemas OFDM si se pierde la información de una portadora solo se produce una pequeña parte de la información con lo que el mensaje puede ser reconstruido en el receptor.

Luego FDM y OFDM hacen referencia a dos conceptos muy diferentes, FDM a una técnica para enviar información de diferentes usuarios en diferentes canales, y

OFDM la transmisión de un usuario modulada en diferentes frecuencias, que por una serie de consecuencias estas frecuencias son ortogonales.

2.5 Definición OFDM

La tecnología a la que hacemos referencia mediante OFDM (Orthogonal Frequency División Multiplexing) puede ser vista como una colección de técnicas de transmisión que consiste en enviar la información modulando en QAM o en PSK un conjunto de portadoras de diferente frecuencia. Cuando se aplican en un medio “no cableado”, como es el caso de la radiodifusión, son usualmente referenciadas como OFDM. Sin embargo, en medios “cableados”, el término DMT (Discrete Multitone) es más usual.

La Multiplexación por División Ortogonal en Frecuencia surge para compensar las trabas que introducen los medios dispersivos evitando complicar demasiado el sistema en el aspecto hardware.

El origen de OFDM se da en aplicaciones de uso militar que trabaja dividiendo el espectro disponible en múltiples subportadoras. La transmisión entre puntos sin visión directa ocurre cuando entre el receptor y el transmisor existen reflexiones o absorciones de la señal lo que conlleva a una degradación de la señal recibida que se manifiesta por medio de los siguientes efectos: atenuación plana, atenuación selectiva en frecuencia o interferencia intersimbólica. Estos efectos se mantienen bajo control con el W-OFDM que es una tecnología propia de Wi-LAN que en 1994 fue patentada para comunicaciones inalámbricas de dos vías y banda ancha OFDM (WOFDM). Esta patente es la base para los estándares 802.11a, 802.11g, 802.11a R/A, 802.16. Los sistemas W-OFDM incorporan además estimación de canal, prefijos cíclicos y códigos Reed-Solomon de corrección de errores.

En la Figura 2.10 podemos observar las notables diferencias existentes entre los espectros de una transmisión usando una técnica multiportadora convencional y el caso en el que se utiliza una modulación con portadoras ortogonales:

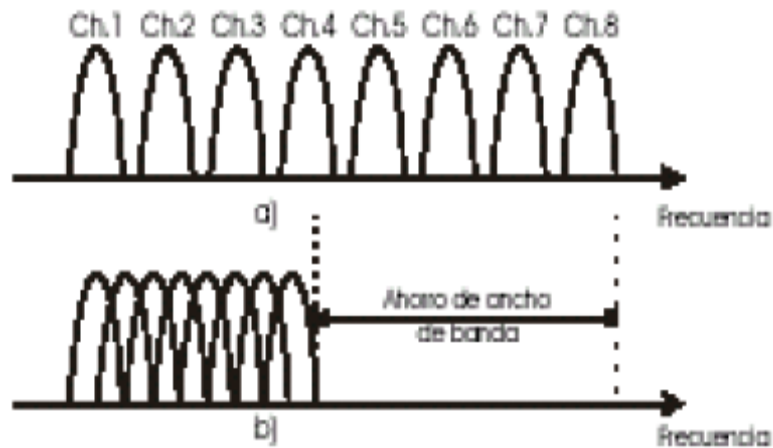


Figura 2.10: Multiportadora convencional frente a portadoras ortogonales

OFDM es una tecnología de modulación digital, una forma especial de modulación multi-carrier considerada la piedra angular de la próxima generación de productos y servicios de radio frecuencia de alta velocidad para uso tanto personal como corporativo. La técnica de espectro disperso de OFDM distribuye los datos en un gran número de portadoras espaciadas entre sí y ubicadas en ciertas frecuencias concretas. Esta separación frecuencial evita que los demoduladores consideren frecuencias distintas a las suyas propias.

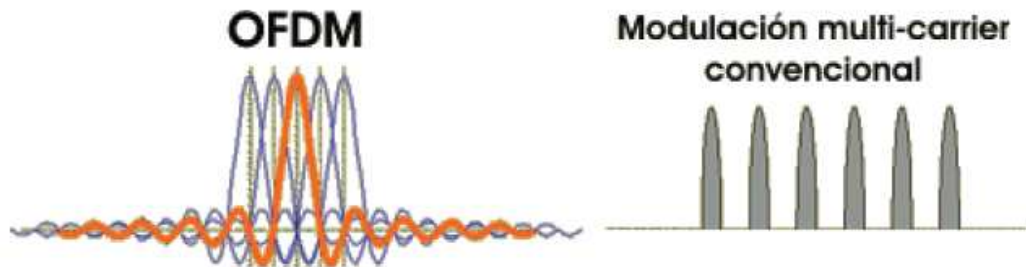


Figura 2.11: Espectro OFDM y multiportadora convencional

OFDM presenta una alta eficiencia espectral, resistencia a la interfaz RF y menor distorsión multitrayecto. Actualmente OFDM no sólo se usa en las redes inalámbricas LAN 802.11a, sino en las 802.11g, en comunicaciones de alta velocidad por vía telefónica como las ADSL y en difusión de señales de televisión digital terrestre en Europa, Japón y Australia.

Para crear una plataforma que permita la radiodifusión de aplicaciones multimedia, es necesario usar una transmisión de mínimo varios Megabits por segundo. Esta tasa binaria lleva asociada un problema en la transmisión vía radio, debido a que en este tipo de transmisión los canales se caracterizan por la recepción multitrayecto. La función de transferencia del medio de propagación varía con la frecuencia lo cual produce una distorsión de amplitud y fase en las señales transmitidas que incide notablemente sobre la calidad de recepción. Para velocidades de varios Megabits por segundo ocurre que el efecto del multitrayecto, debido a que el retraso temporal de las señales reflejadas es mayor que un periodo de símbolo, es muy importante.

Como comentamos, el principal problema existente en la recepción de las señales de radio es el desvanecimiento causado por la propagación. De entre los modelos propuestos para el medio de transmisión el más general es el denominado “multieco”, y tiene en cuenta el rayo directo y rayos o ecos de trayectos múltiples.

Estas señales son el resultado de reflexión de la onda en obstáculos terrenales tales como las montañas, colinas o árboles, o en obstáculos como personas, vehículos o edificios.

El desvanecimiento por multitrayecto se caracteriza por una respuesta impulsiva del canal (CIR). En la Figura 2.12 se muestra un ejemplo típico de CIR para entornos multitrayecto. Desde el punto de vista del tiempo se observa que la respuesta impulsiva del canal tiene memoria, es decir, la señal recibida en un instante depende de la señal transmitida en ese instante y del valor que tuvo en instantes pasados. Esto provoca ISI. Hay que tener en cuenta que el caso ideal es que la CIR sea una delta (no tiene memoria). Desde el punto de vista de frecuencia algunas frecuencias son enfatizadas mientras que otras son atenuadas.

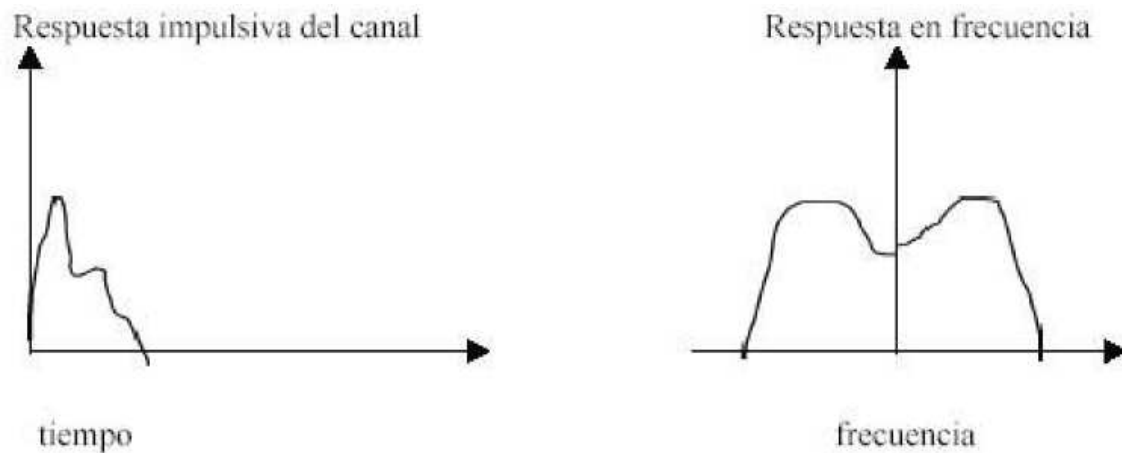


Figura 2.12: Respuesta impulsiva y frecuencial de un canal multitrayecto

Para corregir la respuesta del canal podemos utilizar un ecualizador adaptativo ya que la respuesta del canal puede variar en el tiempo. El problema es que para las tasas binarias altas (Mbits/s) obtener un buen ecualizador con un coste aceptable es difícil. Para recuperar la señal transmitida a partir de la recibida es necesario almacenar varios símbolos sucesivos y ecualizar el dato recibido secuencialmente, lo que conlleva una gran carga computacional lo que encarece la implementación del ecualizador.

La Multiplexación por División Ortogonal en Frecuencia (OFDM) aparece como una fórmula para eliminar los problemas que presentan los medios dispersivos como los canales multitrayecto sin necesidad de utilizar un hardware excesivamente complejo.

OFDM se puede ver como una colección de técnicas de transmisión en paralelo que reduce la influencia del desvanecimiento por multitrayecto y hace innecesaria una ecualización compleja. Esta colección de técnicas no sólo se pueden usar en medios no cableados, en cuyo caso se denomina OFDM, sino que también es aplicable a medios cableados tales como en Líneas Digitales de Abonado Asimétricas (ADSL) en cuyo caso el término Multitone Discrete (DMT) es más apropiado.

2.6 Modelo general de sistema OFDM

La idea básica es dividir el espectro disponible en varios subcanales. El hecho de tener canales de banda estrecha hace que cada subcanal vea un desvanecimiento plano que facilita la ecualización. Para obtener una eficiencia espectral alta, la respuesta en frecuencia de los subcanales (de aquí en adelante usaremos indistintamente el término

subcanal o subportadora a la hora de referirnos a una de las partes en que dividimos el ancho de banda utilizado) están sobrepuestos y son ortogonales, de ahí el nombre de OFDM. La ortogonalidad entre las subportadoras hace que la interferencia entre canales (ICI) se minimice.

Un ejemplo simbólico del espectro de una señal OFDM se muestra en la Figura 2.13. Se puede observar que cuando un subcanal alcanza el máximo, los canales adyacentes tienen un mínimo.

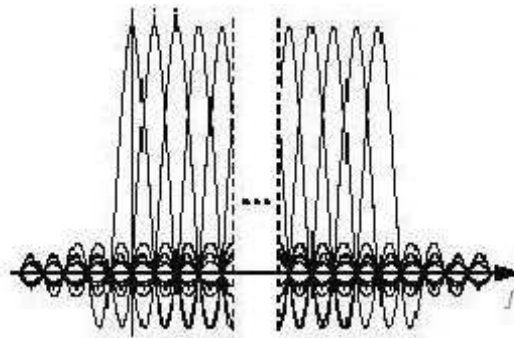


Figura 2.13: Representación simbólica de los canales individuales para un sistema OFDM

El hecho de la existencia de un canal multitrayecto provoca ISI ya que en el receptor un símbolo se ve afectado por los ecos de símbolos anteriores. Para evitar esto inicialmente se pensó en usar periodos de guarda donde no se transmite, pero como se dijo en la introducción, fueron Peled y Ruíz los que gracias a la incorporación del prefijo cíclico solucionaron además del problema de la ISI los problemas de ortogonalidad en el receptor.

En este apartado vamos a realizar un estudio matemático de las señales OFDM para demostrar que bajo ciertas condiciones se cumple la condición de ortogonalidad en el receptor y no existe ISI. Podemos adelantar que el hecho de que el prefijo sea cíclico se debe a la utilización de la IDFT y la DFT en la modulación/demodulación.

Abordaremos el modelado genérico de los sistemas OFDM de manera discreta en el tiempo, y suponiendo todas las señales en banda base. Esto nos dará una visión más aproximada de la implementación digital que dichos sistemas soportan en la actualidad.

Vamos a partir de una serie de suposiciones:

- Se utiliza el CP.
- La respuesta impulsiva del canal es menor que la longitud del CP.
- El transmisor y el receptor están perfectamente sincronizados.
- El ruido del canal es blanco, aditivo y gaussiano.
- El desvanecimiento es lo suficientemente bajo como para considerarlo constante durante el intervalo de un símbolo OFDM.

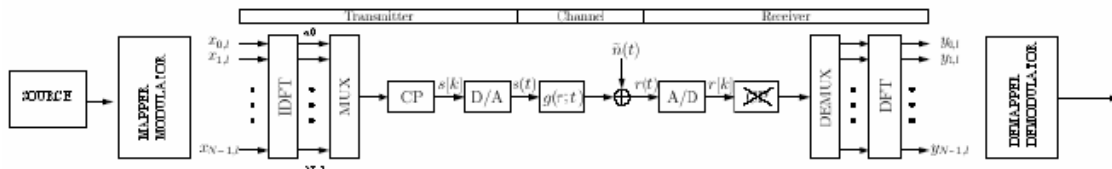


Figura 2.14: Implementación digital de un sistema OFDM en banda base

El sistema de la Figura 2.14 permite la transmisión en paralelo de un conjunto de N símbolos M-arios, habiéndose formado previamente dichos símbolos a partir del flujo binario generado de forma aleatoria. En la práctica la entrada de nuestro sistema será atacada por una línea digital.

Tras el Mapper/Modulator el flujo binario (M-PSK o M-QAM) es convertido de serie a paralelo, con lo que se tiene un conjunto de N números complejos x_k provenientes de una determinada constelación de señales.

Así pues los datos x_k son modulados sobre N portadoras mediante la aplicación de la Transformada Inversa de Fourier (IDFT), generándose los valores complejos a_k . Esta señal ataca a un serializador que copia las últimas L muestras a modo de preámbulo prefijo cíclico (CP) y origina el símbolo OFDM, el cual será transmitido a través de un canal discreto en el tiempo.

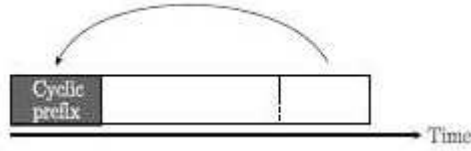


Figura 2.15: Creación de símbolo OFDM con CP

En el receptor la extensión cíclica es extraída y la señal resultante se demodula mediante la aplicación de un bloque DFT. La inserción del prefijo cíclico es comúnmente aceptada como la forma de evitar la ISI y preservar la ortogonalidad entre los tonos.

Existe otra posibilidad que se basa en que en el proceso de creación del símbolo OFDM, éstos no se originan añadiendo las últimas muestras del símbolo a las primeras, sino que se añade una cola de ceros de la misma longitud L que el prefijo cíclico. A esta técnica se le denomina Zero-Padding (ZP).

La dificultad de realizar un análisis teórico completo de un sistema OFDM hace que sea imposible abordarlo completamente. Por ello, usaremos modelos simplificados que nos permitan un análisis más simple sin pérdida de resultados. Se suelen clasificar estos modelos en dos tipos diferentes: de tiempo continuo y de tiempo discreto.

2.6.1 Modelo en tiempo continuo

Los primeros sistemas OFDM no empleaban modulación ni demodulación digital. Por ello, el modelo de tiempo continuo para OFDM puede ser considerado como el sistema OFDM ideal, que en la práctica es sintetizado digitalmente.

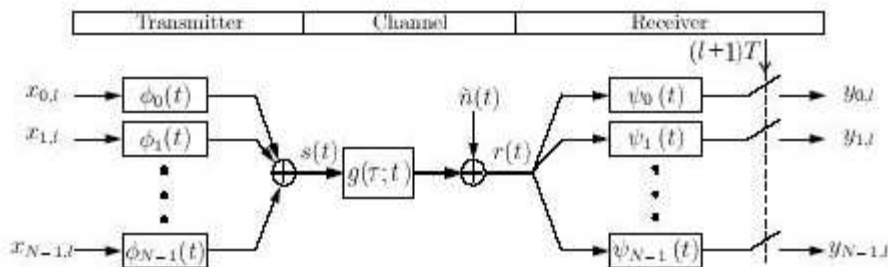


Figura 2.16: Modelo de un sistema OFDM en tiempo continuo

El modelo analítico del sistema de transmisión OFDM viene dado por las ecuaciones que expresan la funcionalidad de los distintos bloques que lo integran.

Supongamos que tenemos un conjunto de señales ϕ donde ϕ_p es el p-ésimo elemento. Se dice que las señales son ortogonales si se cumple:

$$\int_a^b \phi_p(t) \phi_q^*(t) dt = \begin{cases} 1 & \text{si } p = q \\ 0 & \text{si } p \neq q \end{cases} \quad (2.3)$$

Un conjunto de señales que cumple la condición de ortogonalidad son los senos y cosenos.

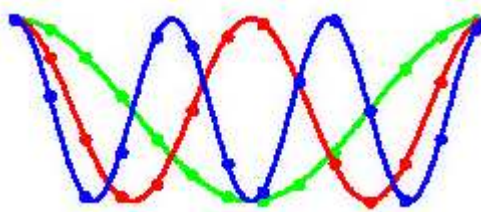


Figura 2.17: Conjunto de señales ortogonales

Gracias a la ortogonalidad se puede transmitir sin interferencia entre las subportadoras.

➤ Transmisor

Asumiendo un sistema OFDM con N subportadoras, un ancho de banda de W y que la duración del símbolo es T , de los cuales T_{cp} segundos pertenecen al prefijo cíclico, el transmisor puede usar las siguientes formas de onda.

$$\phi_k(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T - T_{CP}}} e^{j2\pi \frac{W}{N} K(t - T_{CP})} & \text{si } t \in [0, T] \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.4)$$

donde $T = N/W + T_{CP}$.

Hay que indicar que $\phi_k(t) = \phi_k(t + N/W)$ donde t esta dentro del prefijo $[0, T_{CP}]$, es decir la parte de la señal en $[0, T_{CP}]$ es la misma que en $[T_{CP}, T]$. $\phi_k(t)$ se puede ver como un pulso que modula una portadora de frecuencia kW/N , y la interpretación más usual de OFDM es que se están utilizando N subportadoras, cada una de las cuales transporta una baja tasa de bits. En la Figura 2.18 se ve de forma gráfica.

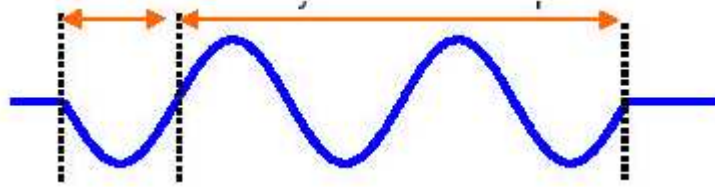


Figura 2.18: Señal transmitida por una subportadora en un símbolo OFDM

Las señales $\phi_k(t)$ se utilizan en la modulación de forma que la señal en banda base transmitida para el l -ésimo símbolo OFDM es:

$$s_l(t) = \sum_{k=0}^{N-1} x_{k,l} \phi_k(t - lT) \quad (2.5)$$

donde $x_{0,l}, x_{1,l}, \dots, x_{N-1,l}$ son números en general complejos que provienen de los puntos de una constelación de señales. Observando la Ecuación (2.5) se aprecia que la señal en banda base tiene la misma expresión que una IDFT. Esto hace que se usen algoritmos rápidos de la IDFT (IFFT) para la transmisión.

Cuando se transmite una secuencia infinita de símbolos OFDM, la salida del transmisor no es más que la yuxtaposición de símbolos OFDM individuales:

$$s(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} s_l(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{N-1} x_{k,l} \phi_k(t - lT) \quad (2.6)$$

➤ **Canal físico**

El hecho de transmitir en paralelo reduce la tasa de símbolos en cada subcanal, lo que aumenta el periodo de símbolo. El resultado de aumentar el periodo es que la ISI provocada por las señales reflejadas disminuye. Esto se debe a que cuanto menor sea la duración de la respuesta impulsiva del canal en comparación con el periodo de símbolo la dispersión temporal de un símbolo afectará menos a otros símbolos posteriores. OFDM evita la ISI por lo tanto de dos formas: aumentando el periodo de símbolo de cada subportadora e introduciendo un periodo de guarda.

Vamos a mostrar como afecta el canal multitrayecto a la señal transmitida

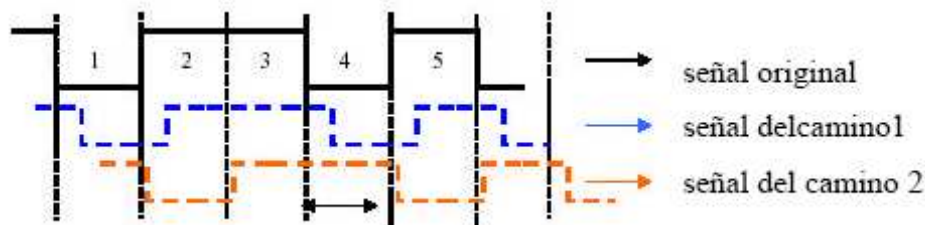


Figura 2.19: Efecto del multitrayecto sobre la señal transmitida

En la Figura 2.19 se ve que la señal en el intervalo 2 depende del valor de esa señal en ese mismo intervalo pero también del valor en el intervalo 1.

Si representamos la figura anterior para un periodo de símbolo menor lo vemos gráficamente que la interferencia aumenta.

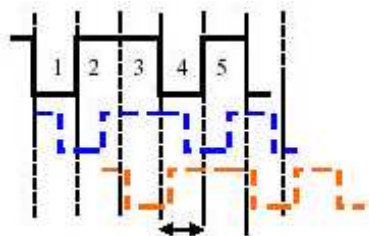


Figura 2.20: Efecto del multitrayecto sobre la señal transmitida cuando se reduce el periodo de símbolo

Ahora la señal en un intervalo depende del valor de la señal transmitida en ese intervalo y de los dos anteriores, eso hace la interferencia sea mayor.

En canales de radiopropagación, generalmente una señal transmitida no sólo es distorsionada por desvanecimiento multitrayecto, sino que también es corrompida por ruido térmico como se muestra en la Figura 2.21.

Pasemos a hacer un análisis matemático del canal. Asumimos que la respuesta impulsiva de este, $g(\tau;t)$ está restringida al intervalo $\tau \in [0, T_{cp}]$, es decir la duración del prefijo cíclico.

$$r(t) = (g * s)(t) = \int_0^{T_{cp}} g(\tau;t) s(t - \tau) d\tau + \tilde{n}(t) \quad (2.7)$$

donde $g(\tau;t)$ es la respuesta impulsiva del canal y donde $\tilde{n}(t)$ es ruido Gaussiano blanco aditivo (AWGN) con densidad de potencia espectral $N_0/2$.

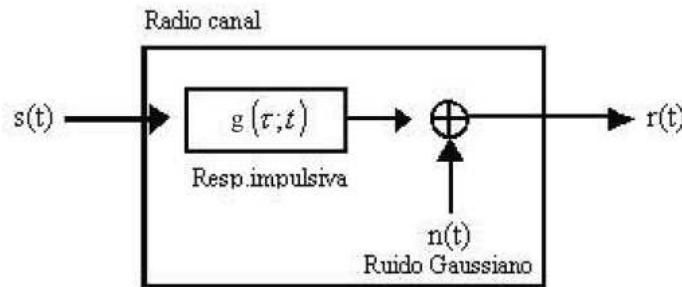


Figura 2.21: Modelo del canal

La ecuación anterior muestra que tras pasar por el canal, la señal se ve multiplicada por la respuesta impulsiva $g(\tau;t)$ y después se le añade el ruido $n(t)$. Si la respuesta impulsiva del canal es una constante invariante en el tiempo dada por $g(\tau;t) = G\delta(\tau)$ donde G es la ganancia del canal que toma valores complejos, se puede ignorar el efecto del desvanecimiento y sólo existirá AWGN en el canal. A este canal se le llama AWGN. Por otro lado, si la respuesta impulsiva del canal varía en el tiempo, entonces existirá desvanecimiento y AWGN en el canal, este canal se conoce como canal con desvanecimiento.

➤ **Receptor**

El receptor podemos analizarlo como un banco de filtros adaptados a la última parte de las señales del transmisor $[T_{cp}-T]$.

$$\psi_k(t) = \begin{cases} \phi_k^*(T-t) & \text{si } t \in [0, T - T_{cp}] \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.8)$$

Como podemos comprobar el prefijo cíclico es eliminado en el receptor. Como el CP contiene toda la información acerca de la ISI del símbolo anterior, la muestra de salida procedente del banco de filtros del receptor no contiene interferencia. Para el estudio matemático podemos eliminar el subíndice l que indica el número de símbolo OFDM y tomar un símbolo cualquiera. Vamos a calcular la salida para el filtro k -ésimo.

$$\begin{aligned} y_k &= (r * \psi_k)(t) \Big|_{t=T} = \int_{-\infty}^{\infty} r(t) \phi(\tau - t) dt \\ &= \int_{T_{cp}}^T \left(\int_0^{T_{cp}} g(\tau; t) \left[\sum_k^{N-1} x_k \phi_k(t - \tau) \right] d\tau \right) \phi_k^*(t) dt + \int_{T_{cp}}^T \tilde{n}(T - t) \phi_k^*(t) dt \end{aligned} \quad (2.9)$$

Si consideramos el canal constante en todo el intervalo de un símbolo OFDM y lo denotamos como $g(\tau)$ podemos escribir:

$$y_k = \sum_k^{N-1} x_k' \int_{T_{cp}}^T \left(\int_0^{T_{cp}} g(\tau) \phi_k(t - \tau) d\tau \right) \phi_k^*(t) dt + \int_{T_{cp}}^T \tilde{n}(T - t) \phi_k^*(t) dt \quad (2.10)$$

la integral interior es

$$\begin{aligned} \int_0^{T_{cp}} g(\tau) \phi_k(t - \tau) d\tau &= \int_0^{T_{cp}} g(\tau) \frac{e^{j2\pi k'(t-\tau)W/N}}{\sqrt{T - T_{cp}}} d\tau \\ &= \frac{e^{j2\pi k'(t-T_{cp})W/N}}{\sqrt{T - T_{cp}}} \int_0^{T_{cp}} g(\tau) e^{-j2\pi k'\tau W/N} d\tau, \quad T_{cp} < t < T \end{aligned} \quad (2.11)$$

La última parte de la expresión es la respuesta en frecuencia del canal muestreada a la frecuencia $f=k' W/N$, es decir a la frecuencia de la k' -ésima portadora.

$$h_{k'} = G\left(k' \frac{W}{N}\right) = \int_0^{T_{cp}} e^{-j2\pi k' t W / N} dt \quad (2.12)$$

donde $G(f)$ es la transformada de Fourier de $g(t)$. Usando esta notación se puede simplificar las expresiones.

$$\begin{aligned} y_k &= \sum_{k'=0}^{N-1} x_{k'} \int_{T_{cp}}^T \frac{e^{j2\pi k'(t-T_{cp})W/N}}{\sqrt{T-T_{cp}}} h_{k'} \phi_k^*(t) dt + \int_{T_{cp}}^T \tilde{n}(T-t) \phi_k^*(t) dt = \\ &= \sum_{k'=0}^{N-1} x_{k'} h_{k'} \int_0^{T_{cp}} \phi_{k'}(t) \phi_k^* dt + n_k \end{aligned} \quad (2.13)$$

donde $n_k = \int_{T_{cp}}^T \tilde{n}(T-t) \phi_k^*(t) dt$. Como las señales del transmisor son ortogonales tenemos:

$$\int_0^{T_{cp}} \phi_{k'}(t) \phi_k^* dt = \delta[k-k'] \quad (2.14)$$

donde $\delta[k]$ es la función delta de Kronecker y podemos simplificar y obtener

$$y_k = h_k x_k + n_k \quad (2.15)$$

La última expresión nos muestra matemáticamente el doble beneficio del prefijo. Por un lado evita ICI ya que la componente k -ésima de la salida sólo depende de la componente k -ésima de la entrada. Se dice que se mantiene la ortogonalidad. Por otra parte se evita ISI ya que la salida en un periodo de símbolo sólo depende de su periodo de símbolo correspondiente en la entrada. El medio por el que vamos a transmitir presenta un desvanecimiento que depende de la frecuencia pero el hecho de dividir el

ancho de banda en subcanales hace que cada uno de estos vea un desvanecimiento particular que se puede considerar plano y que se refleja en el término h_k .

2.6.2 Modelo en tiempo discreto

Un modelo de sistema OFDM en tiempo discreto se puede observar en la Figura 2.22. Comparando con el modelo en tiempo continuo, el modulador y el demodulador son remplazados por módulos de IDFT y de FFT respectivamente, y el canal es una convolución en tiempo discreto. Así pues la principal diferencia radica en que las integrales serán sustituidas por sumatorios ya que el tratamiento que se le hace al CP es idéntico en ambos casos.

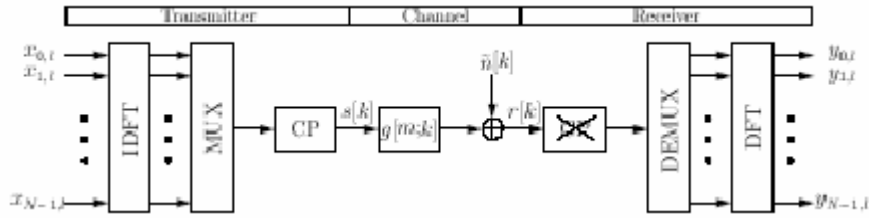


Figura 2.22: Sistema OFDM en tiempo discreto

Como se aprecia en la Figura 2.22, la secuencia de símbolos de entradas procedentes del mapeador se agrupan en bloques de N símbolos de datos denotados por $x_m = [x_{0,L}, x_{1,L}, \dots, x_{N-1,L}]$. A continuación, se aplica la transformada N-IDFT y se le añade un prefijo de longitud N_{cp} para crear el símbolo OFDM. El resultado es una señal en banda base discreta en el tiempo del m -ésimo símbolo OFDM que se puede escribir como:

$$s_m(n) = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_{k,m} e^{j2\pi k(n-N)/N} & \text{si } n \in [0, N + N_{cp} - 1] \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.16)$$

donde n es el índice de tiempo discreto.

La señal completa en el tiempo $s(n)$ es la concatenación de todos los símbolos OFDM.

$$s(n) = \sum_{m=0}^{\infty} s_m(n - m(N + N_{cp})) \quad (2.17)$$

En general, la señal recibida es la suma de la convolución lineal con la respuesta discreta al impulso del canal $g(n)$ y el ruido blanco, gaussiano y aditivo $n(n)$. Se suponen transmisor y receptor perfectamente sincronizados. Basándonos en el hecho de que el prefijo cíclico es suficientemente largo para “acomodar” la respuesta al impulso del canal, es decir $g(n) = 0$ para $n < 0$ y $n > N_{cp} - 1$, podemos escribir:

$$r(n) = \sum_{\eta=0}^{N_{cp}-1} g(\eta)s(n - \eta) + n(\eta) \quad (2.18)$$

En el receptor, la secuencia recibida es separada en bloques de longitud $N + N_{cp}$ de los que se descarta el prefijo cíclico de cada uno de ellos. Así resulta el vector r_m .

El símbolo de datos recibido $y_{k,m}$ se obtiene aplicando Transformada Discreta de Fourier (DFT) a éste vector $r_{k,m}$, quedando $y_{k,m}$:

$$y_{k,m} = \sum_{n=0}^{N-1} r(n) e^{-j2\pi kn / N} \quad (2.19)$$

Sustituyendo $r(n)$ de la Ecuación (2.18) en la Ecuación (2.19), ésta se puede escribir:

$$y_{k,m} = \sum_{n=0}^{N-1} \left(\sum_{\eta=0}^{N_{cp}-1} g(\eta)s_m(N_{cp} + n - \eta) \right) e^{-j2\pi kn / N} + \sum_{n=0}^{N-1} n(n) e^{-j2\pi kn / N} \quad (2.20)$$

Sustituyendo $s_m(n)$ de la Ecuación (2.16), se llega al resultado siguiente:

$$y_{k,m} = \sum_{n=0}^{N-1} \left(\sum_{\eta=0}^{N_{cp}-1} g(\eta) \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_{k,m} e^{j2\pi k(n-\eta) / N} \right) e^{-j2\pi kn / N} + n_{k,m} \quad (2.21)$$

donde $\sum_{n=0}^{N-1} n(n) e^{-j2\pi kn/N}$ es la muestra k-ésima de $n(n)$. Dado que $n(n)$ es ruido blanco y gaussiano, $n_{k,m}$ también será ruido blanco y gaussiano.

Como $g(\eta)=0$ para todo $\eta > N_{cp}-1$, η toma valores de 0 a $N-1$ en lugar de 0 a $N_{cp}-1$. Reordenando y agrupando todas las fórmulas anteriores:

$$y_{k,m} = \sum_{n=0}^{N-1} \left(\underbrace{\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left(\underbrace{\sum_{\eta=0}^{N-1} g(\eta) e^{-j2\pi k \eta / N}}_{\text{DFT}} \right) x_{k,m} e^{j2\pi k n / N}}_{\text{IDFT}} \right) e^{-j2\pi k n / N} + n_{k,m} \quad (2.22)$$

DFT

IDFT

DFT

Y resolviendo las operaciones anidadas se obtiene como resultado final:

$$y_{k,m} = h_k x_{k,m} + n_{k,m} \quad (2.23)$$

donde h_k es la transformada DFT de $g(n)$.

Esta fórmula demuestra que el símbolo de datos recibido $y_{k,m}$, es igual al símbolo de datos transmitido $x_{k,m}$ multiplicado por el coeficiente h_k sumado a la contribución de la transformada del ruido $n_{k,m}$, lo que implica que el símbolo recibido solo depende de ese instante y no de instantes anteriores.

Analizando el sistema de una forma más analítica, la entrada en el receptor es la convolución lineal entre la señal transmitida y el canal más el ruido del canal. Desde el punto de vista del receptor, el uso de un CP con una longitud mayor que la del canal, implica la transformación de la convolución lineal en una convolución circular. Si denotamos esta convolución circular por $\otimes$ podemos expresar el sistema OFDM completo como:

$$y_l = DFT(IDFT(x_l) \otimes g_l + \tilde{n}_l) = DFT(IDFT(x_l) \otimes g_l) + n_l \quad (2.24)$$

donde y_l contiene los N datos recibidos, x_l los N puntos pertenecientes a la constelación en el transmisor, g es la respuesta impulsiva del canal (rellenada de ceros hasta obtener la longitud N), y $\tilde{n}_l$ es el ruido introducido por el canal. Como el ruido lo consideramos blanco y gaussiano, entonces el término $n_l = DFT(\tilde{n}_l)$ representa ruido gaussiano incorrelado. Así la DFT de la convolución circular de dos señales es equivalente al producto de las transformadas de cada una de las señales de forma individual. Denotando al producto elemento a elemento como “ $\cdot$ ” podemos escribir:

$$y_l = x_l \cdot DFT(g_l) + n_l = x_l \cdot h_l + n_l \quad (2.25)$$

donde $h_l = DFT(g_l)$ es la respuesta en frecuencia del canal. Así hemos encontrado el mismo tipo de sistema que en el caso frecuencial con la única diferencia que la atenuación del canal h_l viene dada por la DFT de N puntos del canal discreto, en lugar de la respuesta frecuencial dada por $h_l = G\left(k' \frac{W}{N}\right)$, es decir la Transformada de Fourier de $g(\tau)$.

2.6.3 Imperfecciones respecto al modelo ideal

Dependiendo de la situación que se analice, las imperfecciones en un sistema real OFDM deben ser ignoradas o explícitamente incluidas en el modelo. A continuación, mencionamos algunas de estas imperfecciones y sus correspondientes efectos.

- Dispersión

Si la dispersión en tiempo y en frecuencia que introducen ISI e ICI no son suficientemente mitigadas por la utilización del CP y una separación larga entre las portadoras hay que incluirla en el modelo. Una forma de hacerlo es modelar estos efectos mediante un incremento del ruido aditivo.

- No linealidades

Los sistemas OFDM tienen una gran relación potencia de pico a potencia media (PAPR) y son muy exigentes en cuanto a linealidad en los amplificadores de potencia. Las no linealidades en los amplificadores causan tanto ISI como ICI en el sistema.

Especialmente, si los amplificadores no se diseñan para un back-off de salida (OBO) adecuado.

- **Interferencias externas**

Tanto los sistemas sobre cable como los inalámbricos están sujetos a interferencias externas. Para el caso inalámbrico, la interferencia suele provenir de otras transmisiones y equipamiento electrónico situado en la vecindad de los propios del sistema. Para los sistemas sobre soporte físico, lo más común será encontrarnos con crosstalk. En cualquier caso, la interferencia suele modelarse como un ruido coloreado.

2.7 Propiedades y características de OFDM

En general los sistemas OFDM presentan las siguientes propiedades:

➤ **Ventajas:**

- Realiza un uso eficiente del espectro.
- Al dividir el canal en subcanales de banda estrecha el sistema se hace más robusto ante caídas selectivas en frecuencia.
- Eliminan el efecto de la ICI e ISI gracias a la inserción del CP.
- Usando una determinada codificación de canal y entrelazado, el sistema puede responder ante pérdidas de datos durante la transmisión.
- La ecualización es más sencilla que en los sistemas de portadora única.
- OFDM es computacionalmente eficiente debido al uso de la FFT.
- En unión con técnicas de modulación diferencial desaparece la necesidad de realizar estimación de canal.

➤ **Inconvenientes**

- Los sistemas OFDM son altamente sensibles a los errores de sincronización tanto frecuencial como temporal.
- La señal OFDM presenta un elevado rango dinámico y por tanto son muy sensibles a las no linealidades introducidas por los amplificadores, por lo que

requiere amplificadores de potencia en radio frecuencia con una elevada relación “potencia de pico frente a potencia media”.

Una vez enunciadas las principales ventajas de estos sistemas procederemos a realizar un análisis de ciertos aspectos en concreto.

2.7.1 Importancia de la ortogonalidad

El principal concepto de las señales OFDM es la ortogonalidad de las subportadoras. Si usamos como portadoras una señal senosoidal, el área de un periodo es cero ya que la parte positiva de la señal se cancela con la negativa. Esta afirmación se comprueba fácilmente en la Figura 2.23:

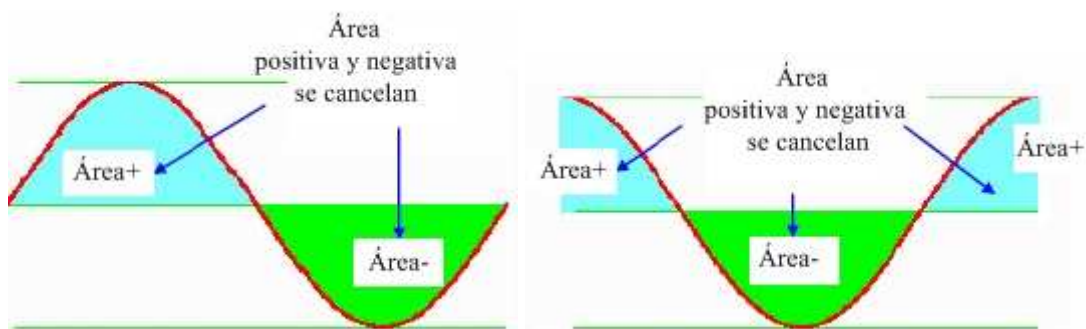


Figura 2.23: Señales sinusoidales de área nula

Consideremos una onda senoidal de frecuencia m y la multiplicaremos por otra de frecuencia n , siendo n y m enteros. La integral del área bajo este producto viene dada por $f(t) = \sin(mt)\sin(nt)$.

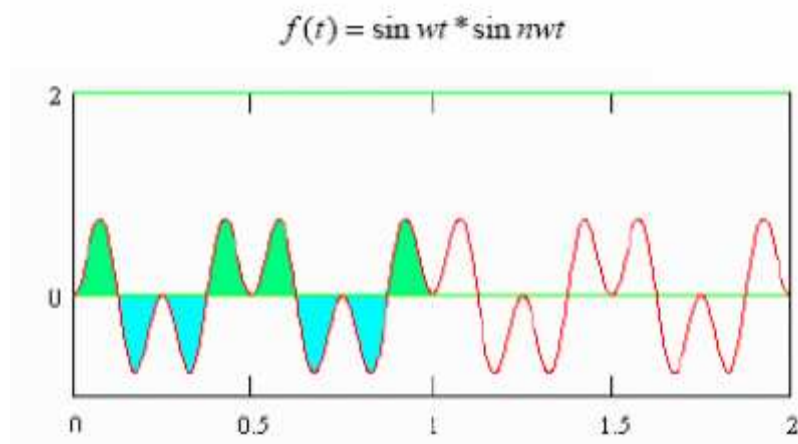


Figura 2.24: El producto de una señal sinusoidal por un armónico suyo es cero

Basándonos en una sencilla regla trigonométrica podemos escribir:

$$f(t) = \sin(wnt)\sin(nwt) = \frac{1}{2}\cos(m-n) - \frac{1}{2}\cos(m+n) \quad (2.26)$$

Cada una de estas dos componentes es también una senoide, por lo que la integral bajo su área es cero. Podemos concluir pues que en general para todos los números enteros n y m las señales senosoidales de frecuencias n y m son ortogonales entre sí. Este concepto de ortogonalidad es clave en OFDM ya que nos permite la transmisión simultánea en un estrecho rango de frecuencias y sin que se produzcan interferencias entre ellas.

2.7.2 Efecto del desvanecimiento

Si en el trayecto desde el transmisor al receptor se tienen reflexiones u obstrucciones, puede provocarse un efecto por desvanecimiento. En este caso, la señal puede alcanzar el receptor por medio de diferentes rutas, cada una de ellas copia de la original. Cada uno de estos rayos presenta una pequeña desviación en la fase, es decir un cierto retraso y en la ganancia. El resultado de estos retrasos se suma a la componente principal de la señal pudiendo producir una cierta degradación de la misma.

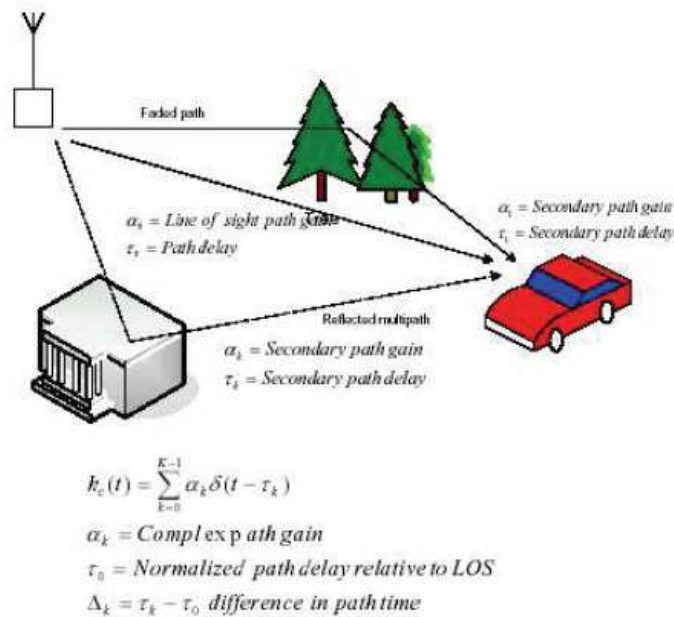


Figura 2.25: Señal con multitrayecto

El desvanecimiento es un gran problema que afecta a las señales. La señal se pierde y la demodulación ha de encontrar una forma de tratar esto. El desvanecimiento se da generalmente cuando se cambia de ruta, como por ejemplo cuando se va en coche, o se está dentro de un edificio o en un área urbana con edificios altos.

Si representamos las interferencias como impulsos, se pueden representar de la siguiente forma.

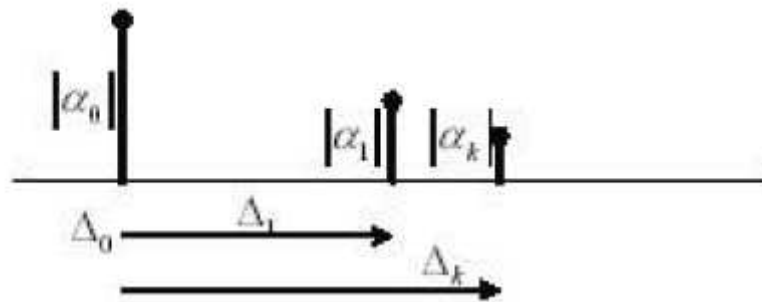


Figura 2.26: Representación de señal principal y señales retrasadas

En el desvanecimiento, las señales reflejadas que están retrasadas se añaden a la señal principal y provoca ganancias o desvanecimientos profundos en la señal. Por desvanecimientos profundos, entendemos que la señal está cerca de eliminarse y la señal es tan pequeña que el receptor no es capaz de reconocerla.

El máximo retraso permisible es conocido como el retraso extendido de la señal en un entorno determinado. Este retraso puede ser tal que sea menor o mayor que el tiempo de símbolo.

La Figura 2.27a representa el espectro de la señal, las líneas en negrita muestran la respuesta deseada en el canal, es como una especie de puerta por el que las señales deben pasar. La puerta es lo suficientemente larga como para que permita que la señal atraviese sin sufrir distorsión.

Un desvanecimiento de la respuesta del canal sería algo más parecido a lo que se muestra en la Figura 2.27b, se nota que en algunas frecuencias de la banda, el canal no permite el paso de información, son las frecuencias con desvanecimientos profundos. Esta forma de la respuesta en frecuencia del canal se conoce como desvanecimiento selectivo en frecuencia, porque este efecto no se provoca de una manera uniforme en toda la banda sino que ocurre sólo a determinadas frecuencias.

Si el entorno va cambiando, como por ejemplo cuando se va en un coche en movimiento, entonces la respuesta también va cambiando y el receptor ha de estar preparado para tratar este tipo de situación.

El término de desvanecimiento de Raileigh se usa cuando no existe componente directa y todas las señales que alcanzan el receptor son reflejadas. A este tipo de entorno se le conoce como desvanecimiento de Raileigh.

En general cuando el retraso es menor que un símbolo, se produce el llamado desvanecimiento plano. Cuando el retraso es mucho mayor que un símbolo se produce el desvanecimiento selectivo en frecuencia.

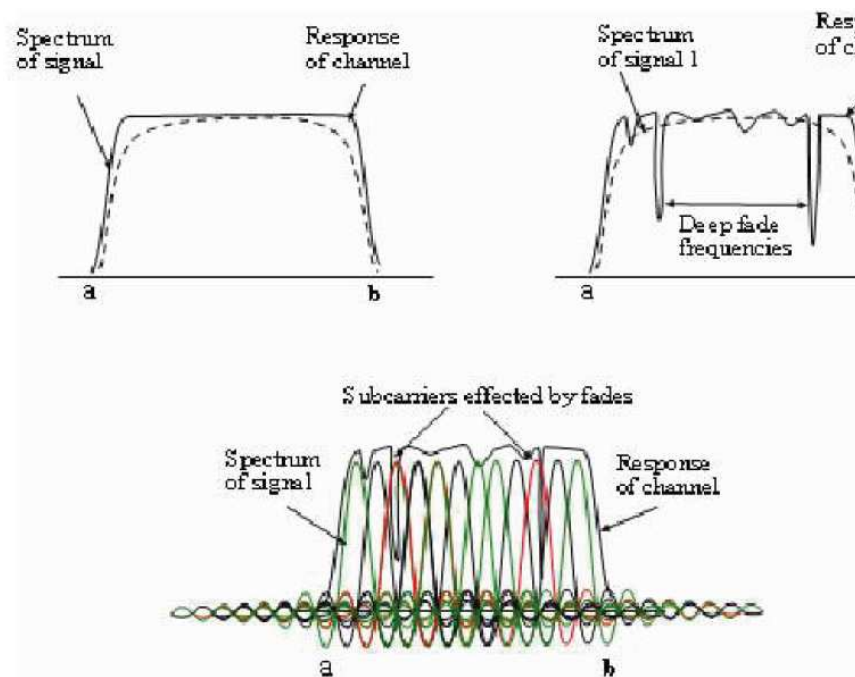


Figura 2.27: (a) Señal bajo canal ideal. (b) Canal con desvanecimientos profundos a determinadas frecuencias. (c) Señal OFDM bajo canal con desvanecimientos.

Una señal OFDM proporciona una ventaja en canales donde aparecen desvanecimientos selectivos en frecuencia. Como se puede observar en la Figura 2.27c, si colocamos el espectro de una señal OFDM con la respuesta del canal selectivo en frecuencia, sólo dos subportadoras se ven afectadas por el desvanecimiento, el resto permanecen intactas. Sólo se pierde una pequeña parte de los $1/N$ bits, además con un código apropiado se puede recuperar.

La representación de la BER de una señal OFDM en un canal con desvanecimiento es mucho mejor que la representación de una señal simple QPSK/FDM. Pero en canales con desvanecimiento, OFDM proporciona una BER mucho mejor que la de una señal de banda ancha con la misma modulación. La ventaja proviene de la diversidad de las subportadoras ya que los desvanecimientos sólo afectan una pequeña parte.

En las portadoras FDM, normalmente la señal se forma con un pulso de coseno alzado RRC (Root Raised Cosine) para reducir su ancho de banda. En OFDM como el espacio entre las subportadoras es óptimo, lo que hace que su ancho de banda proporcione una ventaja natural, y entonces el uso de RRC no aportaría mejor solución.

2.7.3 Retraso expandido y uso del prefijo cíclico

Imaginemos que estamos conduciendo mientras llueve, y el coche es salpicado con un charco de agua por el coche que va delante. Entonces de manera intuitiva lo que tenderíamos a hacer sería aumentar la distancia entre los dos coches, lo suficientemente lejos como para que no te volviera a alcanzar el agua. Por analogía podríamos equiparar este ejemplo con el fenómeno que produce el retraso en la señal y la forma de evitarlo.

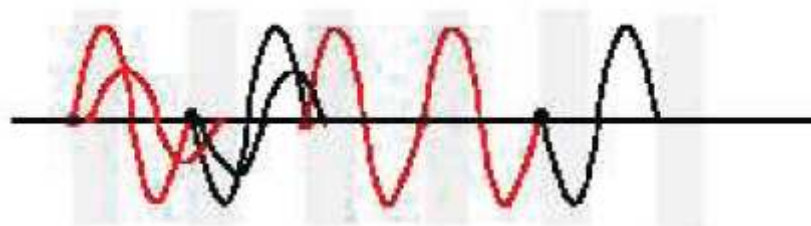


Figura 2.28: Símbolo PSK y su versión retrasada

Para eliminar el ruido que se produce al principio del símbolo, hemos de desplazar el símbolo lejos de la zona donde se encuentra el retraso de la señal precedente. Se dejará un pequeño espacio de guarda entre los símbolos para evitar este fenómeno. La Figura 2.29 muestra como al dejar los espacios en blanco entre los símbolos se evita la interferencia que aparecía en los símbolos posteriores.

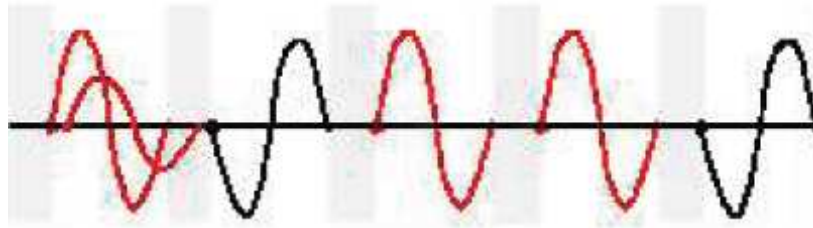


Figura 2.29: Símbolo PSK y su versión retrasada con espacios de guarda

Sin embargo no podemos permitir la ausencia de señal entre símbolos, es decir no es admisible la falta de continuidad en las señales, ya que este fenómeno impedirá el correcto funcionamiento hardware del sistema ya que éste trabaja cíclica y continuamente con las señales. Es obvio pues, que nos enfrentamos con una gran adversidad que requiere una solución. En primera instancia se podría permitir que los símbolos tuvieran una mayor longitud. Tal y como se muestra en la Figura 2.30, si se extienden los símbolos, la parte final del mismo que contiene la información relevante a la fase se vería afectada por el solapamiento de las señales retardadas.

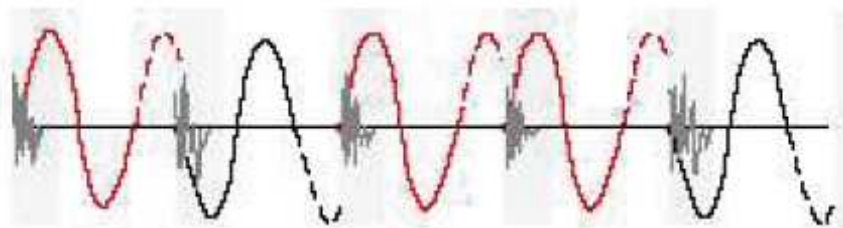


Figura 2.30: Solapamiento producido al extenderse el símbolo

Se extiende la señal en el espacio vacío de forma que el símbolo actual ocupa más de un ciclo. Sin embargo en este caso el comienzo del símbolo sigue perteneciendo a una zona conflictiva y éste es de vital importancia ya que el decisor establece en esta parte, el carácter del bit, es decir si es un “1” o un “0”. Para evitar posibles errores en

una zona tan conflictiva, se desplazará el símbolo hacia atrás de forma que el inicio del símbolo original se sitúe fuera de esa zona y se rellena el área desplazada.

Tal y como se desprende de la Figura 2.31, si se mueve el símbolo hacia atrás y se rellena convenientemente, no sólo se obtiene una señal continua (eliminado el problema anterior) sino que no surge el dilema de donde cortar la señal antes de demodular.

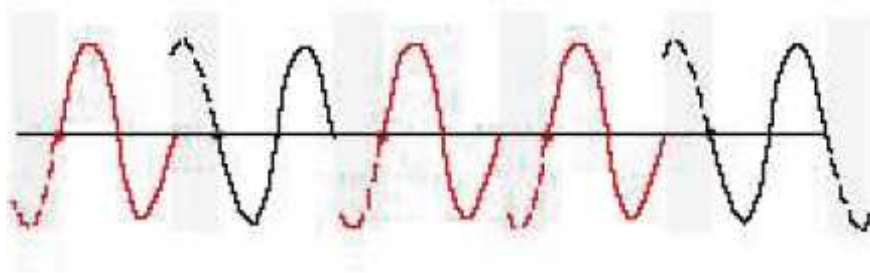


Figura 2.31: desplazamiento del símbolo y relleno

El proceso consiste pues en desplazar el símbolo de inicio hasta el límite que establece el esparcimiento producido por el retardo temporal y posteriormente rellenar el espacio de guarda generado con una copia procedente de la cola del símbolo. Con esta acción se cumple un doble objetivo:

1. Por un lado se mantiene el comienzo del símbolo fuera de la zona complicada con lo que se evita que se pueda corromper.
2. Se comienza la señal en la nueva frontera establecida por el límite del símbolo actual y que se encuentra fuera de la zona que no interesa.

El proceso anteriormente descrito se conoce como adición de un prefijo cíclico.

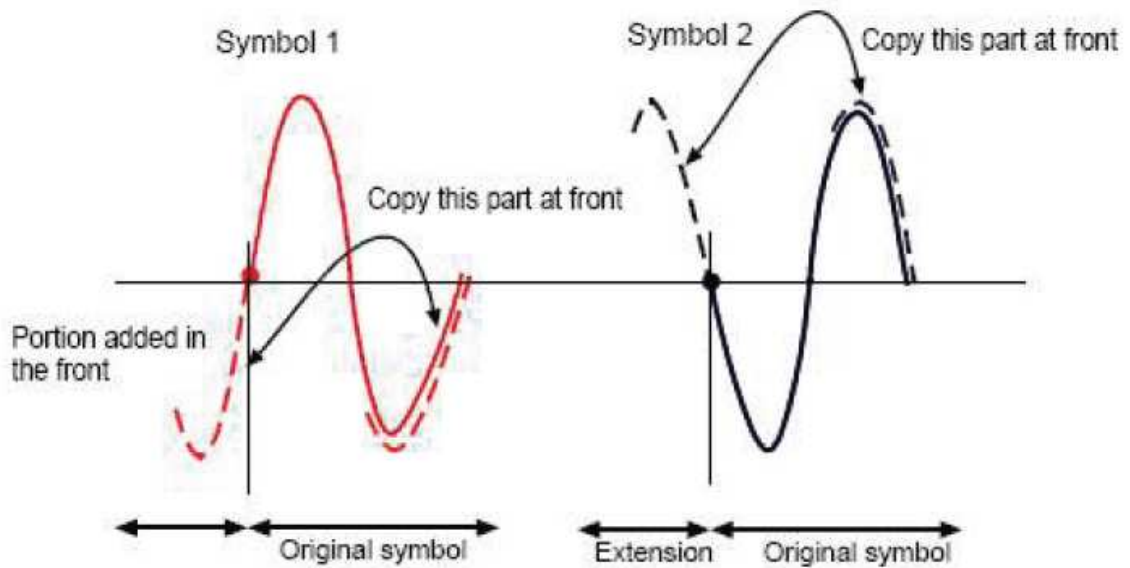


Figura 2.32: CP no es más que bits superfluos de señal añadidos al principio del símbolo

En OFDM se producen exactamente los procesos descritos. Una de las mayores ventajas de OFDM es su eficiencia atajando los efectos de retardos del canal multitrayectoria. En la mayoría de aplicaciones de OFDM, se inserta un intervalo de guarda entre los símbolos OFDM para prevenir las interferencias intersímbolo (ISI). Este intervalo de guarda se elige con duración mayor que el máximo retardo de entre todas las subportadoras de forma que las componentes debidas al retardo de un símbolo no interfieran en el siguiente. Consiste normalmente en una ristra de ceros.

Sin embargo, en ese caso, mientras que ISI no afecta, la interferencia interportadora (ICI) puede causar la pérdida de ortogonalidad entre subportadoras. Para anticiparnos al problema ICI, normalmente el símbolo OFDM se extiende cíclicamente en el intervalo de guarda. Así, cualquier réplica directa o retrasada de la señal continuará teniendo un número entero de ciclos. Esto asegura la ortogonalidad de los distintos subcanales siempre que el retardo sea menor al intervalo de guarda elegido.

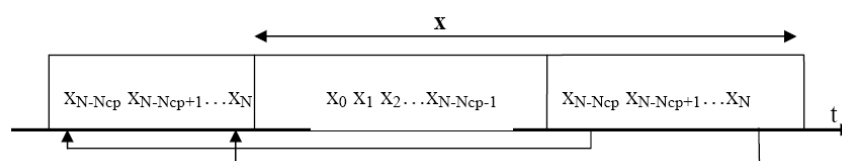


Figura 2.33: Símbolo OFDM tras la introducción del Prefijo Cíclico

Se define la duración del CP (en número de muestras) por el entero N_{cp} , que debe ser mayor que la longitud de la respuesta al impulso del canal para evitar efectivamente ISI e ICI. Se copian y pegan al principio los N_{cp} últimos bits del símbolo: $x(-1) = x(N-1)$; $x(-2) = x(N-2)$; ...; $x(-N_{cp}) = x(N-N_{cp})$.

En la Figura 2.34 se muestra un ejemplo de una señal OFDM con periodo igual a 32 muestras. Se desea añadir un CP del 25% para desplazar la señal. En primer lugar se toman trozos 32 muestras de longitud y se toma el 25 % (es decir 8) de las muestras y se suman al principio.

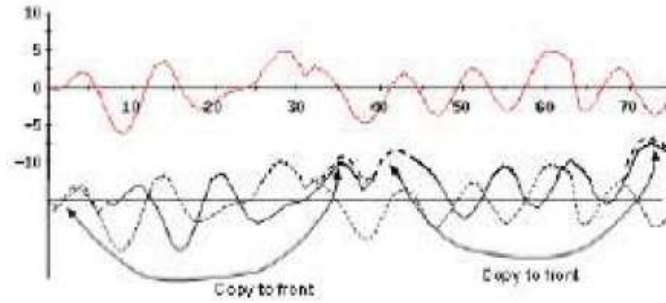


Figura 2.34: Adición del prefijo cíclico

Se añade el CP tras haber realizado el IFFT, justo antes de componer la señal. Tras haber llegado al receptor, se elimina el CP, para restablecer de nuevo la señal perfectamente periódica a la que aplicar la FFT y poder así recuperar la información de cada subportadora.

Pero no todos serán beneficios puesto que la inclusión del CP, a pesar que reduce los efectos del desvanecimiento y la interferencia intersimbólica, aumenta el ancho de banda de la señal y la energía que se debe transmitir incrementa con la longitud del prefijo cíclico.

La pérdida en SNR debida a la inserción del CP es:

$$SNR_{loss} = -10 \log_{10} \left(1 - \frac{N_{cp}}{N_T} \right) \quad (2.27)$$

donde N_{cp} es la longitud del prefijo cíclico y $N_T = N_{cp} + N$, siendo N la longitud de un símbolo OFDM.

2.7.4 Número óptimo de portadoras y del intervalo de guarda

Cuando la tasa de transmisión de símbolos, la selectividad en frecuencia y temporal del canal son restricciones, las prestaciones en la transmisión se vuelven más sensibles a la selectividad temporal, tanto más, cuanto mayor sea el número de subportadoras, puesto que la mayor anchura de la duración de símbolo hace al sistema más sensible al ruido FM aleatorio, mientras que se vuelven pobres cuando el número de subportadoras decrece, puesto que la anchura del espectro de potencia de cada subportadora hace al sistema ser menos robusto a la selectividad en frecuencia.

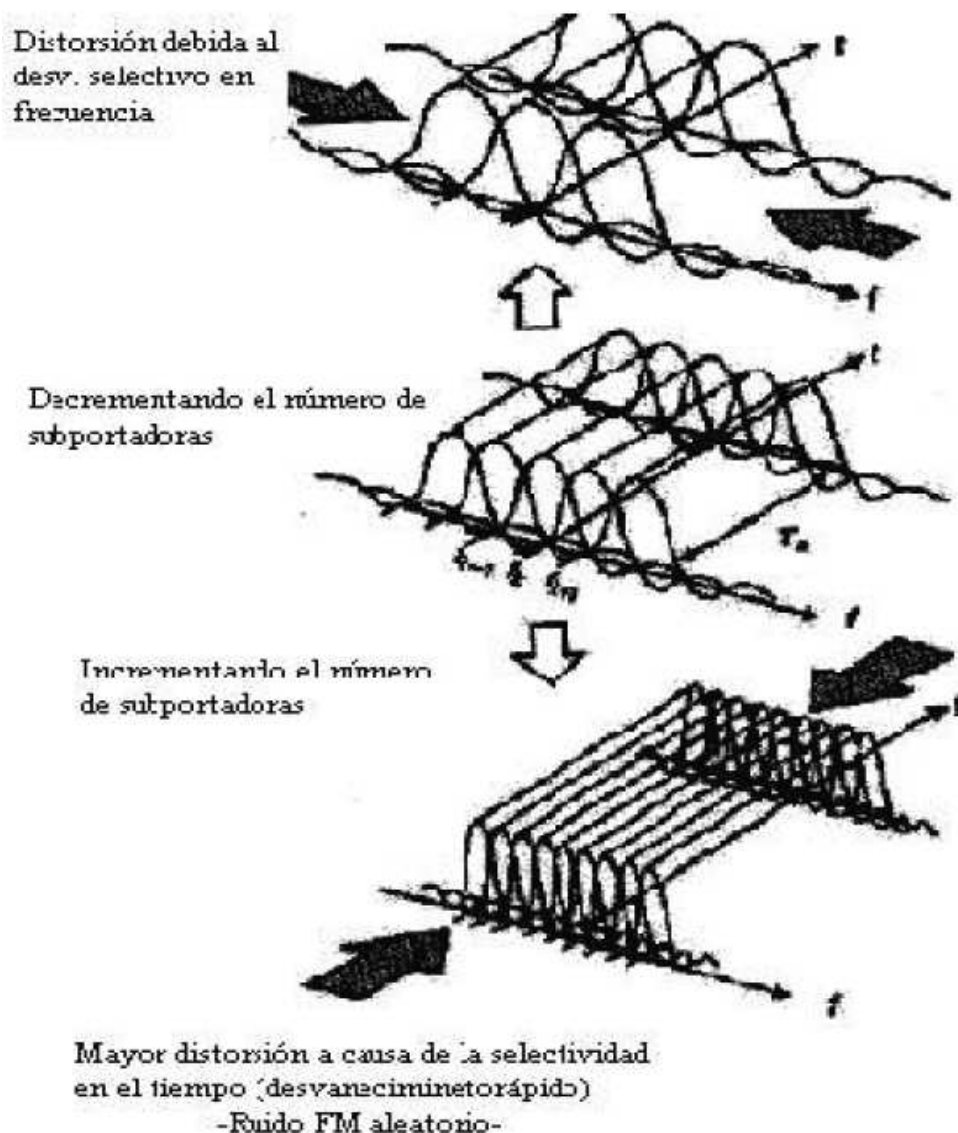


Figura 2.35: Relación entre el número de subportadoras, tiempo de símbolo, selectividad en tiempo y en frecuencia.

Por otro lado, las prestaciones de la transmisión se vuelven pobres cuando la longitud del intervalo de guarda se incrementa, ya que la transmisión de la señal en el intervalo de guarda introduce una pérdida de potencia, mientras que se vuelve más sensible a la selectividad en frecuencia cuando la longitud del intervalo de guarda decrece, ya que al ser más corto esa guarda lo hace menos robusto al retraso producido por el ensanchamiento.

2.7.5 Espectro de una señal OFDM

Las señales QPSK producen un espectro cuyo ancho de banda se puede expresar como $BW = (1+\alpha)R_S$. En OFDM, las portadoras adyacentes a la de información, pueden solaparse tal y como se ve en la Figura 2.36.

La suma de dos portadoras, permite ahora transmitir $3R_S$ sobre un ancho de banda de $[-2R_S, 2R_S]$. Esto produce una eficiencia espectral de $4/3$ Hz por símbolo para tres portadoras o una de $6/5$ para 5 portadoras.

Como regla general se cumple que si añadimos N portadoras, la eficiencia espectral vendrá dada por $(N+1)/N$ Hz por símbolo.

Así, cuanto mayor sea el número de portadoras, mayor eficiencia. En la Figura 3.37 se nos muestra el espectro de una señal OFDM. Cabe destacar que el rango de la señal que no nos interesa disminuye rápidamente 50dB y si comparamos ese espectro con el de la Figura 3.38, comprobamos como ésta tiene mucha menor varianza y además las bandas laterales no disminuyen tan súbitamente.

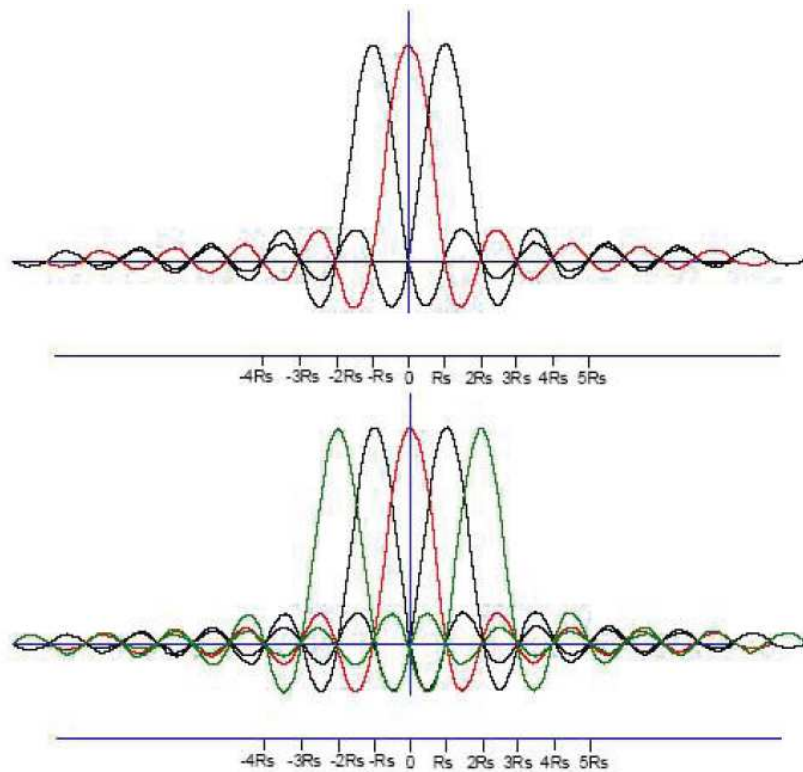


Figura 2.36: Espectro de una señal OFDM frente al espectro de una señal QPSK

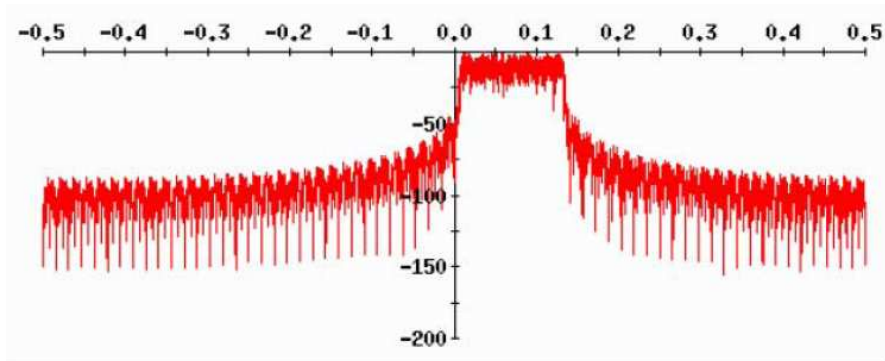


Figura 2.37: Espectro de una señal OFDM con 1024 portadoras

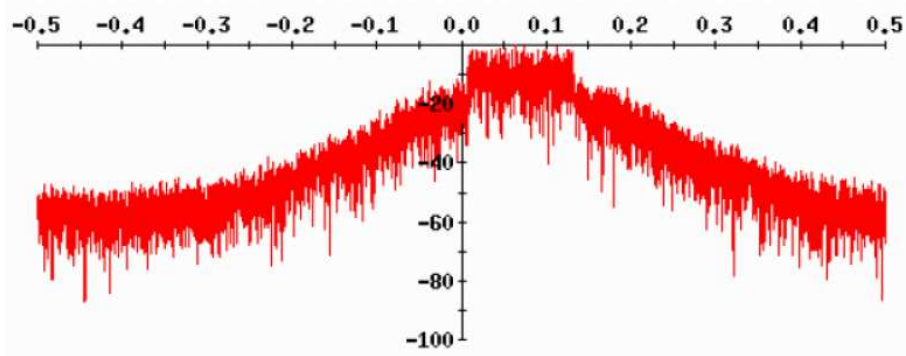


Figura 2.38: Espectro de una señal QPSK

2.7.6 PAPR (Peak to Average Power Ratio)

Si una señal procede de la suma de N señales cuya amplitud máxima es 1 voltio, no es descabellado pensar que en un determinado instante esta señal pueda alcanzar una amplitud máxima de N en el caso de que las N señales se encuentren sumando sus máximos simultáneamente.

La PAPR se define como:

$$R = \frac{|x(t)|^2}{P_{avg}} \quad (2.28)$$

donde P_{avg} representa la potencia media.

Para una señal OFDM con 128 sub-portadoras, cada una con una potencia normalizada de 1 W, el máximo PAPR que se puede producir es de 21 dB. Este será el caso en el que las 128 portadoras se combinen en su punto máximo. El valor medio de PAPR rondará los 10-12 dB.

La variación de la amplitud que se puede observar en la Figura 2.38 produce un aumento del nivel del ruido en la banda de interés y un incremento de la tasa de error de bit cuando una señal OFDM atraviesa un amplificador no lineal. Este efecto impide el uso de señales OFDM en aplicaciones que requieran estos amplificadores como puede ser un enlace satélite.

Para mitigar la PAPR existen varias posibilidades:

1. Mantener el nivel de potencia: Podemos mantener la potencia de la señal en un cierto nivel deseado. Esto reduce la PAPR pero introduce otras distorsiones y la ICI.
2. Mapeo Selectivo: Se trata de multiplicar la señal de datos por un conjunto de códigos, calcular la IFFT de cada uno y escoger aquel que presente menor PAPR.

3. IFFT parcial: Consiste en dividir la señal en celdas, calcular la IFFT de cada una y combinarlas. De esta forma, si subdividimos 128 subportadoras en cuatro grupos de 32, la máxima PAPR será de 12 dB en lugar de 21 dB del conjunto completo. Posteriormente se combinan las cuatro secuencias para formar la señal transmitida.

2.7.7 Parámetros de una señal real de OFDM

Veremos los parámetros reales de los sistemas OFDM en cualquiera de las aplicaciones típicas de este tipo de modulación, como puede ser por ejemplo la DVB o ADSL.

Los parámetros con sus correspondientes valores son:

- Tasa de datos: De 6 Mbps a 48 Mbps.
- Tipo de modulación: BPSK, QPSK, 16 QAM y 64 QAM
- Codificación: Convolutacional concatenado con Reed Solomon.
- Periodo de la FFT : También denominado periodo de símbolo, su valor típico es de $1/T = 3.2 \mu\text{seg}$.
- Tamaño de la FFT : 64 de los cuales se suelen usar sólo 58, 48 para datos y 4 para señales piloto.
- Separación de frecuencia entre subportadoras: 20 Mhz divididos en 64 portadoras de 0.3125 Mhz.
- Duración del periodo de guarda: Un cuarto de símbolo, es decir, $0.8 \mu\text{seg}$.
- Tiempo de símbolo: $4 \mu\text{seg}$.

2.8 Problemas OFDM

Los principales problemas que tiene OFDM son la sensibilidad frente a errores en la sincronización, la existencia de picos en la señal mucho mayores que la media de la señal (la señal OFDM tiene el aspecto de una señal aleatoria esto hace que tenga picos mucho mayores que la media) y la potencia fuera de banda, además del problema que acarrearán las no linealidades que estudiaremos con más detenimiento en el Capítulo 3 de este proyecto.

A continuación se exponen los problemas de sincronización: de símbolo, de frecuencia de portadora y de frecuencia de muestreo así como el problema de la amplitud y el de la potencia fuera de banda. Al final de este apartado también se muestra el efecto de estos problemas en un entorno multitrayecto.

2.8.1 Sincronización de símbolo

En los sistemas OFDM se presta una gran atención a la sincronización de símbolo por su gran importancia, sin embargo los requerimientos de temporización se relajan gracias a la inclusión del CP.

Un offset de temporización provoca una rotación de las subportadoras dentro de la constelación de señales usada, mayor cuanto más cerca se encuentren de los extremos de la banda de frecuencia. Realizaremos un análisis de este fenómeno.

Supongamos que la señal en recepción lleva un retraso de $n\varepsilon$ muestras no corregidas, es decir estamos la siguiente situación:

$$r(n - n\varepsilon) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left[\sum h(i) a_k e^{-j2\pi ki/N} \right] e^{-j2\pi k(n-n\varepsilon)/N} \quad (2.29)$$

Los puntos de la constelación que toma el demodulador en recepción sufren un doble efecto:

$$Z_k = a_k \left[\sum h(i) e^{-j\frac{2\pi ki}{N}} \right] e^{-j\frac{2\pi kn\varepsilon}{N}} \quad (2.30)$$

Por un lado k toma el efecto del canal mediante el producto con la función de transferencia $H(k)$:

$$H(k) = \sum h(i) e^{-j\frac{2\pi ki}{N}} \quad (2.31)$$

Por otro lado a_k también sufre una rotación que viene determinada por el término de $e^{-j\frac{2\pi kn\epsilon}{N}}$.

Podemos ver como hemos dicho que el efecto es más intenso a medida que incrementamos la frecuencia, o lo que es lo mismo cuanto más nos acerquemos al extremo de la banda.

A continuación se muestra una imagen sobre el efecto en una constelación QPSK:

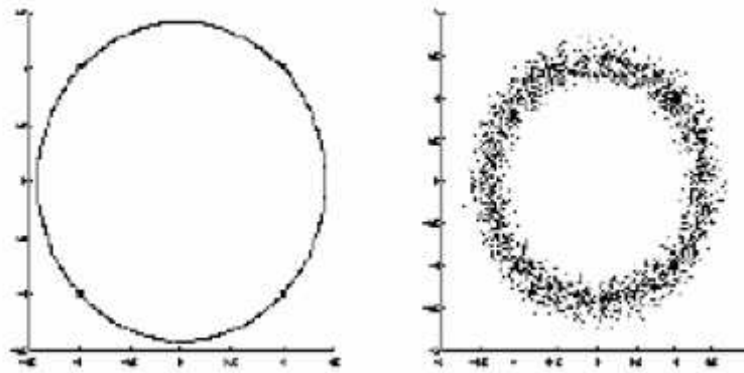


Figura 2.39: Efecto de error en sincronización de símbolo sobre constelación QPSK

Si el error de sincronización es lo suficientemente pequeño como para mantener la respuesta impulsiva del canal constante dentro del CP, entonces la ortogonalidad se mantiene. En este caso el offset se puede considerar como un desplazamiento de fase introducido por el canal, de manera que las rotaciones de fase introducidas pueden estimarse mediante un estimador de canal, sin embargo si el desplazamiento es mayor que la longitud del CP, entonces la ISI sí afectará nuestro sistema.

2.8.1.1 Estimadores de tiempo

Describiremos dos posibles alternativas basadas en estimadores de tiempo para minimizar las consecuencias de este negativo efecto: una primera opción basada en pilotos y otra en el prefijo cíclico.

➤ **Opción basada en pilotos:** Fueron Warner y Leung los que propusieron una solución del primer tipo. Utilizaron un esquema donde la señal OFDM se transmitía en FM, y el transmisor codificaba un cierto número de subcanales reservados con fases y amplitudes conocidas. Esto le permite la comparación entre la señal recibida y la que debería tener. Estos algoritmos se pueden dividir en tres etapas:

- En la primera (detección de potencia) se detecta si hay presencia de señal OFDM midiendo el nivel de potencia y comparándolo con un cierto umbral decidiendo si ha llegado un símbolo.
- En la segunda fase (detección gruesa) se adquiere un alineamiento de sincronización con un error máximo de 0.5 muestras. Este grado de alineamiento no es aceptable, sino que se usa para simplificar el posterior proceso de captura, ya que éste supone que el error de temporización es pequeño. Esta sincronización gruesa se obtiene correlando la señal recibida con una copia retrasada de la misma. Para poder detectar el pico de correlación con suficiente precisión, se usa un filtro digital que interpola los datos a una velocidad cuatro veces superior a la original.
- En la última fase (sincronización fina), los subcanales reservados se ecualizan con la estimación de canal obtenida a partir de los pilotos. Dado que la sincronización gruesa garantiza que el error de temporización es menor que 0.5 muestras, la respuesta impulsiva del canal se encuentra dentro del CP.

➤ **Opción basada en prefijo cíclico:** La diferencia entre dos muestras espaciadas N posiciones se puede representar como $r(k) - r(k + N)$. Cuando una muestra pertenece al prefijo cíclico y la otra al símbolo OFDM del cual se ha copiado, dicha diferencia es pequeña. Si se envueltura con una ventana rectangular de la misma longitud que el CP obtendremos una serie de mínimos, cada uno de los cuales se encontrará al comienzo de los símbolos OFDM. Esta idea se formaliza matemáticamente mediante la función de verosimilitud, la cual se maximiza para obtener de manera simultánea los offsets temporal y frecuencial. Para el caso de offset frecuencial nulo y offset temporal θ tenemos:

$$\Lambda(\theta) = \sum_{k=\theta}^{\theta+L-1} \frac{2}{SNR+1} \operatorname{Re}\{r(k)r^*(k+N)\} - \frac{SNR}{SNR+1} |r(k) - r(k+N)|^2 \quad (2.32)$$

2.8.2 Ruido de fase de portadora

Es causado por las imperfecciones de los osciladores del transmisor y del receptor. Para canales selectivos en frecuencia, la rotación de fase que introduce esta anomalía es indistinguible de las rotaciones de fase de un error de temporización. El ruido de fase se modela mediante un proceso de Wiener $\theta(t)$ con $E\{\theta(t_0+t)-\theta(t_0)\}^2=4\pi\beta|t|$ donde β en Hz. Se puede estimar la degradación en la SNR provocada por el ruido de fase o lo que es lo mismo el incremento en la SNR necesitado para mantener la calidad del enlace.

$$D(db) \approx \frac{11}{6 \ln 10} \left(4\pi N \frac{\beta}{W} \right) \frac{E_s}{N_0} \quad (2.33)$$

donde W representa el ancho de banda y E_s/N_0 la SNR por símbolo. Nótese que la degradación aumenta con el número de portadoras. Debido a las rápidas variaciones de la fase del ruido, se pueden producir grandes problemas.

2.8.3 Sincronización de la frecuencia de muestreo

La señal continua recibida debe ser muestreada en instantes de tiempo dados por el reloj de recepción. Existen dos tipos de métodos que tratan con el error en la frecuencia de muestreo.

En sistemas de muestreo sincronizado un algoritmo de temporización controla un oscilador de cristal controlado por tensión con objeto de alinear los relojes de transmisión y recepción. El otro método es el de muestreo no sincronizado, en el cual la tasa de muestreo permanece fija y se realiza un post-procesado digital.

El efecto de un offset en la frecuencia es doble: la componente útil de la señal se ve rotada y atenuada, y por otro lado se introduce ICI en el sistema.

A partir de los estudios publicados hasta la fecha se desprende que los sistemas de muestreo no sincronizados son mucho más sensibles al offset de reloj que los de muestreo sincronizado.

2.8.4 Sincronización frecuencia de subportadora

El offset frecuencial se produce como consecuencia de diferencias en los osciladores de transmisor y receptor, desplazamientos Doppler o desfases introducidos por canales no lineales. Hay dos efectos destructivos provocados por el offset en la frecuencia de portadora: uno es la reducción en la amplitud de la señal como consecuencia de que las senoides no se muestrean en su máximo, el otro es la aparición de ICI en el sistema. Este último es provocado por la pérdida de de ortogonalidad entre los subcanales.

En la Figura 2.40 vemos la reducción de la amplitud, al no muestrearse en el máximo; y cómo se produce la ICI al tomar parte de la señal del subcanal contiguo.

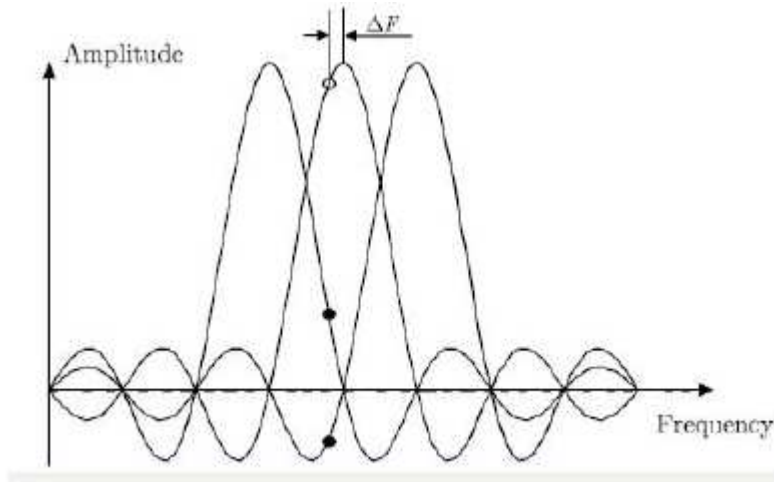


Figura 2.40: Representación de un efecto de offset en la frecuencia de muestreo

Pollet evaluó analíticamente la degradación en la BER provocada por la presencia de offset frecuencial de portadora para un canal AWGN. Denotemos el offset frecuencial relativo, normalizado por el espacio entre subcanales como:

$$\Delta f = \frac{\Delta F}{W/N} \quad (2.34)$$

donde ΔF es el offset frecuencial, N es el número de subportadoras y W el ancho de banda de la señal OFDM. La degradación D que sufre la SNR (en dB) puede ser aproximada por:

$$D(\text{dB}) \approx \frac{10}{3 \ln 10} (\pi \Delta f)^2 \frac{E_s}{N_0} = \frac{10}{3 \ln 10} \left(\pi \frac{N \Delta f}{W} \right)^2 \frac{E_s}{N_0} \quad (2.35)$$

vemos como D aumenta con el cuadrado del número de canales cuando Δf y W son constantes.

2.8.4.1 Estimadores de frecuencia

Al igual que en el caso de la sincronización de símbolo, los distintos esquemas de sincronización de portadora se basan en el uso de pilotos o en el aprovechamiento de las características del CP.

➤ **Opción basada en pilotos:** En los algoritmos basados en pilotos, algunas subportadoras se usan para la transmisión de símbolos conocidos. Este conocimiento permite la estimación de las rotaciones de fase, las cuales tiene una correspondencia directa con el offset frecuencial.

➤ **Opción basada en prefijo cíclico:** Las técnicas basadas en el CP utilizan la redundancia introducida por éste de dos maneras: creando una función que alcanza su máximo en el instante de offset nulo y hallando dicho máximo, o bien usando estimación de máxima verosimilitud.

Es interesante resaltar la relación entre la sincronización temporal y frecuencial. Si deseamos facilitar ésta última, lo podemos hacer rebajando el número de subportadoras, lo cual hace aumentar el espaciado entre ellas, sin embargo esto dificultaría la sincronización temporal debido a que la disminución en N reduciría la longitud de los símbolos. Esta relación se puede representar con la siguiente ecuación:

$\Delta f_c \frac{N}{W} = 1$, donde Δf_c es el espaciado frecuencial entre subportadoras, N el número de subportadoras y W el ancho de banda de la señal OFDM.

2.8.5 Problema de la amplitud

Un problema importante en las señales es que las amplitudes tengan una gran dispersión ya que requiere que los amplificadores sean muy lineales y tengan un rango dinámico muy grande.

Este fenómeno se estudia con una figura denominada PAPR (Peak to Average Power Ratio) que mide la relación entre la máxima potencia que puede llegar a alcanzar una señal y la potencia media.

La señal que se obtiene a la salida de un transmisor OFDM tiene una gran dispersión en su amplitud por lo que hace que su PAPR sea elevada. La consecuencia directa de esto es la necesaria utilización de amplificadores muy buenos con un rango dinámico dos o cuatro veces el de un sistema con una sola portadora. Esto hace ineficiente el uso de OFDM para aplicaciones móviles ya que encarecería el terminal y limitarían la duración de la batería.

La amplitud de una señal OFDM sigue aproximadamente una distribución Gaussiana.

Aunque para las señales OFDM la PAPR es gen de la mayoría de la potencia esta concentrada en las amplitudes pequeñas y las amplitudes altas ocurren con poca probabilidad. Una técnica simple para eliminar los picos altos de la señal es acotarla (clipping) en la parte digital antes de que llegue a los amplificadores analógicos. Pero esto representa una pérdida de energía que aparece en el receptor como un ruido aditivo.

En general, la falta de linealidad en los amplificadores recorta la amplitud de la señal de entrada. Los repentinos cambios de amplitud generan componentes espectrales de alta frecuencia, en el espectro de la potencia de la señal, que hacen ensañar su espectro. Este fenómeno provocado por la falta de linealidad de los transistores finales de potencia provoca lo que se conoce como interferencia del canal adyacente (ACI). Si consideramos el caso de una señal OFDM que es amplificada por un elemento activo no lineal, esta señal no tendrá una envolvente constante; en otra palabras, la forma de onda es como la de un ruido Gaussiano de banda estrecha a consecuencia del teorema central

del límite. Además, si se intenta reducir el ensanchamiento espectral con un back-off elevado, no se pueden eliminar totalmente las repentinas variaciones de la señal de entrada. Por tanto, esta radiación generada fuera de banda provoca interferencia entre subportadoras. Esta es otra de las grandes desventajas de OFDM.

2.8.6 Potencia fuera de banda

Para reducir la interferencia con otros sistemas en las frecuencias adyacentes a la banda que utilizamos, hay que minimizar la señal en el ancho de banda deseado.

Para simplificar los cálculos suponemos que vamos a medir la potencia a una frecuencia $f = \Delta f q$ donde Δf es la separación entre portadoras y q es un número entero.

Para una subportadora la señal transmitida en el periodo de un símbolo OFDM es

$$x(t) = \exp\left(j \frac{2\pi}{N} pt\right) \text{rec}(0, T) \quad (2.36)$$

$$X(f) = \frac{\sin(\pi(Tf - p))}{\pi(Tf - p)} \exp(-j\pi(Tf - p)) \quad (2.37)$$

que para una frecuencia normalizada $k = \Delta f T$ nos queda

$$S_{k,p} = \frac{\sin(\pi(k - p))}{\pi(k - p)} \exp(-j\pi(k - p)) \quad (2.38)$$

La potencia a la frecuencia $f = \Delta f q$ con $q \in [N, \infty]$ es la suma de las potencias de todas las subportadoras.

$$P(q) = E \left[\sum_{p=0}^{N-1} a_p s_{q,p} \right] \quad (2.39)$$

Si los datos a transmitir a_p se suponen estadísticamente independientes con media cero y potencia unidad

$$P(q) = \sum_{p=0}^{N-1} |s_{q,p}|^2 \quad (2.40)$$

2.8.7 Problema del multitrayecto

Aunque hasta ahora sólo hayamos hecho un análisis del sincronismo considerando un canal perfecto, ahora se considerará un canal real en el cual se produce el fenómeno del multitrayecto.

Supondremos que la longitud del CP es mayor que la de la respuesta impulsiva del canal multitrayecto, evitando así ISI e ICI debida a posibles errores en el sincronismo de símbolo.

La parte de la señal transmitida sin el prefijo es:

$$x(t) = e^{j2\pi f_c t} \sum_{k=0}^{N-1} a_{k,i} e^{j2\pi k t / T} \text{ para } (i-1)T < t < iT \quad (2.41)$$

La señal recibida debida a un único trayecto después de eliminar el prefijo es:

$$\begin{aligned} v_p(t) &= g_p e^{(j2\pi f_c (t-\tau_p))} \sum_{k=0}^{N-1} a_{k,i} e^{j2\pi k (t-\tau_p) / T} = \\ &= g_p e^{(j2\pi f_c (t-\tau_p))} \sum_{k=0}^{N-1} a_{k,i} e^{j2\pi k t / T} e^{j(\theta_p + k\phi_p)} \text{ para } (i-1)T < t < iT \end{aligned} \quad (2.42)$$

donde g_p es la amplitud del eco p .

La rotación de fase se debe a dos componentes $\theta_p = -2\pi f_c \tau_p$ y $k\phi_p = -k2\pi f_c \tau_p / T$. El primer término es el mismo para todas las subportadoras.

Para casos típicos el retraso introducido por un eco, τ_p , es mucho mayor que el periodo de la portadora y los valores de θ_p , de forma aproximada, se distribuyen uniformemente sobre 2π . Si la duración de la respuesta impulsiva del canal es mucho menor que la duración del símbolo OFDM, $k\phi_p$ es muy pequeño y prácticamente no tiene efecto. Cuando esto ocurre se dice que hay desvanecimiento plano y entonces para un eco todas las subportadoras sufren la misma atenuación.

Si los ecos crean un cambio en la frecuencia de la portadora (efecto Doppler) esta variación se estudia igual que se estudió el offset entre los osciladores. Para este caso y si se cumple la condición de desvanecimiento plano tenemos que en el receptor las salidas para un determinado canal son:

$$z_{m,i,p} = g_p e^{j\theta_p} \sum_{i=0}^{N-1} c_{l-m,p} a_{l,i} \quad (2.43)$$

donde

$$c_{l-m,p} = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} \frac{\sin\left(\pi(1-m+\Delta f_p T)\right)}{\sin\left(\frac{\pi(1-m+\Delta f_p T)}{N}\right)} e^{j\left(\frac{N-1}{N}\right)\pi(l-m+\Delta f_p T)} \quad (2.44)$$

$C_{l-m,p}$ es el peso para calcular la ICI sobre la subportadora m introducida por la subportadora l y Δf_p es el cambio de frecuencia que introduce el eco p .

La ICI total viene dada por:

$$\frac{\text{potencia media de la señal deseada}}{\text{potencia media ICI}} = \frac{\sum_{\forall \text{ca min os}} |c_{0,p}|^2}{\sum_{\forall \text{ca min os } l \neq m} \sum_{l=0}^{N-1} |c_{l-m,p}|^2} \quad (2.45)$$

Si no consideramos el CP, entonces aparece ISI e ICI debido a que cada eco llega con un retardo p . Este fenómeno se estudia igual que si no existiera sincronismo en el receptor. Entonces si $z_{m,i,p}$ es el símbolo recibido en la subportadora m en el símbolo i debido al eco con retraso p se tiene:

$$z_{m,i} = \sum_{\forall \text{ca min os}} z_{m,i,p} \quad (2.46)$$

Si no consideramos el prefijo cíclico aparece ISI he ICI debido a que cada eco llega con un retraso p . Este fenómeno se estudia igual que si no existiera sincronismo en el receptor. Para cada camino, cada $z_{m,i,p}$ tiene una ICI que se calcula igual que si calculamos la ICI debida a un error de duración p en el sincronismo.

2.9 Aplicaciones OFDM

Debido a la complejidad de la implementación, la utilización de OFDM ha sido escasa hasta hace poco tiempo. Su uso se engloba dentro de las aplicaciones multimedia móviles de banda ancha en canales radio variantes en el tiempo y selectivos en la frecuencia.

La transmisión multimedia (gráficos, audio, texto, voz, video) requiere que el sistema de transmisión sea capaz de adaptarse a las diferentes peticiones de cada uno de los servicios en términos de velocidad, BER admisible y retraso máximo. Esta fue la razón por la que OFDM fue propuesta en 1987 para aplicaciones de radiodifusión y recepción móvil.

Entre los sistemas que usan la modulación OFDM destacan:

- La televisión digital DVB-T
- La radio digital DAB
- La radio digital de baja frecuencia DRM
- El protocolo de enlace ADSL
- El protocolo de red de área local IEEE 802.11^a/g, también conocido como Wireless LAN y el estándar HIPERLAN2.
- El sistema de transmisión inalámbrica de datos WiMax.

La modulación OFDM fue desarrollada en el seno de los programas DAB(Digital Audio Broadcasting) y DVB-T (Digital video Broadcasting-Terrestrial) del ETSI (European Telecommunications Standards Institute).

Más recientemente, OFDM ha sido empleada para aplicaciones con soporte 'cable', como los sistemas ADSL (Asynchronous Digital Subscriberline) y HDSL (High bit rate DSL). Además ha sido propuesta para comunicaciones por línea de potencia.

Se ha comprobado que OFDM es muy eficiente en el uso de ancho de banda disponible y en combatir los desvanecimientos por multitrayecto. Por esta razón, OFDM se está considerando actualmente como la técnica de transmisión más prometedora para

soportar las futuras comunicaciones multimediales inalámbricas en canales selectivos en frecuencia, y además se está investigando su aplicación conjunta con técnicas CDMA (Code Division Multiple Access).

Mientras tanto, OFDM ha sido adoptada como un estándar para las nuevas WLAN (Wireless LAN: redes de área local inalámbrica) de alta velocidad, como son IEEE802.11 (EEUU), HIPERLAN2 (Europa) y MMAC (Japón).

Debido al elevado rango dinámico de la señal OFDM, el principal factor de deterioro del sistema está dado por la distorsión no lineal generada por el amplificador de potencia (HPA: High Power Amplifier) situado a la salida del transmisor.

Aunque inadvertido durante algún tiempo, ha habido un incremento de interés hacia el tema de multiportadora, y en particular, hacia Orthogonal Frequency-Division Multiplexing (OFDM), no sólo para la difusión de audio digital (DAB) y la difusión de video digital (DVB), sino que también para modems de alta velocidad sobre líneas digitales de alta velocidad (xDSL), y, más recientemente, para banda ancha en redes locales inalámbricas (ETSI BRAN HIPERLAN/2 armonizado con IEEE 802.11^a).

OFDM conlleva transmisiones de bloques redundantes y permite una simple ecualización de frecuencia selectiva a la respuesta impulsiva finita de canal (FIR), gracias a la IFFT (inverse fast Fourier transform) la transformada inversa rápida de Fourier, la precodificación y la inserción del conocido prefijo cíclico (CP) en el transmisor. Al final en el receptor, el CP es desechado para evitar la interferencia de interbloque (IBI), y cada bloque truncado es procesado por un algoritmo FFT de forma que esta operación transforma el canal selectivo en frecuencia en subcanales independientes de respuesta plana en paralelo, cada uno de los cuales corresponde a una subportadora diferente.

Capítulo 3: Estudio no linealidad en sistema OFDM

3.1 Introducción

Como sabemos, un sistema de comunicación trata de transmitir cierta información desde un transmisor a un receptor, de una manera eficiente y fiable. Contra este propósito, se dan ciertos problemas que degradan la calidad de la transmisión y que, a la hora de diseñar un sistema completo, se debe tratar de conseguir que los efectos nocivos de éstos sobre nuestros sistemas sean mínimos.

Un efecto nocivo muy popular en los sistemas de comunicaciones es el ruido. Como ruido se suele entender una serie de degradaciones que se producen en la señal de interés desde que se genera en la fuente hasta que llega al demodulador. Estas degradaciones, en general, tienen carácter aleatorio. Su estudio se basa en la caracterización de los mismos a partir de medidas para un posterior ajuste a un modelo estadístico. De este modo, se suele hablar de ruido Gaussiano o Rayleigh. Así mismo, la forma de introducir este fenómeno en un sistema ha sido la suposición de que esta degradación es consecuencia de la adición a nuestra señal de interés de una señal aleatoria, generalmente a la salida del transmisor. Sin embargo, suelen ser fuentes de

ruido tanto los dispositivos que conforman el transmisor y el receptor como el medio, físico o inalámbrico, que hay entre transmisor y receptor.

Además de este popular efecto nocivo, es muy común encontrar en sistemas que usan amplificadores de alta potencia, una cierta distorsión de la señal a su paso por este dispositivo amplificador. Por lo general, esta distorsión se suele asociar al hecho de que, para mejorar la eficiencia de un transmisor, se suele polarizar el transistor en una zona no lineal, por lo que la señal sufre lo que se denomina una distorsión no lineal. Esta distorsión no lineal provocará efectos nocivos a nuestra señal (recrecimiento espectral y aumento de la tasa de error de bits).

En particular, asumiremos que la no linealidad viene producida únicamente por el amplificador de potencia, lo cual es una buena aproximación muy usada en la literatura actual. De esta forma, parece interesante estudiar la forma de operar de un amplificador de potencia, intentando hallar un modelo que relacione la entrada con la salida, teniendo en cuenta los efectos no lineales y de memoria.

Este capítulo pretende dar al lector unos conocimientos generales sobre el tema referente a la no linealidad, haciendo hincapié en los sistemas OFDM que es el tema principal de este proyecto. Para ello este capítulo se ha dividido en dos partes bien diferenciadas:

- Estudio general no linealidad: En esta primera parte se realiza el estudio sobre la no linealidad sin pretender centrarse en los sistemas OFDM, sino en presentar todos los conocimientos necesarios para posteriormente realizar el estudio de los sistemas OFDM no lineales. Para ello, esta sección contendrá conocimientos sobre los diferentes tipos de no linealidades, los distintos modelos que se utilizan para representar la no linealidad en los sistemas y por último los efectos que normalmente causan las no linealidades en los sistemas de comunicación.
- No linealidad en OFDM: Esta segunda sección se centrará en el estudio matemático de las no linealidades en los sistemas OFDM. Se expondrán unos conocimientos y se llegarán a unas ecuaciones sobre los sistemas OFDM no lineales que serán utilizados y simulados en el capítulo posterior sobre simulación del efecto de la no linealidad en sistemas OFDM.

3.2 Estudio general de las no linealidades

Como se ha comentado anteriormente en esta sección se va a realizar un estudio general sobre las no linealidades en el cual se expondrán los distintos tipos de no linealidades, posteriormente los modelos matemáticos que pueden ser utilizados para representar las no linealidades y los parámetros más importantes que caracterizan a los amplificadores no lineales, y por último los efectos que tienen en los sistemas las no linealidades.

3.2.1 Modelado del canal con y sin memoria

Los amplificadores de potencia (PA o HPA) son elementos indispensables de los sistemas de comunicaciones modernos y son componentes inherentemente no lineales. Los PAs se pueden clasificar de acuerdo al grado de no linealidad que presenten, lo cual también dicta su eficiencia. Una alta linealidad del amplificador implica baja eficiencia, lo que significa que la potencia que llega a la carga es reducida. Por otra parte, una alta no linealidad, causa efectos nocivos como recrecimiento espectral y un aumento en la tasa de error de bit. Así pues, la linealización de los PA es a menudo necesaria con el objetivo de mejorar la linealidad manteniendo una buena eficiencia.

La predistorsión es un método popular para linealizar un PA para lo cual, el modelado del PA a veces es un importante primer paso. Antes de escoger un método de linealización, se debe decidir si el PA muestra efectos de memoria. Las causas de los efectos de memoria pueden ser eléctricos o electro-térmicos. Amplificadores de alta potencia (HPA) tales como los usados en las estaciones bases de sistemas wireless presentan esos efectos de memoria; las señales de banda ancha también tienden a incluir efectos de memoria en el PA. En estos casos, una predistorsión sin memoria sería inefectiva. Entonces, una representación de los efectos de memoria de los PA parece crucial para emprender la tarea del diseño de los métodos de linealización.

Denotemos por $\tilde{x}(t)$ la señal de entrada en banda base al PA y por $\tilde{y}(t)$ la salida en banda base. La conversión AM/AM se define como la función que recoge el cambio entre la amplitud de la señal en banda base de entrada, $|\tilde{x}(t)|$, y la amplitud de la señal en banda base de la salida, $|\tilde{y}(t)|$. La conversión AM/PM se define como la función que

recoge el cambio entre la amplitud de la señal en banda base de entrada, $|\tilde{x}(t)|$, y la desviación de la fase de la señal en banda base de la salida, $\angle[\tilde{y}(t)] - \angle[\tilde{x}(t)]$. La linealización de dispositivos no lineales que pueden ser completamente caracterizados con las conversiones AM/AM y AM/PM no suele ser demasiado complicada. Por ejemplo, estos predistorsionadores pueden ser implementados con una tabla de correspondencia (look up table, LUT). La LUT crea las funciones de mapeo (AM/AM y AM/PM) para el predistorsionador, con valores que son complementarios a los que genera el PA antes esas mismas entradas.

Consideremos un ejemplo, un modelo en banda base de un PA no lineal de orden $(2K+1)$:

$$\tilde{y}(t) = \sum_{k=0}^K a_{2k+1} |\tilde{x}(t)|^{2k} \tilde{x}(t) \quad (3.1)$$

donde a_{2k+1} es el coeficiente del término no lineal de orden $(2K+1)$.

Desde el punto de vista del procesamiento de señal, el sistema representado por la Ecuación (3.1) es sin memoria, ya que la salida $|\tilde{y}(t)|$ depende sólo de la entrada $|\tilde{x}(t)|$ en ese mismo instante. Sin embargo, en la literatura de Microondas y RF, si $\{a_{2k+1}\}$ son reales, el modelo de (3.1) se llama sin memoria, si la conversión AM/PM es constante. De otro modo, el sistema representado por la Ecuación (3.1) es considerado cuasi-sin memoria, lo que implica que existen efectos de memoria de término corto. Los síntomas de un sistema cuasi-sin memoria es que la conversión AM/PM varía con $|\tilde{x}(t)|$. Así pues, a veces es confuso encontrar la naturaleza exacta de los efectos nocivos en dispositivos no lineales usados en comunicaciones.

Cuando efectos de memoria de término largo suceden, las conversiones AM/AM y AM/PM son insuficientes para caracterizar al PA, y se emplean modelos más elaborados como el de las series de Volterra.

En este apartado examinaremos qué significan los efectos de memoria paso banda y en banda base. A continuación, trataremos de relacionar los modelos de no linealidades en banda base y paso banda. Pasaremos a explicar cuatro sistemas especiales con memoria ampliamente utilizados. Por último, incluiremos un pequeño resumen del apartado.

3.2.1.1 Representación en banda base

En esta sección, obtendremos la relación entrada/salida de la señal en banda base a partir de la relación entrada/salida de la correspondiente señal paso banda. Después, consideraremos dos casos, cuasi-sin memoria y sin memoria.

En la Figura. 3.1, un diagrama de bloques muestra la conversión de una señal compleja en banda base a paso banda, la transmisión de la señal real paso banda al canal y la conversión a banda base de nuevo en el lado receptor. La relación entre el valor real paso banda, $x(t)$, y el valor complejo en banda base, $\tilde{x}(t)$, viene dado por:

$$x(t) = \text{Re}\{\tilde{x}(t)e^{j2\pi f_0 t}\} \Leftrightarrow \tilde{x}(t) = 2\text{LPF}[x(t)e^{-j2\pi f_0 t}] \quad (3.2)$$

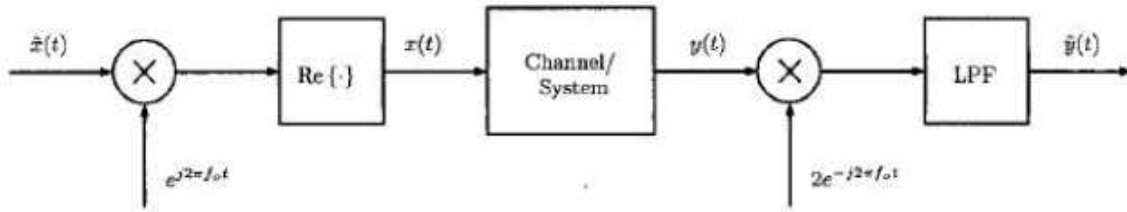


Figura 3.1: Modelo de bloques de un sistema de transmisión, indicando explícitamente las señales en banda base y pasobanda, con las operaciones involucradas en cada paso.

donde f_0 es la frecuencia de la portadora, $\text{LPF}[\cdot]$ denota la operación de filtrado paso bajo, y $\text{Re}\{\cdot\}$ denota la parte real. Análogamente, la relación entre el valor real paso de banda de la señal de salida, $y(t)$, y el valor complejo en banda base de la señal de salida, $\tilde{y}(t)$, viene dado por:

$$y(t) = \text{Re}\{\tilde{y}(t)e^{j2\pi f_0 t}\} \Leftrightarrow \tilde{y}(t) = 2\text{LPF}[y(t)e^{-j2\pi f_0 t}] \quad (3.3)$$

El “canal” (en realidad nos referimos a la parte no lineal del sistema, no al canal de transmisión), en general, puede ser lineal o no lineal (NL). Sujeto a ciertos requerimientos (que supondremos que se cumplen), las series de Volterra pueden ser utilizadas para representar un sistema invariante en el tiempo y NL como sigue:

$$y(t) = \sum_k \int \dots \int h_k(\bar{\tau}_k) \prod_{i=1}^k x(t - \tau_i) d\bar{\tau}_k \quad (3.4)$$

donde $\bar{\tau}_k = [\tau_1, \dots, \tau_k]^T$, $h_k(\cdot)$ es el kernel de Volterra de k-ésimo orden, y $d\bar{\tau}_k = d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_k$. Asumiendo que $x(t)$ es limitada en banda con ancho de banda $B_x \ll f_0$, y sustituyendo (3.2) y (3.3) en (3.4), la señal de salida compleja, $\tilde{y}(t)$, se simplifica en:

$$\tilde{y}(t) = \sum_k \int \dots \int h_{2k+1}(\tau_{2k+1}) \prod_{i=1}^{k+1} \tilde{x}(t - \tau_i) \prod_{i=k+2}^{2k+1} \tilde{x}^*(t - \tau_i) d\tau_{2k+1} \quad (3.5)$$

donde

$$\tilde{h}_{2k+1}(\tau_{2k+1}) = \frac{1}{2^{2k}} \binom{2k+1}{k} \times h_{2k+1}(\tau_{2k+1}) e^{-j2\pi f_0 \left(\sum_{i=1}^{k+1} \tau_i - \sum_{i=k+2}^{2k+1} \tau_i \right)} \quad (3.6)$$

y $(\cdot)^*$ denota el complejo conjugado. Si definimos la k-dimensional transformada de Fourier de $h_k(\tau_k)$:

$$H_k(\bar{f}_k) = \int \dots \int h_k(\tau_k) e^{-j2\pi \bar{f}_k^T \tau_k} d\bar{\tau}_k \quad (3.7)$$

donde $\bar{f}_k = [f_1, f_2, \dots, f_k]^T$, se sigue que la transformada de Fourier de (3.6) es

$$\tilde{H}_{2k+1}(\bar{f}_{2k+1}) = \frac{1}{2^{2k}} \binom{2k+1}{k} \times H_{2k+1}(\bar{f}_{2k+1} + f_0 [\bar{1}_{k+1}^T, -\bar{1}_k^T]) \quad (3.8)$$

donde $\bar{1}_k = [1, \dots, 1]^T$ es un k -dimensional vector columna de unos. Por ejemplo, con $k=1$, la Ecuación (3.8) resulta:

$$\tilde{H}_3(f_1, f_2, f_3) = \frac{3}{4} H_3(f_1 + f_0, f_2 + f_0, f_3 - f_0) \quad (3.9)$$

Examinaremos las ramificaciones de la relación entrada/salida en banda base bajo dos escenarios.

3.2.1.2 El caso cuasi-sin memoria

Si la señal $x(t)$ es de banda estrecha tal que $\tilde{x}(t - \tau_i) \approx \tilde{x}(t)$ sobre cada kernel, $h_k(\tau_k)$, podemos $\tilde{x}(t - \tau_i)$ sustituir por $\tilde{x}(t)$ en (3.5) para obtener

$$\tilde{y}(t) = \sum_k \int \dots \int \tilde{h}_{2k+1}(\bar{\tau}_{2k+1}) d\bar{\tau}_{2k+1} |\tilde{x}(t)|^{2k} \tilde{x}(t) = \sum_k \tilde{H}_{2k+1}(\bar{0}_{2k+1}) |\tilde{x}(t)|^{2k} \tilde{x}(t) \quad (3.10)$$

$$= \sum_k \frac{1}{2^{2k}} \binom{2k+1}{k} H_{2k+1}(f_0 [\bar{1}_{k+1}^T, -\bar{1}_k^T]^T) |\tilde{x}(t)|^{2k} \tilde{x}(t) \quad (3.11)$$

donde $\bar{0}_k = [0, \dots, 0]^T$ es un vector columna de k ceros. Como el lado derecho depende de $\tilde{x}(t)$ solamente, estamos ante una señal sin memoria desde el punto de vista del procesamiento de señal. Comparando con (3.1), podemos ver que

$$a_{2k+1} = \tilde{H}_{2k+1}(\bar{0}_{2k+1}) = H_{2k+1}(f_0 [\bar{1}_{k+1}^T, -\bar{1}_k^T]^T) \quad (3.12)$$

Así pues, tanto $\tilde{H}_{2k+1}(\bar{0}_{2k+1})$ como $H_{2k+1}(f_0 [\bar{1}_{k+1}^T, -\bar{1}_k^T]^T)$ pueden determinar la relación polinomial en banda base entre $\tilde{x}(t)$ e $\tilde{y}(t)$. La relación en banda base (3.10) es sin memoria pero el dispositivo físico, como describe $h_k(\bar{\tau}_k)$, tiene memoria. El hecho de que la señal sea de banda estrecha hace que la transformada de Fourier del kernel, $H_k(\bar{f}_k)$, sea de banda ancha en comparación. Como $h_k(\bar{\tau}_k)$ ocupa un pequeño período de tiempo comparado con la variación temporal de $\tilde{x}(t)$, el efecto de memoria es considerado como de término corto. Además, $\tilde{H}_{2k+1}(\bar{0}_{2k+1})$, que es proporcional a

$H_{2k+1} \left(f_0 [\bar{1}_{k+1}^T, -\bar{1}_k^T]^T \right)$, es un valor en general complejo, luego $\text{angle}[\tilde{y}(t)] - \text{angle}[\tilde{x}(t)]$ no es constante (conversión AM/PM está presente). Tales sistemas son referidos como cuasi-sin memoria en la literatura de microondas de RF.

3.2.1.3 El caso sin memoria

Si el dispositivo físico es estrictamente sin memoria, tendremos que:

$$h_k(\bar{\tau}_k) = c_k \prod_{i=1}^k \delta(\tau_i) \quad (3.13)$$

donde c_k es un valor real. Sustituyendo (3.13) en (3.6), obtenemos

$$\tilde{h}_{2k+1}(\bar{\tau}_{2k+1}) = \tilde{c}_{2k+1} \prod_{i=1}^{2k+1} \delta(\tau_i) \quad (3.14)$$

donde $\tilde{c}_{2k+1} = \frac{1}{2^{2k}} \binom{2k+1}{k} c_{2k+1}$. Como c_{2k+1} es un valor real, tanto $\tilde{c}_{2k+1}$ como $\tilde{h}_{2k+1}(\bar{\tau}_{2k+1})$ son valores reales también. Dicho de otro modo, no sólo el sistema paso banda es sin memoria sino que también el sistema en banda base lo es. Como resultado, la señal compleja en banda base es:

$$\tilde{y}(t) = \sum_k \tilde{H}_{2k+1}(\bar{0}_{2k+1}) |\tilde{x}(t)|^{2k} \tilde{x}(t) = \sum_k \tilde{c}_{2k+1} |\tilde{x}(t)|^{2k} \tilde{x}(t) \quad (3.15)$$

Si la relación entrada salida de un PA obedece (3.15), su característica AM/AM es

$$|\tilde{y}(t)| = |\tilde{x}(t)| G(|\tilde{x}(t)|) \quad (3.16)$$

donde la ganancia compleja es

$$G(r) = \left| \sum_k \tilde{c}_{2k+1} r^{2k} \right| \quad \text{donde } r = |\tilde{x}(t)| \quad (3.17)$$

y la relación AM/PM se describe como:

$$\text{angle}[\tilde{y}(t)] - \text{angle}[\tilde{x}(t)] = \text{angle}[G(\tilde{x}(t))] \quad (3.18)$$

Nótese que como los coeficientes, $\tilde{c}_{2k+1}$, son reales, la fase de $G(r)$ es 0 o π . Sin embargo, para que la fase cambie, la ganancia, $G(r)$, debe ser cero en el punto de cambio de fase, haciendo a la vez la salida del PA cero. Como la señal no puede ser atenuada hasta cero por un PA, se concluye que el cambio de fase, $\text{angle}[\tilde{y}(t)] - \text{angle}[\tilde{x}(t)]$, permanece constante. De este modo, demostramos que un PA NL sin memoria no tiene conversión AM/PM.

3.2.1.4 Algunos casos especiales

Acabamos de ver que un sistema NL estrictamente sin memoria tiene conversión AM/AM pero no tiene conversión AM/PM (AM/PM es constante). Por el contrario, un sistema NL cuasi-sin memoria presenta tanto distorsión AM/AM como AM/PM. En esta sección, investigaremos lo contrario: si una conversión AM/PM constante implica un comportamiento no lineal sin memoria. Veremos que hay dos casos especiales del modelo de Volterra, i.e. los sistemas de Hammerstein y Wiener, que son con memoria pero pueden mantener aun una conversión AM/PM constantes cuando se aplica una señal de banda estrecha.

3.2.1.4.1 Sistemas de Kernel Diagonal

Consideremos el sistema de kernel diagonal, cuyo kernel de k-ésimo orden viene dado por:

$$h_k(\bar{\tau}_k) = \phi_k(\bar{\tau}_1) \prod_{i=1}^k \delta(\bar{\tau}_i - \bar{\tau}_1) \quad (3.19)$$

Nótese que los valores del kernel son sólo no cero en los términos de la diagonal $\tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_k$. Substituyendo (3.19) en (3.4), la relación entrada/salida paso banda viene dada por:

$$y(t) = \sum_k \int \phi_k(\tau_1) x^k(t - \tau_1) d\tau_1 \quad (3.20)$$

La parte de la derecha de (3.20) es también conocida como el polinomio de memoria de $x(t)$. Si la señal de entrada $\tilde{x}(t)$ a este sistema es de banda estrecha, la relación entrada/salida viene dada por (3.1)] con

$$a_{2k+1} = \frac{1}{2^{2k}} \binom{2k+1}{k} \Phi_{2k+1}(f_0) \quad (3.21)$$

donde $\Phi_k(f)$ es la transformada de Fourier de $\phi_k(\tau)$. Nótese que aunque $\phi_k(\tau)$ es un valor real, $\Phi_k(f_0)$ no es un valor real en general y, por tanto, AM/PM no es constante. Sin embargo, casos especiales del kernel diagonal existen donde la conversión AM/PM es constante.

3.2.1.4.2 Sistema de Hammerstein

Si una no linealidad sin memoria es seguida por una sistema LTI, el sistema conjunto se llama sistema de Hammerstein. El sistema de Hammerstein es un caso especial de un sistema de kernel diagonal, donde $\phi_k(t) = c_k \phi(\tau)$. Sustituyendo esta relación de kernel en (3.21), obtenemos

$$y(t) = \int \phi(\tau_1) \sum_k c_k x^k(t - \tau_1) d\tau_1 = \phi(t) * u(t) \quad \text{donde } u(t) = \sum_k c_k x^k(t) \quad (3.22)$$

donde $*$ denota la convolución. La ecuación de arriba considera que $x(t)$ pasa primero por un sistema sin memoria no lineal y después por un sistema LTI para obtener $y(t)$, y así el sistema completo de Hammerstein. Si la entrada del sistema de Hammerstein es de banda estrecha, la relación entrada salida viene dada por (3.1) con

$$a_{2k+1} = \frac{1}{2^{2k}} \binom{2k+1}{k} c_{2k+1} \Phi(f_0) \quad (3.23)$$

donde $\Phi(f)$ es la transformada de Fourier de $\phi(\tau)$. Como en el sistema de Hammerstein, $h_k(\tau_k) = c_k \phi(\tau_1) \prod_{i=1}^k \delta(\tau_i - \tau_1)$ y $\{c_k\}$ son valores reales, a_{2k+1} en (3.23)

tiene $\angle[a_{2k+1}] = \angle[\Phi(f_0)]$, que no depende de k . Como consecuencia, la conversión AM/PM es constante.

3.2.1.4.3 Sistema de Kernel Separable

Consideremos el caso del kernel de Volterra de orden k -ésimo pueda ser escrito como el producto de k funciones unidimensionales,

$$h_k(\bar{\tau}_k) = \prod_{i=1}^k \psi_k(\tau_i) \quad (3.24)$$

donde cada función $\psi_k(\cdot)$ tiene valor real y una dimensión. Este sistema se llama de kernel separable. Sustituyendo (3.24) en (3.4) y simplificando, la relación entrada/salida paso banda es

$$y(t) = \sum_k \left(\int \psi_k(t) x(t - \tau) d\tau \right)^k \quad (3.25)$$

Si la entrada $x(t)$ es de banda estrecha, la relación entrada/salida en banda base de este sistema viene dada por (3.1) como:

$$a_{2k+1} = \frac{1}{2^{2k}} \binom{2k+1}{k} \left| \Psi_{2k+1}(f_0) \right|^{2k} \Psi_{2k+1}(f_0) \quad (3.26)$$

donde $\Psi_k(f)$ es la transformada de Fourier de $\psi_k(\tau)$. Nótese que aunque $\psi_k(\tau)$ es real, $\Psi_k(f)$ no es real en general, por lo que la conversión AM/PM no es constante. Sin embargo, hay casos especiales de kernel diagonal donde la conversión AM/PM es constante.

3.2.1.4.4 Sistema Wiener

Si un sistema LTI es seguido por un sistema sin memoria no lineal, el sistema global se llama sistema de Wiener. El sistema de Wiener es un caso especial de kernel separable, donde $\psi_k(\tau) = \sqrt[k]{c_k} \psi(\tau)$. Entonces,

$$y(t) = \sum_k c_k \left(\int \psi(\tau) x(t - \tau) d\tau \right)^k \quad (3.27)$$

Como $u(t) = \psi(t) * x(t)$, $y(t) = \sum_k c_k u^k(t)$, el sistema que transforma $x(t)$ en $y(t)$ es de Wiener. El kernel de Volterra de orden k -ésimo viene dado por:

$$h_k(\bar{\tau}_k) = c_k \prod_{i=1}^k \psi(\tau_i) \quad (3.28)$$

donde c_k y $\psi(\cdot)$ son reales. Si la entrada $x(t)$ al sistema de Wiener es de banda estrecha, la relación entrada/salida en banda base viene dada por (3.1) con:

$$a_{2k+1} = \frac{1}{2^{2k}} \binom{2k+1}{k} c_{2k+1} |\Psi(f_0)|^{2k} \Psi(f_0) \quad (3.29)$$

donde $\Psi(f)$ es la transformada de Fourier de $\psi(\tau)$. Como $\angle[a_{2k+1}] = \angle[\Psi(f_0)]$ es independiente de k , la conversión AM/PM es constante.

3.2.1.5 Conclusión

Como hemos visto, las series de Volterra son un modelo general de sistema no lineal con memoria. Para comenzar, describimos la relación entrada/salida en banda base de un modelo de PA de series de Volterra cuya entrada es una señal paso banda. Cuando un PA físico (dispositivo) presenta efectos de memoria de término corto, se dice que es cuasi-sin memoria, porque la correspondiente relación entrada/salida en banda base es sin memoria. Este es un punto potencial de confusión a lo largo de la literatura al respecto. En general, las conversiones AM/AM y AM/PM no pueden describir completamente el PA, aunque sí podrá si el sistema es cuasi-sin memoria.

Por otro lado, si el dispositivo PA es estrictamente sin memoria, la salida es simplemente una función polinómica de la entrada, y la conversión AM/PM resultante es constante. Así, la conversión AM/AM sola es suficiente para caracterizar completamente al PA. Este, sin embargo, no es el único caso en el que no hay AM/PM. Hemos visto que si una señal de banda estrecha pasa a través de un sistema no lineal de

Wiener o de Hammerstein, la conversión AM/PM es también constante. Será importante distinguir los casos de no linealidades con memoria de término largo, de término corto y sin memoria, ya que afectaran de manera distinta la estrategia de linealización que queramos seguir.

3.2.2 Modelos de Saleh para sistemas No Lineales

Como hemos visto en el apartado anterior, los amplificadores de potencia, en general, presentan una distorsión no lineal tanto en amplitud (AM/AM conversión) como en fase (AM/PM conversión). En la literatura se puede encontrar dos modelos no lineales, paso banda e independientes de la frecuencia equivalentes para estudiar los efectos negativos de estas no linealidades en varios sistemas de comunicación. Estos son el modelo de amplitud-fase y el modelo de cuadratura, en los cuales la porción de señal de salida que cae en la misma zona espectral que la señal de banda limitada de entrada, se describe en términos de la envolvente de la señal de entrada, en vez de en su valor instantáneo. Para especificar cada modelo, uno tiene que conocer dos funciones, la función de amplitud y fase para el primer modelo, y la función de fase y cuadratura para el segundo. Se han propuesto varias soluciones para estas funciones que, por lo general, tienen en común que son complejas o requieren el conocimiento de algún parámetro. La validez de cada una de estas fórmulas se comprueba mediante medidas experimentales, tras procesos de ajuste.

3.2.2.1 Modelo Amplitud-Fase

Pasemos a comentar el modelo de Amplitud-Fase propuesto por Saleh, por ser uno de los más utilizados en simulaciones actuales, debido a su sencillez y sus buenos resultados.

Consideremos que la señal de entrada es:

$$x(t) = r(t) \cos[\omega_0 t + \psi(t)] \quad (3.30)$$

donde ω_0 es la portadora de frecuencia, y $r(t)$ y $\psi(t)$ son la envolvente y la fase de la señal modulada, respectivamente. En el modelo de Amplitud-Fase, la salida del sistema no lineal se suele escribir como:

$$y(t) = A[r(t)]\cos[\omega_0 t + \psi(t) + \Phi[r(t)]] \quad (3.31)$$

donde $A(r)$ es una función impar de r , con un término lineal dominante que representa la conversión AM/AM, y $\Phi(r)$ es una función par de r , con un término cuadrático dominante que representa la conversión AM/PM.

Para el modelado de $A(r)$ y de $\Phi(r)$ se han propuesto numerosas alternativas, más o menos acorde a la realidad de los dispositivos, por muchos autores a lo largo de los años. El modelo que aquí presentaremos es, como se mencionó al principio de este apartado, el propuesto por Saleh. En este caso, las fórmulas para $A(r)$ y $\Phi(r)$ son:

$$A[r(t)] = \frac{\alpha_a r(t)}{1 + \beta_a r^2(t)} \quad (3.32)$$

$$\phi[r(t)] = \frac{\alpha_\phi r^2(t)}{1 + \beta_\phi r^2(t)} \quad (3.33)$$

Nótese cómo para grandes valores de r , $A(r)$ es proporcional a $1/r$, y $\Phi(r)$ permanece constante.

3.2.2.2 Modelo de Cuadratura

En el modelo en cuadratura, si la señal de entrada es la misma que en el caso anterior, $x(t) = r(t)\cos[\omega_0 t + \psi(t)]$, la señal de salida viene dada por la suma de las componentes en fase y cuadratura, Figura 3.2:

$$p(t) = P[r(t)]\cos[\omega_0 t + \psi(t)] \quad (3.34a)$$

$$q(t) = -Q[r(t)]\sin[\omega_0 t + \psi(t)] \quad (3.34b)$$

donde $P(r)$ y $Q(r)$ son funciones impares de r con términos lineales y cúbicos dominantes, respectivamente. En realidad, (3.34) puede deducirse de (3.31) con

$$P(r) = A(r)\cos[\Phi(r)] \quad (3.35a)$$

$$Q(r) = A(r)\sin[\Phi(r)] \quad (3.35b)$$

Para las funciones $P(r)$ y $Q(r)$ se han propuestos distintas formas, tales como polinomios impares y series de Bessel. Según Saleh, una representación suficiente para obtener resultados que se ajustan muy bien a los experimentales y que igualan o mejoran a las funciones propuestas anteriores, sería la siguiente:

$$P(r) = \frac{\alpha_p r}{1 + \beta_p r^2} \quad (3.36)$$

$$Q(r) = \frac{\alpha_q r^3}{(1 + \beta_q r^2)^2} \quad (3.37)$$

Veamos que para valores grandes de r , tanto $P(r)$ como $Q(r)$ tienden a $1/r$, mientras que para el caso de funciones de Bessel, por ejemplo, se tendería a una constante.

Una propiedad útil de (3.36) y (3.37) es que se cumple la relación:

$$Q(r) = - \left. \frac{\partial P(r)}{\partial \beta_p} \right|_{\text{si } \alpha_p \rightarrow \alpha_q, \beta_p \rightarrow \beta_q} \quad (3.38)$$

De esta forma, calcular el espectro de $Q(r)$ a partir del de $P(r)$ para un $r(t)$ dado se simplifica enormemente.

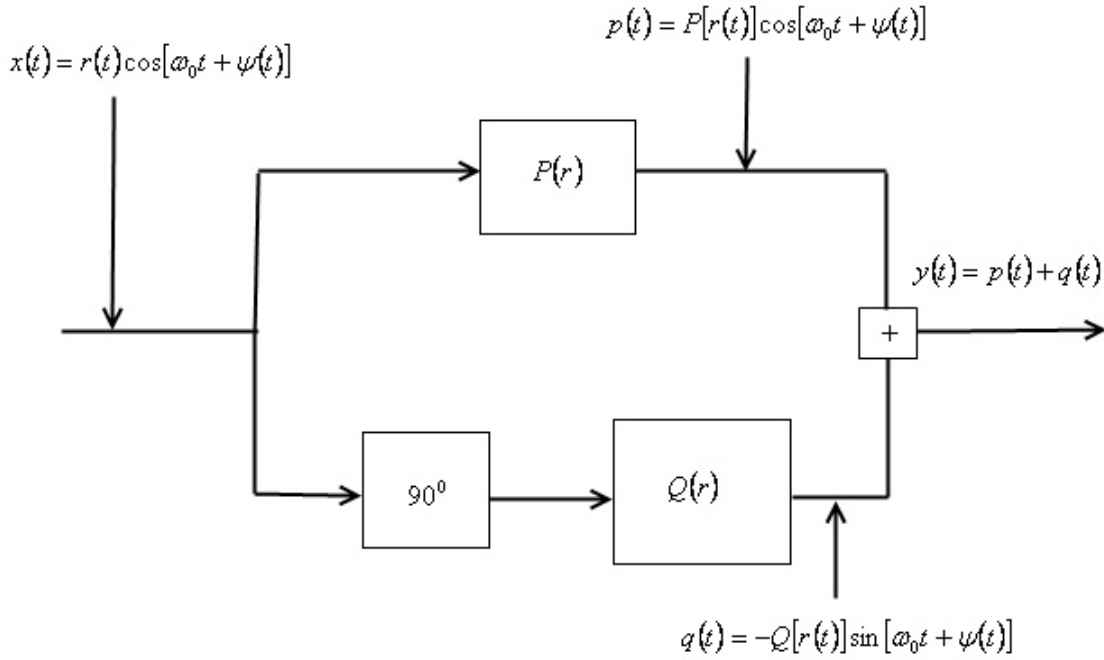


Figura 3.2: Esquema del modelo en cuadratura

Como se puede imaginar, ambos modelos se han de someter a un proceso de ajuste para hallar las constantes involucradas en cada caso. Esto se puede hacer mediante un ajuste de mínimos cuadrados en torno a una serie de medidas practicadas. Estas medidas, debido a la sencillez de los modelos, pueden ser baterías de medidas de un tono, a las que posteriormente se le aplicarían procedimientos computacionales, como los comentados. Además, una simple interpretación de las medidas obtenidas a diferentes frecuencias permite incluir en el modelo en cuadratura los efectos de selectividad en frecuencia. Esto puede ser particularmente interesante para amplificadores de banda no muy ancha o cuando las señales de entras son de banda ancha.

3.2.2.3 Modelo en cuadratura dependiente de la frecuencia

Hasta ahora en el Apartado 3.2.2, se ha considerado que las características del amplificador eran independientes de la frecuencia en la banda de interés, lo cual en la práctica sucede en algunos casos. Sin embargo, cuando se usan señales de banda ancha, o cuando no todos los componentes de un sistema tienen el mismo ancho de banda que el amplificador, se hace necesario el empleo de un modelo dependiente en frecuencia. Trataremos de encontrar un modelo de esas características cuyos parámetros puedan ser inferidos a partir de medidas de un solo tono.

Consideremos un test de un tono en el que la señal de entrada podemos ajustarla en amplitud, r , y en frecuencia, f . Consideremos que la amplitud y la fase de la señal de salida son $A(r, f)$ y $\Phi(r, f)$, respectivamente. Consideremos que:

$$\Phi_0(f) = \lim_{r \rightarrow 0} \Phi(r, f) \quad (3.39)$$

es la respuesta de pequeña señal. Es decir, $\Phi(r, f) - \Phi_0(f) \rightarrow 0$ cuando $r \rightarrow 0$. Usando (3.35), podemos obtener la componente en fase y en cuadratura de la señal de salida:

$$P(r, f) = A(r, f) \cos[\Phi(r, f) - \Phi_0(f)] \quad (3.40)$$

$$Q(r, f) = A(r, f) \sin[\Phi(r, f) - \Phi_0(f)] \quad (3.41)$$

Para cada f , se podrían ajustar las Ecuaciones de (3.36) y (3.37) a unos datos experimentales. Esto se podría expresar como una dependencia de los parámetros con respecto a la frecuencia: $\alpha_p(f), \beta_p(f), \alpha_q(f), \beta_q(f)$. Definamos ahora las funciones:

$$H_p(f) = \sqrt{\beta_p(f)} \quad (3.42)$$

$$G_p(f) = \frac{\alpha_p(f)}{\sqrt{\beta_p(f)}} \quad (3.43)$$

$$H_q(f) = \sqrt{\beta_q(f)} \quad (3.44)$$

$$G_q(f) = \frac{\alpha_q(f)}{(\sqrt{\beta_q(f)})^3} \quad (3.45)$$

Definamos las envolventes independientes de frecuencia normalizadas:

$$P_0(r) = \frac{r}{1+r^2} \quad (3.46)$$

$$Q_0(r) = \frac{r^3}{(1+r^2)^2} \quad (3.47)$$

que se obtiene de (3.36) y (3.37) haciendo unidad las constantes. Se puede observar a partir de (3.36), (3.42), (3.43), (3.46) y Figura 3.2 que el paso de una señal de un tono a través de la rama de la componente en fase se puede dividir en tres pasos. Primero, la amplitud de entrada se escala por $H_p(f)$; después, la señal resultante pasa a través de la envolvente no lineal independiente de frecuencia $P_0(r)$; finalmente, la amplitud de salida se escala por $G_p(f)$. Otros tres pasos similares se pueden proponer para la rama en cuadratura. Ahora, desarrollando cada una de las operaciones de escala de amplitud dependientes de frecuencia mencionadas, las operaciones se pueden interpretar como una señal que pasa a través de una serie de sistemas lineales que tienen la correspondiente respuesta real en frecuencia. Esto lleva al modelo en cuadratura dependiente de frecuencia que se muestra en la Figura 3.3.

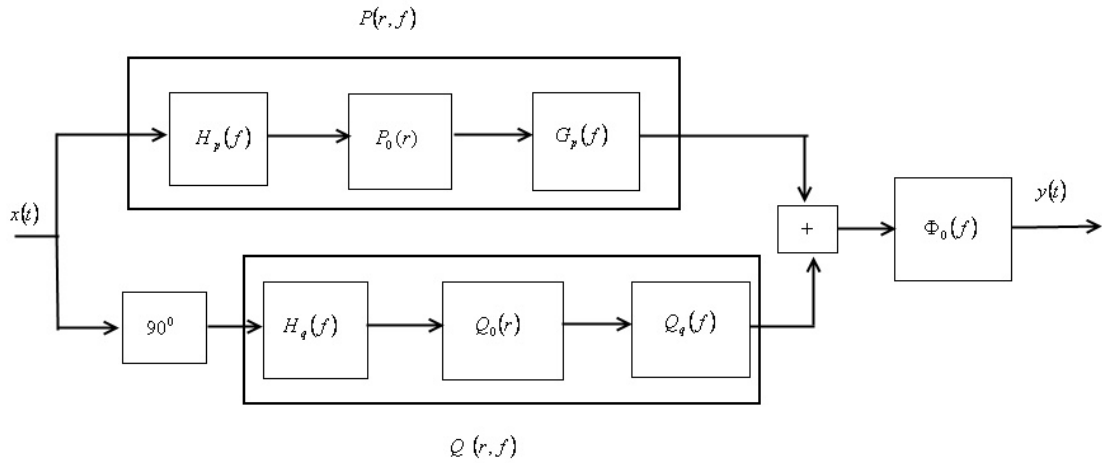


Figura 3.3: Esquema del modelo en cuadratura dependiente de la frecuencia

Este modelo es válido para señales de entrada de un solo tono, por la originalidad del proceso, y los pasos seguidos. La caja final del modelo de la Figura 3.3 es lineal, pasa todo, con una respuesta en frecuencia unidad, y una respuesta en fase $\Phi_0(f)$ definida en (3.39), que servirá para igualar la fase.

3.2.3 Efecto de las no linealidades de un PA

La distorsión que se introduce en la señal que queremos transmitir es consecuencia de las características no lineales de los subsistemas de los que consta el sistema de comunicación completo. Podemos citar como causantes, pues, algunos como antenas, mezcladores, convertidores A/D y, sobre todo por ser el centro de estudio de

este apartado, los amplificadores. En el caso particular de amplificadores a semiconductor, la no linealidad viene heredada de la no linealidad de los elementos semiconductores.

Las consecuencias de las no linealidades en sistemas de comunicaciones serán: distorsión de la constelación, modificación de las características espectrales y reducción de la eficiencia en potencia.

3.2.3.1 Distorsión de la constelación

Uno de los efectos más importantes en comunicaciones digitales que producen las no linealidades será la corrupción de la información: cuando aumenta la potencia de entrada haciéndose la no linealidad más fuerte, los símbolos transmitidos se desvían de los previstos en gran medida (la constelación sufre un combado característico). Esto resultará, si la perturbación es lo suficientemente dura, en una distorsión en los límites de decisión de la constelación, aumentando con ello la tasa de error del sistema.

En sistemas de comunicación inalámbricos modernos, en donde se están adoptando constelaciones con símbolos cada vez más cercanos para conseguir tasas de transferencia lo suficientemente competitivas, una modificación leve de las fronteras de decisión podría perjudicar muy gravemente la transmisión. Este es el caso de esquemas con OFDM, en donde la IFFT que hay que aplicar a los símbolos de entrada (QPSK, QAM,...) hace que la constelación se transforme en una constelación con más puntos y, por tanto, con menos espacio entre unos símbolos y otros. Es decir, más sensible a no linealidades.

3.2.3.2 Regeneración del espectro (spectral regrowth)

La regeneración del espectro es un efecto significativo de la distorsión de dispositivos no lineales, particularmente en amplificadores de potencia en aplicaciones wireless, que está relacionada con la distorsión de intermodulación (IMD). Cuando una señal modulada pasa por un dispositivo no lineal, su ancho de banda se ensancha por las no linealidades de orden impar. Esto es causa de la creación de productos de mezcla entre las componentes de frecuencia individuales del espectro. Podemos ver su efecto, de forma gráfica, en la siguiente figura, Figura 3.4:

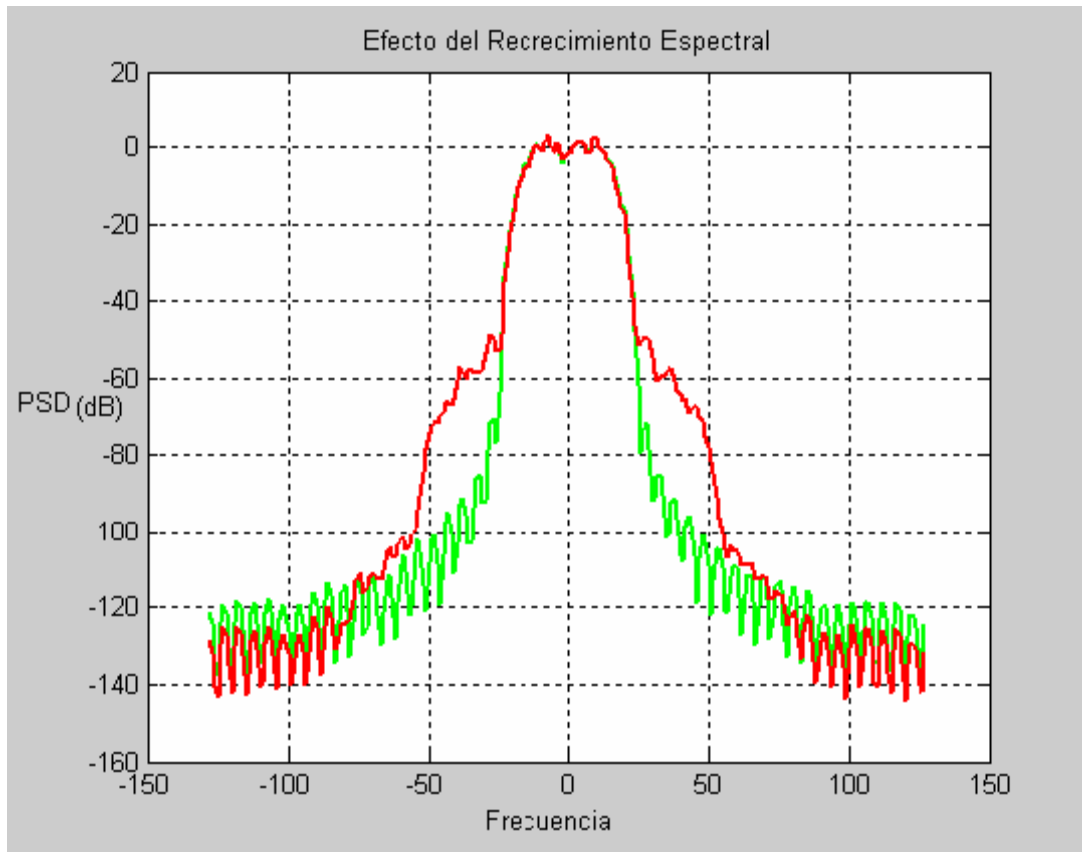


Figura 3.4: Efecto del recrecimiento espectral

Muestra la repercusión que tiene la distorsión no lineal en el espectro de una señal OFDM. En verde la señal sin distorsión. En rojo la señal a la salida de la no linealidad.

Cuando los niveles de potencia (de la señal de entrada) aumentan, la no linealidad provoca que el espectro se ensanche. La IMD no puede ser reducida filtrando, en general, porque está cerca de la frecuencia de la señal deseada. La problemática de este fenómeno radica en que la IMD de un usuario puede caer en el ancho de banda destinado a otro usuario cuyo ancho de banda, además, es bastante limitado. Recordemos en este punto que lo normal en comunicaciones actuales es tener un espectro superpoblado. En la siguiente figura exponemos esta situación:

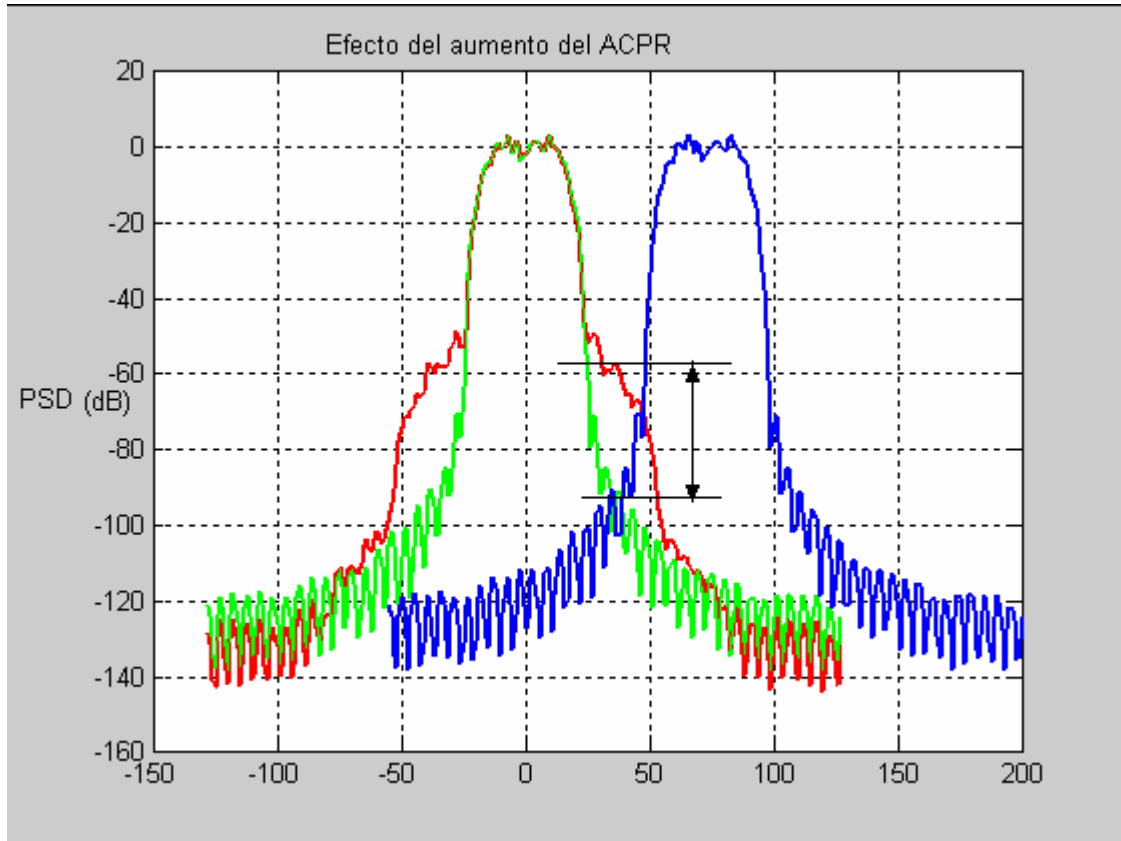


Figura 3.5: Efecto del aumento del ACPR

La Figura 3.5 muestra dos canales en verde y azul. Uno de ellos, al pasar por la no linealidad, ha aumentado sus niveles de potencia demasiado en una zona del espectro que corresponde al canal vecino, en rojo.

Como vemos, parte de la señal de un usuario se ha metido en la banda del espectro dedicada a otro usuario, lo que está provocando un aumento del ACPR. Recordemos que el ACPR (Adjacent Channel Power Rejection) se puede definir como:

$$ACPR = \frac{\int_{f_3}^{f_4} S(f) df}{\int_{f_1}^{f_2} S(f) df} \quad (3.48)$$

donde $S(f)$ es el espectro de potencia de todo el espectro compartido por los usuarios; y f_1 y f_2 son las frecuencias de inicio y fin de la banda de un usuario, lo mismo que f_3 y f_4 son las frecuencias de inicio y fin del usuario vecino.

Existen métodos basados en estadística de la señal de entrada y en modelado de los dispositivos que predicen, en mayor o menor medida, el posible recrecimiento espectral de un sistema.

Por último, señalaremos que las autoridades reguladoras imponen reglas estrictas sobre la regeneración o recrecimiento espectral, que deben ser conocidas para que un producto nuevo concreto pueda ser aprobado. De nuevo, debido a la complejidad de los esquemas de modulación modernos, y especialmente el uso de técnicas multiportadora como OFDM, diseñar amplificadores que cubran tales especificaciones se pone cada vez más difícil.

3.2.3.3 Reducción de la eficiencia de la batería

Un impacto indirecto de la no linealidad es una reducción en la eficiencia y, por lo tanto, en la vida de la batería. Una definición común de la eficiencia es:

$$\eta = \frac{P_{RF}}{P_{DC}} \quad (3.49)$$

Por lo tanto, cuando aumenta la potencia de RF (P_{RF}) para una potencia de DC constante (P_{DC}) la eficiencia aumenta.

Sin embargo, esto también redundará en un aumento de la distorsión. Para cubrir especificaciones de distorsión, los diseñadores a menudo recurren a reducir la potencia de RF, que a su vez implica reducción de la eficiencia. El compromiso entre linealidad y eficiencia es evidentemente importante para el diseño de sistemas y circuitos de comunicación, siendo cada vez más importante con la evolución de los estándares.

3.2.4 Efecto de memoria

Los efectos de memoria se definen como cambios en la amplitud y en la fase de las componentes de distorsión causados por cambios en la frecuencia de modulación. Este efecto es particularmente importante para disminuir la distorsión, cuando ésta es reducida por una distorsión similar pero de fase contraria. Los efectos de memoria se

han considerado como un gran obstáculo a la hora de diseñar amplificadores lineales para wireless. La memoria, en este contexto, puede ser definida como una variación de las características de distorsión del amplificador con el ancho de banda de la señal. Estos efectos pueden producir que los niveles de intermodulación varíen con el ancho de banda de la señal, así como asimetrías entre los niveles de intermodulación superior e inferior. Por ello, estos efectos son denominados también efectos de distorsión dependiente del ancho de banda.

Los amplificadores han sido tradicionalmente modelados con una relación entrada-salida sin memoria, que puede ser escrita como:

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \quad (3.50)$$

donde los coeficientes son complejos.

Si se aplica una señal de dos tonos $x = A_1 \cos(\omega_1 t) + A_2 \cos(\omega_2 t)$, la amplitud para las bandas laterales intermodulación de tercer orden inferior y superior (IM3) se puede escribir como:

$$IM3 = \frac{3}{4} a_3 A^3 \quad (3.51)$$

donde se puede apreciar que IM3 es independiente del espaciado de los tonos.

Desafortunadamente, los amplificadores de potencia no se comportan de esta forma. Su conducta viene explicada con más detalle en la Figura 3.6, donde se muestra la fase del tono IM3 como función de la diferencia en frecuencia de una señal de dos tonos.

La ecuación (3.42) describe una línea recta como función de la diferencia entre tonos, como se observa en la línea azul de la Figura 3.6. La línea roja presenta la fase de la componente IM3 de un amplificador de potencia real. Tales limitaciones del ancho de banda de la modulación que son desviaciones de amplitud o de fase de las respuestas de Intermodulación (IM) causadas por la diferencia entre tonos de una señal de dos tonos

son llamadas Efectos de Memoria. Es importante enfatizar que la distorsión por sí misma no es un efecto de memoria, pero cualquier comportamiento de distorsión no constante a diferentes frecuencias de modulación (espaciado entre tonos) puede ser visto como uno.

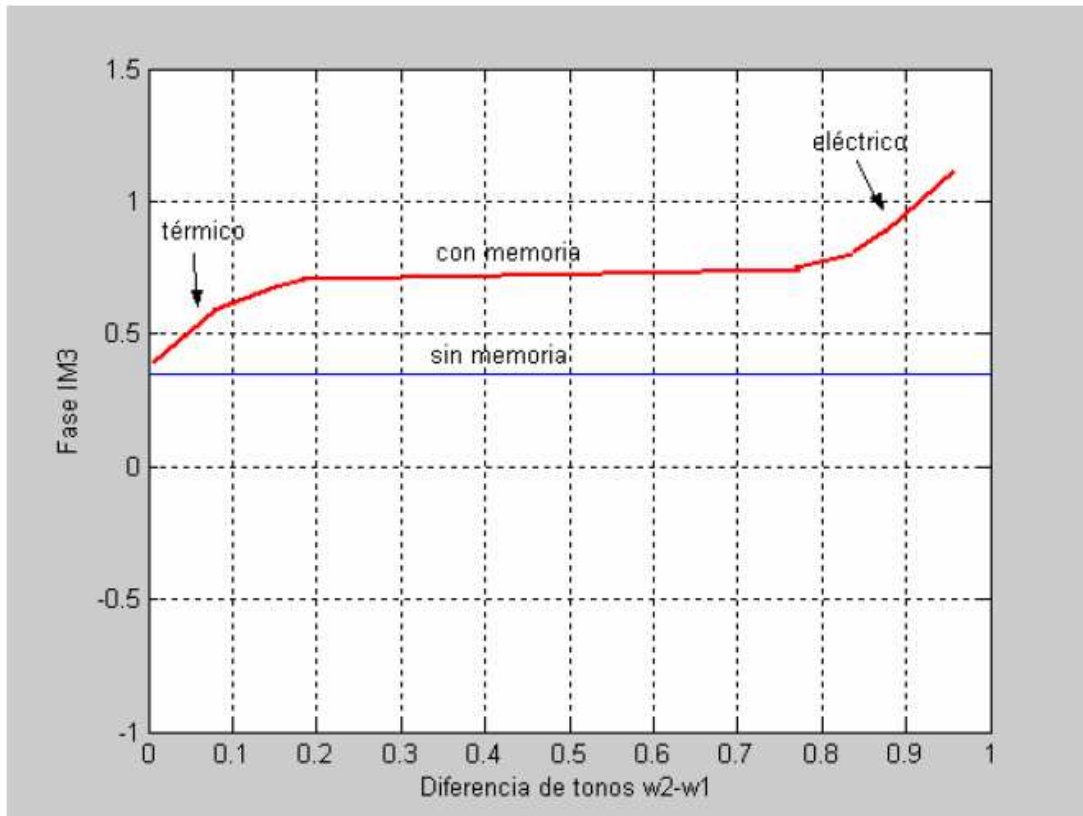


Figura 3.6: Efectos de la memoria en cuanto a la fase para IM3

Los efectos de memoria suaves no son perjudiciales para el propio amplificador de potencia. Una rotación de fase de 10-20 grados o un cambio de amplitud de menos de 0.5 dB no tienen efecto dramático en cuanto al ACPR se refiere. Sin embargo, la situación cambia cuando se usa linealización para cancelar las bandas laterales. La predistorsión, nuestro caso, es un método de linealización que produce componentes de señal que son de igual amplitud y fase contraria comparada con los productos de distorsión. Las señales de predistorsión suelen tener fase constante, por lo que es evidente que los efectos de memoria limitan seriamente el máximo rendimiento de este método. Desafortunadamente, los demás métodos de linealización también presentan el mismo efecto. Como consecuencia de ello, los efectos de memoria hacen que el uso de linealización no sea tan efectivo como podría ser en muchas aplicaciones.

La distorsión dependiente del ancho de banda (otra forma de referirse a los efectos de memoria) provoca algunos problemas importantes, tres de los cuales se describen a continuación:

1. El primero tiene que ver con la veracidad de lo expuesto en los datasheet de los fabricantes. Las medidas en las que se basan los fabricantes para la IMD normalmente viene determinada para un ancho de banda específico, sin tener en cuenta la dependencia que tiene el IMD con la separación en frecuencia, como hemos visto para IM3. Además, la IMD superior e inferior no son de la misma amplitud.
2. El segundo problema tiene que ver con el modelado. Los métodos de modelado tradicionales no tienen la capacidad de pronosticar la dependencia de la distorsión con el ancho de banda.
3. La consecuencia de la distorsión dependiente del ancho de banda está relacionada con la linealización. La reducción de la regeneración espectral se da cuando el ancho de banda de la señal es pequeño. Sin embargo, la mejora para la señal de banda ancha es muy mala. Esta incapacidad de los linealizadores de funcionar de forma correcta en el caso de señales de banda ancha es un problema serio en el desarrollo de sistemas de comunicaciones modernos.

3.2.4.1 Medidas de dos tonos

Una forma común de estudiar la distorsión por no linealidad y efectos de memoria es mediante las pruebas de dos tonos. Se trata de usar como señal de entrada para el dispositivo que queremos caracterizar, normalmente denominado DUT- Device Under Test, un coseno como señal portadora y otro como señal moduladora. De esta forma, como sabemos, el producto de los dos cosenos generará una señal suma de un coseno con frecuencia la suma de las frecuencia y otro coseno con frecuencia resta de las frecuencias, (3.52). Hay que decir que, si el generador que usamos nos permitiera generar directamente una señal suma de dos cosenos, el procedimiento sería igualmente válido. Con esta señal de entrada, al considerar el DUT como un polinomio, se

generarán los correspondientes productos de intermodulación de orden impar (pues los de orden par no caen en la banda de trabajo).

$$\cos(\omega_1 t)\cos(\omega_2 t) = \frac{1}{2}\cos((\omega_1 - \omega_2)t) + \frac{1}{2}\cos((\omega_1 + \omega_2)t) \quad (3.52)$$

Para cuantificar la distorsión por no linealidad, nos fijaremos en cómo aumenta la amplitud de los productos de intermodulación, generalmente los de orden 3 y 5 (IM3 y IM5), a medida que modificamos el espacio en frecuencia entre los dos tonos, y a medida que aumentamos la potencia de la señal de entrada. De igual forma, también podemos fijarnos en la fase de dichos productos de intermodulación.

Los efectos de memoria se perciben por la asimetría que presenta el espectro ante señales de dos tonos, en amplitud y fase; y cuando al aumentar la potencia de entrada, si la amplitud del producto de intermodulación superior era mayor que la del inferior, se produce el efecto inverso, es decir, ahora el superior será el de menor amplitud, y viceversa (recordemos que habrá productos de intermodulación superiores, los que tienen frecuencia mayor que los tonos, e inferiores, los que tienen frecuencia menor), Figura 3.7. Este efecto no sólo se percibe en señales de dos tonos, sino en la mayoría de los esquemas de modulación.

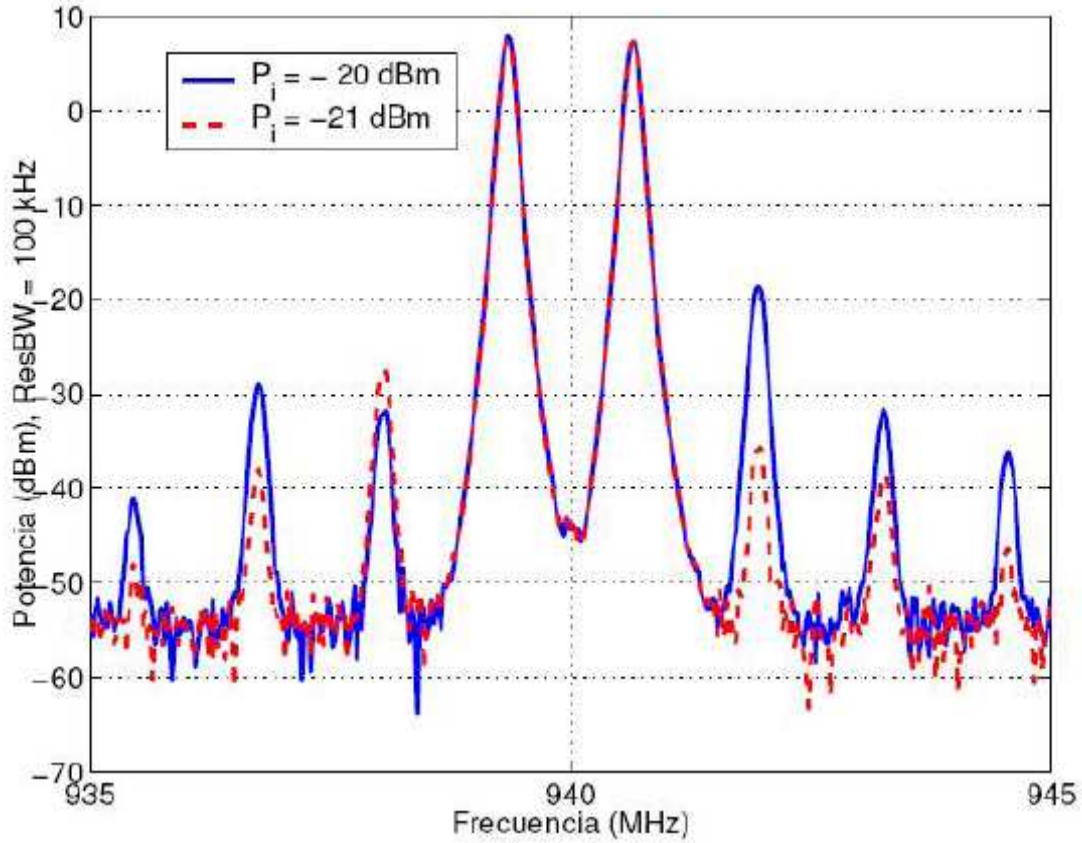


Figura 3.7: Resultado de una medida de dos tonos

En la Figura 3.7 podemos ver la asimetría, y cómo para distintas potencias de entrada, $P_i = -20$ dBm y $P_i = -21$ dBm, el IM3 superior pasa de ser mayor a menor que el IM3 inferior, lo que pone de manifiesto los efectos de memoria.

3.2.5 Input Back-Off y Output Back-Off

Un parámetro interesante que conviene conocer a la hora de trabajar con amplificadores en su región no lineal, es el punto de operación o back-off. Distinguiremos dos puntos de operación: de entrada (input back-off, IBO) y de salida (output back-off). Cada uno de ellos se define como:

$$IBO(dB) = 10 \log \left(\frac{P_{0,in}}{P_{in}} \right) \quad (3.53)$$

$$OBO(dB) = 10 \log \left(\frac{P_{0,out}}{P_{out}} \right) \quad (3.54)$$

donde P_{in} es la potencia media de la señal de entrada, P_{out} es la potencia media de la señal de transmitida, y $P_{o,out}$ y $P_{o,in}$ son la potencia de saturación (máxima que puede dar/recibir el amplificador) a la salida y a la entrada, respectivamente.

Los efectos de las no linealidades pueden ser reducidos trabajando con elevados back-off, lo que corresponde con mover el punto de operación del amplificador a la región lineal. Desafortunadamente, esto conlleva una pérdida de la eficiencia de potencia del HPA. En este contexto, una medida útil del modo de funcionamiento del sistema es la degradación total (TD), como función del OBO y del HPA:

$$TD(dB) = SNR(dB) - SNR_0(dB) + OBO(dB) \quad (3.55)$$

donde $SNR(dB)$ es la relación señal a ruido en dB requerida a la entrada del detector para obtener una BER determinada para un valor concreto de OBO, y $SNR_0(dB)$ es la relación señal a ruido en dB requerida para obtener la misma BER en ausencia de no linealidad.

El punto de operación óptimo (que conlleva la mejor relación entre la potencia de salida y degradación por distorsión no lineal) corresponde al $OBO(dB)$ que minimiza la función $TD(dB)$.

3.3 No linealidad en OFDM

La señal OFDM, modulada con un largo número de portadoras, es muy sensible a la distorsión no lineal debido a su gran variabilidad de la envolvente, la cual depende del valor de fase instantáneo de cada portadora. Debido al teorema central del límite, la señal compleja en banda base de OFDM puede ser modelada (para un alto número de portadoras independientes) como un proceso complejo Gaussiano con distribución Rayleigh de la envolvente. Esto permite un tratamiento analítico de los sistemas no lineales en OFDM haciendo uso de los resultados generales para distorsiones no lineales de señales Gaussianas.

Convertidores analógicos/digital, mezcladores y amplificadores de potencia son las más usuales fuentes de distorsión no lineal debido al limitado rango que permiten

para una señal dinámica. Es posible distinguir entre dos clases diferentes de distorsiones no lineales: primero, conocida como Cartesiana, actúa por separado sobre los componentes de banda de base de la señal compleja, mientras que el segundo tipo actúa en la envolvente compleja de la señal. La distorsión de los convertidores analógicos/digital es del primer tipo, mientras la distorsión AM/AM (distorsión de la amplitud que depende de la amplitud de entrada) y la distorsión AM/PM (distorsión de la fase que depende de la amplitud de entrada) es introducida por los amplificadores de potencia.

La distorsión no lineal en el transmisor causa interferencias tanto dentro de la banda de la señal como fuera de dicha banda. La interferencia dentro de la banda causa una degradación de la BER del sistema, mientras que la interferencia fuera de la banda de la señal afecta a las señales adyacentes que muchas veces, aunque la degradación de la BER es aceptable, la emisión puede ser intolerable.

En esta sección nos vamos a centrar en los efectos dentro de la banda de la señal. Más concretamente, en analizar un sistema OFDM que incluye un bloque paso de banda sin memoria no lineal en el transmisor como puede ser un amplificador de potencia, y llegar a una descripción teórica del efecto de la distorsión en el sistema de transmisión. Como resumen de esos resultados se puede decir que veremos como esta no linealidad tiene dos efectos sobre el sistema, por un lado la distorsión de los puntos de la constelación del sistema y la presencia de un ruido aditivo que llamaremos ruido de distorsión no lineal (NLD).

3.3.1 Formulación del problema

Primero vamos a introducir el esquema de bloques equivalentes de un sistema OFDM con no linealidad y un canal AWGN, mostrado en la Figura 3.8.

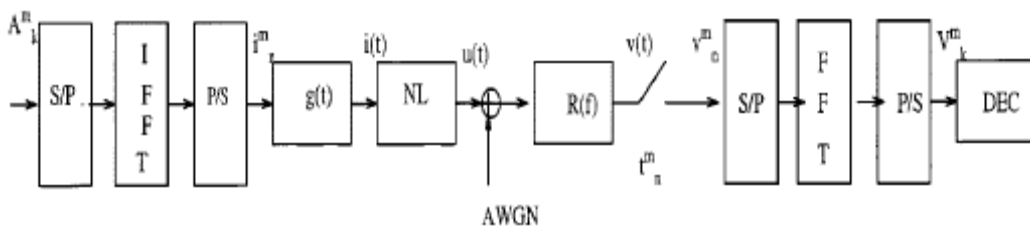


Figura 3.8: Sistema OFDM no lineal y canal AWGN

En cada periodo, un vector de N símbolos complejos, $A_k^m, k = 0, \dots, N-1$, es transformado por medio de una IFFT a un vector de N complejos símbolos, que son en realidad las muestras de la señal OFDM en banda de base. La envolvente compleja de la señal viene dada por $i(t)$:

$$i(t) = x(t) + jy(t) = \rho(t)e^{j\phi(t)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{N-1} i_n^m g(t - nT - mNT) \quad (3.56)$$

donde i_n^m es obtenido como

$$i_n^m = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} A_k^m e^{jnk2\pi/N} \quad (3.57)$$

T es el periodo de símbolo y $g(t)$ es la forma del pulso. A_k^m pertenece a un alfabeto A de M elementos que tienen la misma probabilidad, los cuales dependen de la modulación adoptada, además se asume que por cada $k, h=0, \dots, N-1$, y por cada m y l

$$\begin{aligned} E[A_k^m] &= E[A_k^m A_h^l] = 0 \\ E[A_k^m A_h^l] &= \begin{cases} P & \text{si } h = k, m = l \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \end{aligned} \quad (3.58)$$

La señal modulada es transmitida a través de un canal no lineal sin memoria, NL, el cual es descrito por las características AM/AM y AM/PM distorsión. Esto puede ser también definido como las características de no linealidad de un amplificador de potencia, que será lo que simularemos en el siguiente capítulo. La señal a la salida del bloque NL es

$$u(t) = F_A[\rho(t)]e^{jF_P[\rho(t)]}e^{j\phi(t)} = F_I[x(t), y(t)] + jF_Q[x(t), y(t)] = F[x(t), y(t)] \quad (3.59)$$

donde $F_A[\cdot]$ y $F_P[\cdot]$ son las funciones de distorsión AM/AM y AM/PM.

En el receptor se introduce un ruido AWGN con densidad espectral de potencia N_0 . Se va a considerar que la interferencia en las bandas adyacentes causadas por el sistema de transmisión no va ser tenida en cuenta.

La señal recibida es primero procesada primero por un filtro paso de baja con función de transferencia $R(f)$ y muestreada en los instantes $t_n^m = nT + mNT$. Vamos a indicar la señal filtrada como $v(t)$ y sus muestras como $v_n^m = z_n^m + w_n^m$, donde z_n^m y w_n^m son las componentes útil y de ruido respectivamente. Las secuencias de muestras son procesadas trama por trama por el bloque FFT. En la entrada del decodificador se tendrá la variable de decisión

$$V_k^m = \sum_{n=0}^{N-1} v_n^m e^{-jnk2\pi/N} \quad (3.60)$$

la cual incluye la distorsión no lineal y el ruido Gaussiano.

La probabilidad de error de símbolo P_e puede ser evaluada considerando la probabilidad de error condicionada a la transmisión de cada símbolo del alfabeto de la modulación como sigue a continuación

$$P_e = \frac{1}{M} \sum_{A \in \mathcal{A}} \left(1 - \text{Prob}\{V_k^m \in S_A | A_k^m = A\} \right) \quad (3.61)$$

donde S_A es la región de decisión para el símbolo A . Esto requiere la característica estadística de la variable de decisión V_k^m , cuando A_k^m está fijo a A , lo cual veremos en el siguiente apartado.

3.3.2 Caracterización de la variable de decisión

Como se ha comentado anteriormente en este apartado vamos a intentar hallar las características estadísticas de la variable de decisión en el modulador para comprender el efecto de la no linealidad sobre el sistema OFDM.

➤ Señal a la entrada del bloque NL

Vamos a comenzar con una asunción básica con respecto a la señal $i(t)$ a la entrada del bloque no lineal. Mirando las Ecuaciones (3.56) y (3.57), $i(t)$ incluye por medio de los símbolos I_n^m , la suma de las N contribuciones las cuales son independientes y tienen las mismas estadísticas. Si N es suficientemente grande, $i(t)$ puede ser considerada como un proceso aleatorio complejo Gaussiano como consecuencia del teorema central del límite. Es más, el bloque IDFT, para valores altos de N , es considerado como un bloque el cual transforma un set de N variable aleatorias complejas independientes en un set de N variables aleatorias compleja Gaussianas.

Como se puede observar en la Ecuación (3.61), hay que considerar el proceso aleatorio $i(t)$ condicionado a la transmisión del símbolo genérico A_k^m fijado a A . Cuando A_k^m , para $m = \bar{m}$ y $k = \bar{k}$, está fija a A , el proceso aleatorio $i(t)$ no es estacionario. Su media viene dada por

$$\beta(t) = \beta_x(t) + j\beta_y(t) = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{A}{N} e^{j2\pi \bar{k} / N} g(t - nT - \bar{m}NT) \quad (3.62)$$

y su varianza

$$\sigma^2(t) = \frac{P}{N} \sum_{m=-\infty}^{N-1} g^2(t - nT - mNT) - \frac{P}{A^2} |\beta(t)|^2 \quad (3.63)$$

Por otra parte, si nos fijamos en el análisis espectral, el símbolo $A_{\bar{k}}^{\bar{m}}$ fijo podría ser evitado y se tendría simplemente

$$\begin{aligned} \beta(t) &= 0 \\ \sigma^2(t) &= \frac{P}{N} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{N-1} g^2(t - nT - mNT) \end{aligned} \quad (3.64)$$

Notar que esto representa el límite que buscamos cuando indicamos que N es suficientemente grande. De hecho cuando N tiende a infinito, tanto $\beta(t)$ como $|\beta(t)|^2 / \sigma^2(t)$ tienden a cero.

➤ **Señal a la salida del bloque NL**

Ahora nos vamos a centrar en la salida del bloque no lineal $u(t)$. Nuestro primer objetivo es representarla esta salida como

$$u(t) = K(t)i(t) + d(t) \quad (3.65)$$

donde $d(t)$ es un término de ruido aditivo y $K(t)$ es una función arbitraria determinista compleja. Más exactamente, es deseable que la media de $d(t)$ sea cero, y que sea un proceso incorrelado con $i(t)$.

Teniendo esto en mente, nosotros podemos investigar la propiedades estadísticas de $d(t)$, evaluando su media y la correlación cruzada con el proceso $i(t)$:

$$E[d(t)] = E[u(t)] - K(t)E[i(t)] \quad (3.68)$$

$$E[d^*(t)i(t+\tau)] = E[u^*(t)i(t+\tau) - K^*(t)E[i^*(t)i(t+\tau)]] \quad (3.69)$$

donde $E[\cdot]$ denota el valor esperado.

Con ayuda de teoremas se puede llegar a la conclusión que si se da la condición

$$E\left[\frac{\partial F(x, y)}{\partial x}\right] = -jE\left[\frac{\partial F(x, y)}{\partial y}\right] \quad (3.70)$$

entonces

$$E[d^*(t)i(t+\tau)] = 0 \quad (3.71)$$

$$E[d(t)] = 0 \quad (3.72)$$

lo que quiere decir que $d(t)$ es un proceso no correlado con $i(t + \tau)$ de media cero. A partir de ahí se puede llegar a la siguiente expresión para $K(t)$

$$K(t) = \frac{1}{2} E \left[\frac{\partial F(x, y)}{\partial x} - j \frac{\partial F(x, y)}{\partial y} \right] \quad (3.73)$$

Por tanto el punto más importante es verificar que se cumple la condición de la Ecuación 3.70. Para simplificar vamos a denotar por $\beta(t) = \beta(\text{real})$, $\sigma^2(t) = \sigma^2$, $\rho(t) = \rho$, $\phi(t) = \phi$, y $F_A(\rho)e^{jF_P(\rho)} = S(\rho)$. Realizando el cambio de coordenadas se obtiene

$$\frac{\partial F(x, y)}{\partial x} = S'(\rho)(\cos^2 \phi + j \sin \phi \cos \phi) + \frac{S(\rho)}{\rho}(\sin^2 \phi - j \sin \phi \cos \phi) \quad (3.74)$$

$$-j \frac{\partial F(x, y)}{\partial y} = S'(\rho)(\sin^2 \phi - j \sin \phi \cos \phi) + \frac{S(\rho)}{\rho}(\cos^2 \phi + j \sin \phi \cos \phi) \quad (3.75)$$

La función densidad de probabilidad de las variables aleatorias ρ y ϕ es

$$f_{\rho\phi}(\rho, \phi) = \frac{\rho}{\pi\sigma^2} e^{-((\rho^2 + \beta^2 - 2\beta\rho \cos \phi)/\sigma^2)} \quad (3.76)$$

Sustituyendo 3.74 y 3.75 en 3.73 se obtiene

$$K(t) = \frac{1}{2} E \left[S'(\rho) + \frac{S(\rho)}{\rho} \right] \quad (3.77)$$

y en primera instancia se obtienen como conclusión que la Ecuación 3.70 no se verifica. Sin embargo cuando N es suficientemente grande y $\beta(t)$ es despreciable con respecto a $\sigma(t)$, la variable aleatoria ϕ llega a ser independiente respecto a la variable aleatoria ρ y uniformemente distribuida en el rango $(0, 2\pi)$. Haciendo que $K(t)$ tienda a $K_0(t) = K(t)|_{\beta(t)=0}$, la Ecuación 3.70 tiende a ser verdad y $E[d(t)]$ se hace prácticamente

nulo. Por lo tanto, en adelante, asumiremos que la Ecuación 3.70 es válida a condición de que N sea suficientemente grande.

Después de validar la posibilidad de descomponer la salida $u(t)$ en dos partes incorreladas (la parte de la señal útil y el ruido) como indica la Ecuación 3.65, ahora vamos a centrar la atención en la función $K_0(t)$ la cual caracteriza a la parte útil de la señal. Se puede notar que la función solo depende de la varianza $\sigma^2(t)$, la cual es función del tiempo t debido a la no estacionalidad del proceso aleatorio $i(t)$, esta dependencia del tiempo es introducida por la forma del pulso como se puede ver en la Ecuación 3.56.

Es interesante buscar la condición que hace $K_0(t)$ independiente del t , por ejemplo que la varianza $\sigma^2(t)$ sea una constante. Examinando la Ecuación 3.64 podemos ver que si el número de portadoras N es suficientemente grande, $\sigma^2(t)$ puede ser vista como una repetición periódica del pulso $g^2(t)$, de ahí, que sea una constante cuando las muestras de la transformada de Fourier de $g^2(t)$, $G_2(f) = G(f) * G(f)$, en la frecuencia n/t siendo n un entero, satisface la siguiente relación:

$$G_2(n/T) = \begin{cases} G_2(0) & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \quad (3.78)$$

Hay dos casos teóricos interesantes donde se cumple esta condición:

1. $g(t)$ es un pulso rectangular definido en el rango $(-T/2, T/2)$.
2. $G(f)$ es una función limitada en banda en el rango $(-1/2T, 1/2T)$.

Por tanto, hasta ahora hemos visto que la señal OFDM al pasar a través de un sistema no lineal se puede descomponer como indica la Ecuación 3.65 ya que N suele ser un número suficientemente grande y los pulsos empleados cumplen la relación anteriormente comentada.

Nos vamos a centrar en la relación 1 para obtener resultados numéricos. En el caso general, cuando el término $\sigma^2(t)$ es despreciable, la función compleja $K_0(t)$ puede ser representada como serie de Fourier por

$$K_0(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \alpha_l e^{j2\pi l t / T} \quad (3.79)$$

donde

$$\alpha_l = \frac{1}{2} \int_{-T/2}^{T/2} K_0(t) e^{-j2\pi l t / T} dt \quad (3.80)$$

Por lo tanto, sustituyendo en 3.65, obtenemos

$$u(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \alpha_l i(t) e^{j2\pi l t / T} + d(t) \quad (3.81)$$

Para los casos 1 y 2, se tiene $\alpha_0 \approx K_0$ y $\alpha_l \approx 0, l \neq 0$.

➤ Vector de salida del bloque FFT

Vamos a definir $g_{rl}(t), i_{rl}(t)$ y $d_r(t)$ como la respuesta del filtro del receptor a $g(t)e^{j2\pi l t / T}, i(t)e^{j2\pi l t / T}$ y $d(t)$ respectivamente. Asumiremos que el filtro del receptor está adaptado al pulso $g(t)$, por ejemplo $R(f) = G^*(f)/T$. La amplitud de $g(t)$ está fija a 1. Por tanto podemos escribir la salida del filtro del receptor como

$$z(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \alpha_l i_{rl}(t) + d_r(t) \quad (3.82)$$

En el caso 1 y 2 de la sección anterior la expresión anterior puede ser simplificada a

$$z(t) = \alpha_0 i_{r0}(t) + d_r(t) \quad (3.83)$$

Viendo esta ecuación podríamos tener otro caso interesante donde se cumple la Ecuación 3.83, aún cuando $\alpha_l \neq 0, l = 1, \dots, \infty$. Este caso se refiere a un sistema donde $G(f)R(f)$ es una función limitada en banda en el rango $[-B, B]$, $1/2T < B < 1/T$ y portadoras virtuales son insertadas para evitar el efecto del aliasing. Un efecto de interés práctico, lo llamaremos caso 3, es un sistema con $G(f)R(f) = CR(f)$, es la función coseno alzado con factor de rolloff b . En ese caso cuando N es suficientemente grande, la componentes espectrales de $i(t)$ que salen del rango $[-1/2T, 1/2T]$ son despreciables. De ahí que el filtro del receptor elimina su contribución de las componentes con índice $l \neq 0$ y a la salida del filtro se tiene la Ecuación 3.83.

Vamos a centrar el estudio en estos tres casos que además son los más habituales. Muestreando $z(t)$ en el instante $t_n^{\bar{m}}$ se obtiene

$$z_n^{\bar{m}} = \alpha_0 i_{r0n}^{\bar{m}} + d_{rn}^{\bar{m}} \quad (3.84)$$

donde

$$i_{r0n}^{\bar{m}} = \sum_{m=-\infty}^{N-1} \sum_{s=0}^{N-1} i_s^{\bar{m}} g_{r0}(t_n^{\bar{m}} - sT - mNT) = i_n^{\bar{m}} g_{r0}(0) = i_n^{\bar{m}} \quad (3.85)$$

A la salida del bloque FFT después de fijar $A_k^{\bar{m}} = A$

$$V_k^{\bar{m}} = \alpha_0 A + D_k^{\bar{m}} + W_k^{\bar{m}} \quad (3.86)$$

donde $W_k^{\bar{m}}$ es la componente de ruido Gaussiano de varianza $\sigma_w^2 = N\sigma_\omega^2 = 2NN_0/T$, y

$$D_k^{\bar{m}} = \sum_{n=0}^{N-1} d_{rn}^{\bar{m}} e^{-jn\bar{k}2\pi/N} \quad (3.87)$$

es la componente de ruido introducida por la no linealidad de varianza σ_D^2 . Esta ecuación, consecuencia del teorema de Bussgang, indica que el efecto de los bloques no

lineales sin memoria en las señales que son obtenidas como suma de muchas componentes independientes (en nuestro caso que N sea suficientemente grande), producen una rotación en el receptor en la constelación, una atenuación y un ruido incorrelado. Esto es la consecuencia diferente respecto a un sistema con una única portadora, ya que en esos casos se produce una compresión y un ruido correlado.

Por tanto podemos concluir que el efecto de una no linealidad sin memoria paso de banda en la variable de decisión de un sistema OFDM puede ser descrita introduciendo una ganancia compleja α_0 que incluye una atenuación y una rotación de fase, y un término de ruido aditivo Gaussiano NLD de media cero y varianza σ_D^2 .

3.3.3 Evaluación de la probabilidad de error

Comenzando desde la expresión de la variable de decisión en la entrada del bloque de decisión dado por 3.86, podemos evaluar la probabilidad de error como función de la modulación utilizada y la relación SNR

$$\frac{S}{N} = \frac{|\alpha_0|^2}{\sigma_w^2 + \sigma_D^2} \quad (3.88)$$

como sigue a continuación:

$$P_b = f(\text{modulación}, S/N) \quad (3.89)$$

Se puede derivar una expresión para varios formatos de modulación como puede ser M-QAM, M-PSK, etc. En este caso nos vamos a centrar en M-QAM la cual es una modulación de amplitud y fase. En ese caso, los M-arios símbolos son obtenidos mapeando grupos de $\log_2 M$ bits, de ahí que se pueda derivar la siguiente expresión:

$$P_b = \frac{2}{\log_2 M} \frac{\sqrt{M}-1}{\sqrt{M}} \text{erfc} \sqrt{\frac{|\alpha_0|^2}{\sigma_w^2 + \sigma_D^2}} \quad (3.90)$$

Aquí, la S/N en la raíz cuadrada depende del punto de trabajo del amplificador de potencia y es también función de E_b / N_0 , donde

$$E_b = \frac{1}{2} E[u(t)^2] \frac{T}{\log_2 M} = \left[2 \frac{|\alpha_0|^2}{N} \frac{M-1}{3} + \sigma_d^2 \right] \frac{T}{2 \log_2 M} \quad (3.91)$$

es la energía por bit de la señal a la salida del bloque no lineal. Observando la Ecuación 3.90 se puede ver que hay un límite para la probabilidad de error que no se puede reducir, ya que aunque el canal fuera ideal y no introdujera ruido tendríamos una probabilidad de error

$$P_{b_{floor}} = \frac{2}{\log_2 M} \frac{\sqrt{M}-1}{\sqrt{M}} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{|\alpha_0|^2}{\sigma_D^2}} \quad (3.92)$$

la cual depende de la relación señal ruido no lineal $|\alpha_0|^2 / \sigma_D^2$.

Capítulo 4: Simulaciones en Matlab

4.1 Introducción

Desde el principio el objetivo de este proyecto ha sido ver las consecuencias que un bloque no lineal tiene sobre un sistema de comunicación OFDM. Para ello primero se ha hecho un estudio más o menos en profundidad de los fundamentos de un sistema OFDM, posteriormente también se expusieron los conocimientos sobre las características de los bloques no lineales, y ahora ha llegado el momento de utilizar estos conocimientos de forma más práctica.

Hoy día la característica más importante de un sistema de comunicación digital es su probabilidad de error, ya que esta característica nos da información para poder configurar el sistema de forma que sea viable su utilización. Por tanto vamos a intentar comprobar el efecto sobre la probabilidad de error que produce la introducción de un bloque no lineal en un sistema de OFDM, para ello primero realizaremos simulaciones de un sistema OFDM sin bloque no lineal y luego realizaremos las mismas simulaciones para un sistema OFDM con un amplificador no lineal y compararemos para ver cual ha sido el cambio introducido en dicha probabilidad de error por el bloque no lineal. Las partes en las que se divide este capítulo son las siguientes:

- Características de las simulaciones: En esta primera parte se comenta las características generales que se han utilizado para realizar las diferentes simulaciones. Se expondrán las distintas simplificaciones y parámetros que se han realizado y tomado debido a las de las simulaciones que se desean realizar.
- Simulaciones OFDM lineal: En esta sección se expone el código de las simulaciones que se realizan, y se va explicando al bloque del esquema de OFDM que van correspondiendo. También se presentan los resultados obtenidos de dichas simulaciones.
- Simulaciones OFDM no lineal: En la sección se expone el mismo contenido que en la sección anterior pero en este caso para el sistema no lineal, además a la vez iremos comparando los resultados que vamos obteniendo con el caso del sistema lineal y comprobando como son de válidos resultados obtenidos en el capítulo anterior cuando se realizó el estudio teórico del sistema OFDM no lineal.
- Conclusiones de las simulaciones: Por último comentaremos las conclusiones que hemos obtenidos con todas las simulaciones realizadas.

4.2 Características de las simulaciones

Como se ha comentado anteriormente, en este capítulo se van presentar diferentes simulaciones de un sistema OFDM. Para realizar estas simulaciones se ha empleado el programa matemático MATLAB 7.0 sobre el cual se han aplicado los algoritmos diseñados que permiten la visualización de las gráficas pertinentes. Aunque aquí se adjuntan algunas simulaciones, se ha realizado muchas más para obtener resultados que apoyen las conclusiones adoptadas.

El análisis que se ha realizado consiste principalmente, además de representar otras características importantes del sistema, en representar la tasa de error de bit frente a la energía por bit transmitido. Esta relación mostrará la fiabilidad del sistema en diferentes circunstancias.

El objetivo final de las simulaciones es poder ver la diferencia de la variación de la probabilidad de error de un sistema OFDM lineal respecto a un sistema OFDM no

lineal. Para aislar el objetivo de la simulación lo que se ha hecho es idealizar lo más posible el sistema OFDM que se quiere transmitir, con lo cual se puede realizar de forma más fácil el estudio del efecto introducido por el bloque no lineal, ya que cualquier cambio que se produzca del sistema no lineal respecto al lineal es introducido por el bloque no lineal, ya que, al estar idealizado el sistema, no puede haber efecto colaterales de otros parámetros. A continuación se exponen las consideraciones que hemos tenido en cuenta a la hora de realizar las simulaciones:

- El esquema realizado para las simulaciones es el esquema en banda base.
- No se utiliza el código cíclico.
- Se supone que no hay ningún tipo de problema de sincronización ni retraso entre emisor y receptor ni entre portadoras.
- No se tienen en cuenta problemas de interferencia entre canales.
- Como el estudio debe ser independiente de la frecuencia de trabajo, lo que se ha hecho es normalizar los bits a un pulso cuadrado de amplitud 1 y duración de 1 unidad, y por tanto la duración del símbolo OFDM es N , donde N es el número de portadoras.
- La energía transmitida es independientemente del número de portadoras.
- El canal utilizado es un canal ideal AWGN.
- Como mapeador se utiliza una modulación M-QAM.
- No hay interferencias externas.

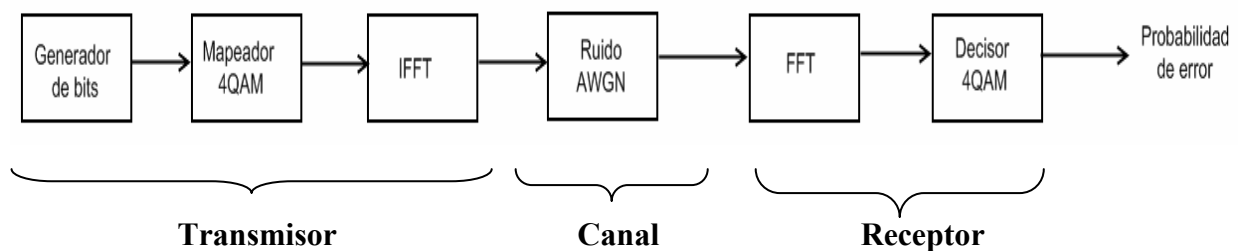
Aunque se adjunta un anexo el código en Matlab de cada una de las simulaciones realizadas, en cada apartado correspondiente se va a ir comentando el código utilizado y la relación que tiene con cada bloque del sistema OFDM.

4.3 Simulación OFDM lineal

En este apartado pretendemos simular el comportamiento de un sistema OFDM lineal, para ello queremos obtener como resultado la variación de la probabilidad de error respecto a la relación E_b/N_0 para luego poder compararlo con el comportamiento de un sistema OFDM no lineal. Al realizar el estudio teórico de los sistemas OFDM no lineales obtuvimos como resultado que una de las consecuencias más importantes son los cambios que se producen en la constelación recibida, por tanto también se va a

mostrar en estas simulaciones constelaciones para diferentes E_b/N_0 y luego compararlas con las constelaciones para una misma relación E_b/N_0 en el sistema OFDM no lineal, y así comprobar si los resultados obtenidos teóricamente son demostrados a través de simulaciones y ver el efecto real de la no linealidad sobre la constelación. Otra cuestión importante que tuvimos en cuenta al realizar el estudio teórico fue que las aproximaciones eran válidas para un número de portadoras grandes, por eso vamos a realizar simulaciones para diferentes número de portadoras y así comprobar si se cumple o no la aproximación que se realizó en el estudio teórico y ver que efectos tiene en el sistema el aumento de portadoras, aunque en el caso del sistema OFDM lineal el número de portadoras no debería tener ninguna consecuencia en las simulaciones, en el caso del sistema no lineal sí podremos observar si las aproximaciones realizadas son más correcta o no y ver si el aumento de portadores conlleva algún beneficio.

A modo de resumen por tanto podemos decir que vamos a realizar varias simulaciones con diferentes número de portadoras para un sistema OFDM lineal con un mapeador 4QAM, donde vamos a representar la probabilidad de error de bit del sistema respecto a E_b/N_0 y las constelaciones de transmisión y recepción del sistema para varias relaciones E_b/N_0 . El sistema de bloques que vamos a simular es el siguiente:



Para implementar el sistema lineal vamos a utilizar la función **OFDMlineal(N).m**. Como vamos a realizar simulaciones para diferente número de portadoras, vamos a utilizar el parámetro N como parámetro de entrada del número de portadoras que deseamos que lleve la simulación. A continuación vamos a ir comentando el código y las simulaciones que vamos obteniendo así como los las conclusiones que obtenemos viendo las gráficas obtenidas.

➤ Transmisor

Se va a realizar la generación de bit y el mapeador 4QAM a la vez, para ello utilizamos la instrucción siguiente:

```
datos=randsrc(N*1000,1,[1,-1])+j*randsrc(N*1000,1,[1,-1]);
```

como se puede observar se crean un número de datos múltiplo de las portadoras, esto se hace para que a la hora de realizar la IFFT tengamos un número entero de tramas OFDM y su tratamiento sea más fácil. A continuación se puede observar la simulación de la constelación de transmisión, como es lógico es independiente del número de portadoras que se utilice.

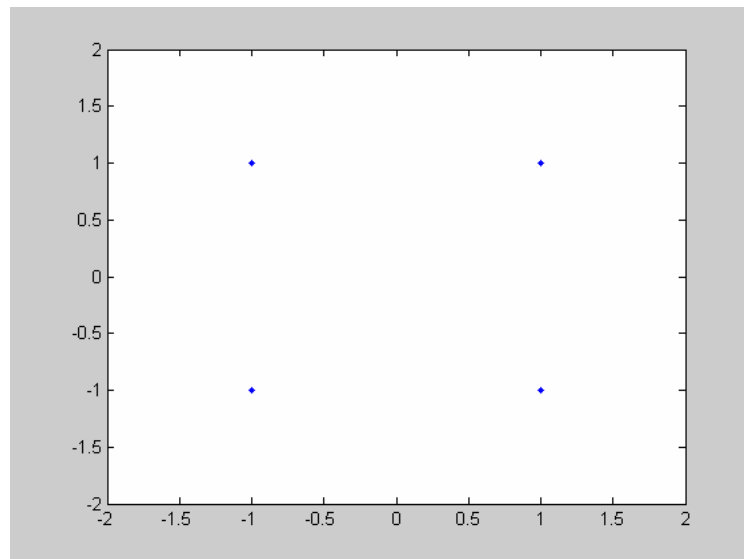


Figura 4.1: Constelación 4QAM transmitida

A continuación se realiza la modulación OFDM a través del bloque IFFT, se realiza de forma que sea lo más fiel posible a los estudios teóricos, para ello se han tomado bloques de N símbolos 4QAM aplicándoles a cada bloque la transformada IFFT para crear cada símbolo OFDM. Al realizar este proceso a todos las muestras obtenemos la señal OFDM completa $s_{OFDM}(n)$ a partir de cada símbolo OFDM $s_m(n)$, y por tanto la señal obtenida tienen la misma forma que las señales OFDM teóricas

$$s_m(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_{k,m} e^{j2\pi(k-1)n/N} \quad (4.1)$$

$$s_{OFDM}(n) = \sum_{m=1}^{1000} s_m(n - (m-1)N) \quad (4.2)$$

donde el código para implementar la señal OFDM a partir de la señal 4QAM es

```
for K=1:1000
    datos_transmitidos=datos(((K-1)*64+1):(K*64));
    transf_datos(((K-1)*64+1):(K*64),1)=ifft(datos_transmitidos);
end
```

y por tanto en transf_datos tenemos las muestras de la señal OFDM en banda base.

Aquí habría que fijarse en algo importante, como hemos transmitido la misma energía independientemente del número de portadoras, al ir aumentando el número de portadoras N tendremos menos potencia por portadora. Esto en principio no debe tener ninguna consecuencia a la hora de la probabilidad de error ya que E_b es independientemente del número de portadoras. A continuación veamos la energía y la potencia para diferentes número de portadoras:

N portadoras	Energía media de la señal	Potencia por portadora
64	2	0,03125
128	2	0,015625
256	2	0,0078125

➤ Canal

Como la intención de la simulación es obtener la variación de la probabilidad de error con respecto a la relación E_b/N_0 , lo que vamos a hacer es un barrido en la relación E_b/N_0 . Como E_b es fija ya que la energía que transmitimos está fijada, para obtener la variación de la probabilidad de error lo que hemos hecho en la simulación es ir disminuyendo la energía de ruido desde un valor que hace que $E_b/N_0 = 0$ hasta

$E_b/N_0 = 20$. Para añadirle el ruido AWGN primero calculamos la potencia de la señal que transmitida con el código

```
for H=1:N
    energia_s=energia_s+(abs(transf_datos(H,1)))^2;
end
potencia_db=10*log10(energia_s/N);
```

y una vez obtenida la relación SNR que deberíamos tener para esa E_b/N_0 utilizamos el siguiente código para añadir ruido AWGN a la señal transmitida hasta obtener la señal recibida en el receptor con el ruido añadido

```
SNR=0;
SNR=EbNo+10*log10(2);
rx=awgn(transf_datos, SNR, potencia_db);
```

➤ Receptor

En el receptor tenemos ya la señal OFDM con el ruido AWGN que corresponde a la siguiente expresión análoga a lo visto en teoría

$$y(n) = s_{OFDM}(n) + n(n) \quad (4.3)$$

La señal una vez recibida es tratada por el demodulador OFDM que hace la función contraria al modulador OFDM y corresponde con el código

```
for G=1:1000
    datos_recibidos=rx(((G-1)*N+1):(G*N));
    datos_final(((G-1)*N+1):(G*N),1)=fft(datos_recibidos);
end
```

La señal demodulada corresponde a la forma

$$y_{k,m} = \sum_{m=1}^{1000} \sum_{n=1}^N (s_{OFDM}(n - (m-1)N)) e^{-j2\pi k(n-1)/N} + \sum_{m=1}^{1000} \sum_{n=1}^N n(n - (m-1)N) e^{-j2\pi k(n-1)/N} \quad (4.4)$$

Una vez demodulada la señal, podemos mostrar la constelación recibida. A continuación se muestra la constelación recibida para diferentes relaciones E_b/N_0 .

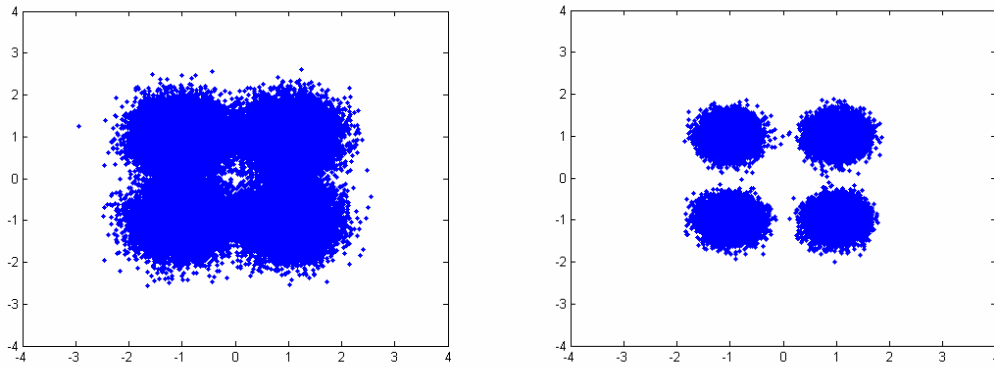


Figura 4.2: Constelaciones para E_b/N_0 igual a 5 y 10 dB

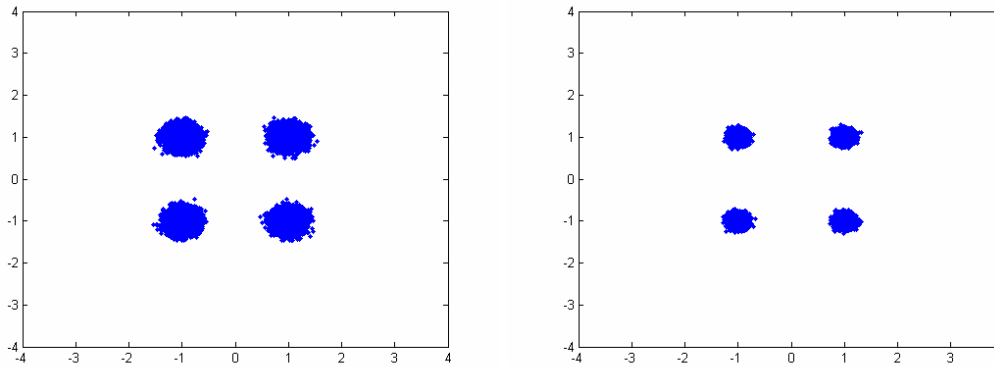


Figura 4.3: Constelaciones para E_b/N_0 igual a 15 y 20 dB

En las simulaciones podemos ver como a medida que aumentamos la relación E_b/N_0 hace que las muestras se desvíen menos de su posición inicial, lo que hará que la probabilidad de error sea menor. Como el sistema OFDM que estamos tratando en este apartado es totalmente ideal, podemos observar que las constelaciones a la entrada del receptor son exactamente igual a las de una modulación 4QAM sin modulación OFDM. Esto debe tener consecuencias a la hora de simular la probabilidad de error del sistema, ya que al ser el sistema OFDM lineal totalmente ideal se debe esperar, que como ocurre con la constelación, la simulación de la probabilidad de error debería coincidir con la de un modulación 4QAM sin modulación OFDM.

Por último para obtener los símbolos recibidos en el receptor, debemos pasar la señal por el decisor 4QAM. Como los símbolos transmitidos son equiprobables, se ha simulado un decisor óptimo típico de modulación 4QAM donde se toma la decisión de

forma independiente en la componente en fase y la componente en cuadratura, tomando como límites zona de decisión si el símbolo recibido pertenece a la zona positiva o negativa. El código que representa el decisor y la señal recibida estimada es el siguiente:

```
receptor=sign(real(datos_final))+j*sign(imag(datos_final));
```

Una vez que tenemos los bits de información recibidos estimados, solo tenemos que comparar con los bits que se transmitieron para comprobar el número de errores que se han producidos. Para hallar la probabilidad de error del sistema dividimos el número de errores obtenidos respecto al número de bits que hemos transmitido. Realizando este proceso para las diferentes relaciones E_b/N_0 obtenemos la gráfica de la probabilidad de error para el sistema OFDM lineal. El código utilizado que representa este proceso es el siguiente:

```
aux=receptor-datos;
cont=0;
for i=1:N*1000
    if aux(i)~=0
        if real(aux(i))~=0
            cont=cont+1;
        end
        if imag(aux(i))~=0
            cont=cont+1;
        end
    end
end
ber(B)=cont/(2*N*1000);
```

El resultado de la probabilidad de error obtenido para diferentes portadoras es el:

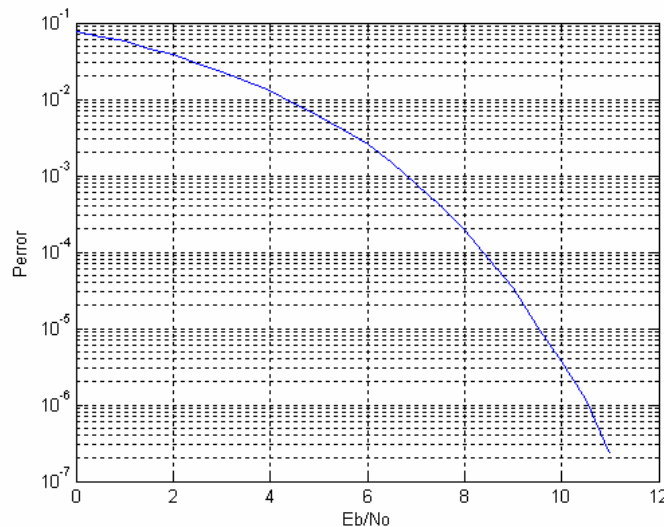


Figura 4.4: Simulación Pb de error OFDM lineal con N=64,128,256 portadoras

Como era de esperar, el número de portadoras no influye en la probabilidad de error con lo cual podemos decir que con un sistema OFDM podemos obtener la misma probabilidad de error con menos potencia por portadoras aumentando el número de portadoras. Además podemos comparar con la probabilidad de error de un sistema 4QAM sin modulación OFDM, viendo que la gráfica de probabilidad de error es exactamente la misma que la de una modulación 4QAM como era de esperar, comprobando que los resultados que hemos obtenidos son los correctos.

4.4 Simulación OFDM no lineal

Una vez que hemos simulado el comportamiento de un sistema OFDM lineal llega el momento más importante, ahora vamos a ver como se comporta el mismo sistema anterior cuando a la salida de la modulador OFDM tenemos un bloque no lineal. Este caso es muy común en la realidad, ya que a la salida del transmisor normalmente se encuentra un amplificador de potencia para amplificar la señal a transmitir, pero el inconveniente de esto es que estos amplificadores en la realidad no son ideales, sino que a partir de una cierta potencia saturan y aunque la señal de entrada aumente, la potencia de salida no aumenta, lo que produce una no linealidad en el sistema, debido a lo común de estos casos vamos a simular el bloque no lineal como si fuera un amplificador de potencia no lineal. Para la simulación de los amplificadores no lineales se va a utilizar el modelo de Saleh específica para cada amplificador. Vamos a realizar las simulaciones para los dos tipos de amplificadores más comunes utilizados en los sistemas de transmisión, los amplificadores tipo SSPA y TWT cuyos modelos de Saleh son:

- SSPA

$$F_A[\rho] = \frac{\rho}{\sqrt{1 + \left(\frac{\rho}{A_0}\right)^2}} \quad F_P[\rho] = 0 \quad (4.5)$$

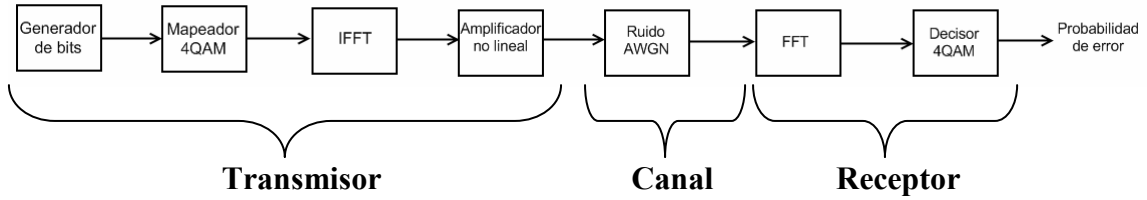
- TWT

$$F_A[\rho] = A_{sat}^2 \frac{\rho}{\rho^2 + A_{sat}^2} \quad F_P[\rho] = \frac{\pi}{3} \frac{\rho^2}{\rho^2 + A_{sat}^2} \quad (4.6)$$

donde A_{sat} es la amplitud de saturación de entrada del amplificador y A_0 la amplitud de salida en el punto de saturación, es decir $F_A[A_{sat}]$.

Como queremos también demostrar la validez del estudio realizado en el capítulo anterior sobre la no linealidad en OFDM, además de realizar las mismas simulaciones que en el apartado anterior vamos a obtener los parámetros estudiados teóricamente en el Apartado 3.3, y así comprobar también la simulación de las aproximaciones realizadas y sacar nuevas conclusiones.

El esquema de bloque a simular es el siguiente:



Para simular el sistema se utiliza la función **OFDMnolinealSSPA(N,Ao).m** para el caso del amplificador SSPA, y **OFDMnolinealTWT(N,Ao).m** para el caso de amplificador tipo TWT. En este caso los parámetros de entrada son N el número de portadoras para poder comprobar si existe algún efecto en el sistema el cambio en el número de portadoras, y A_0 que nos fijará el punto de funcionamiento del amplificador. En verdad, lo que hacemos al fijar A_0 es fijar el valor del OBO del amplificador ya que este depende de la relación entre la amplitud a la salida del amplificador A_0 y la potencia de la señal a la salida del amplificador de la forma

$$OBO_{dB} = 10 \log \left(\frac{A_0^2}{P_{o,nolineal}} \right) \quad (4.7)$$

con lo cual este parámetro nos da una idea del nivel de no linealidad que nos da el amplificador, ya que cuanto más alto es el OBO más lineal es el amplificador, por eso podemos ver como varia la probabilidad de error a medida que el amplificador se hace más lineal o menos cambiando este parámetro.

- **Amplificador SSPA**

Primero vamos a simular el sistema OFDM no lineal con un amplificador tipo SSPA cuyo modelo corresponde a la Ecuación 4.5. Este amplificador no introduce distorsión en la componente en fase ya que $F_p[\rho] = 0$, por eso después realizaremos la simulación de un amplificador TWT que además de distorsión en amplitud también introduce distorsión en fase y podremos comparar el efecto de esa distorsión.

Las funciones que se emplean para realizar las simulaciones tienen exactamente el mismo código a excepción del bloque no lineal, por eso vamos a comentar aquí el código completo para las simulaciones con el amplificador SSPA y en las simulaciones correspondientes al amplificador TWT solo comentaremos el bloque no lineal y los resultados que vamos obteniendo en las simulaciones.

➤ **Transmisor**

El código para generar los bits y la modulación 4QAM es el mismo que se emplea en el caso del sistema OFDM lineal:

```
datos=randsrc(N*1000,1,[1,-1])+j*randsrc(N*1000,1,[1,-1]);
```

y la constelación correspondiente que tenemos a la salida del bloque mapeador QAM es

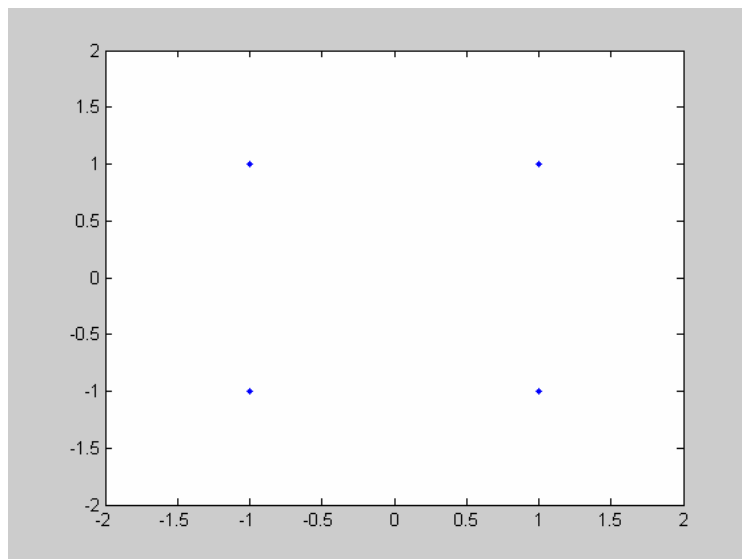


Figura 4.5: Constelación 4QAM en OFDM no lineal

Una vez creado lo datos, igual que en el caso de OFDM lineal, la señal pasa por el modulador OFDM. El código es el mismo también que el empleado en el sistema OFDM lineal.

```
for K=1:1000
    datos_transmitidos=datos(((K-1)*64+1):(K*64));
    transf_datos(((K-1)*64+1):(K*64),1)=ifft(datos_transmitidos);
end
```

Tras obtener la señal modulada OFDM vienen el bloque más importante en estas simulaciones, el bloque del amplificador no lineal. Para implementar la función del amplificador SSPA se ha empleado el código siguiente:

```
potencia_senal=sum((abs(transf_datos)).^2)/(N*1000);
modulo=abs(transf_datos);
fase=angle(transf_datos);
for M=1:N*1000
    modulo_NL(M,1)=modulo(M,1)/(sqrt(1+((modulo(M,1)/Ao)^2)));
end
senal_NL=modulo_NL.*exp(j*fase);
```

y como se puede comprobar *senal_NL* contienen las muestras de la señal a la salida del amplificador no lineal y por tanto a la salida del transmisor.

En el Apartado 3.3 del estudio teórico de un sistema OFDM no lineal se hizo una aproximación a través de la cual la señal a la salida del bloque no lineal se podía descomponer de la siguiente forma

$$s_d(t) = s_u(t) + n_d(t) = \alpha s(t) + n_d(t) \quad (4.8)$$

donde $s_d(t)$ es la señal a la salida del amplificador no lineal, $s(t)$ es la señal a la entrada del amplificador no lineal, α es un número complejo, $s_u(t)$ la señal útil, y $n_d(t)$ la parte distorsionada de la señal con una media igual a cero.

Por tanto en la simulación vamos a descomponer la señal a la salida del amplificador de esa forma para ver si se cumplen las condiciones correctas. Aplicando el teorema de Bussghang como en el estudio teórico la Ecuación 4.8 se puede expresar como

$$R_{s_d s_d}(\tau) = |\alpha|^2 \cdot R_{ss}(\tau) + R_{n_d n_d}(\tau) \quad (4.9)$$

y α puede expresarse de la forma

$$\alpha = \frac{R_{s_d s}(\tau)}{R_{ss}(\tau)} \quad (4.10)$$

donde $R_{s_d s}(\tau)$ denota la función de correlación cruzada de entrada salida.

El código que se ha empleado para realizar estas operaciones es el siguiente:

```
energia=sum((abs(senal_NL)).^2);
potencia=energia/(N*1000);
alfa=sum(((conj(senal_NL)).*transf_datos))/(N*1000*potencia_senal);
ruido=senal_NL-((real(alfa)).*transf_datos);
media_senal_NL=mean(senal_NL);
media_senal=mean(alfa.*transf_datos);
media_ruido=mean(ruido);
potencia_ruido=sum((abs(ruido)).^2)/(N*1000);
potencia_total=((real(alfa)).^2)*2/N+potencia_ruido;
```

donde, al tener la media de la señal no lineal y la media de la señal sin la distorsión, podemos comparar para ver si realmente el ruido añadido tienen media cero. A continuación se exponen las tablas de resultados obtenidos para diferentes OBO y diferente número de portadoras.

N	A_0	α	Media $s_d(t)$	Media $s_u(t)$	Media $n_d(t)$	Pot. $s_d(t)$	Pot. $s_u(t)$	Pot. $n_d(t)$
64	0,1	0,42595 +3,6318e-019i	0,0001687 - 0,0002378i	0,00015973 - 0,00018635i	0,00000897- 0,00005145i	0,0062296	0,00566977	0,00055983
128	0,0705	0,42424 +2,5321e- 020i	-0,00022017 +7,3609e- 005i	-0,00015909 +9,2803e- 005i	0,00006108- 1,9194e-005i	0,0030947	0,00281222	0,00028248
256	0,05	0,42554 +1,0744e- 019i	-6,4958e-005 -6,6927e-006i	-6,9816e-005 -3,3246e-005i	0,4858e-005- 0,0000265533	0,0015557	0,00141475	0,00014095

Tabla 4.1: Parámetros para OBO=2,055

N	A_0	α	Media $s_d(t)$	Media $s_u(t)$	Media $n_d(t)$	Pot. $s_d(t)$	Pot. $s_u(t)$	Pot. $n_d(t)$
64	0,14	0,54005 +7,9164e-019i	0,00033617 + 0,00059744i	0,00030378 + 0,00059068i	3.2387e-005+ 6.7531e-006i	0,0097073	0,00911428	0,00059302
128	0,099	0,54016 +3,0196e-019i	0,0001746 - 0,00016997i	0,0001266 - 0,00013504i	4.8003e-005 - 3.4932e-005i	0,0048565	0,00455895	0,00029755
256	0,07	0,53902 - 8,7555e-020i	6,6878e-005 +7,6592e-006i	7,1588e-005 +1,6844e-005i	-4.7108e-006 - 9.1852e-006i	0,0024208	0,00226991	0,00015089

Tabla 4.2: Parámetros para OBO=3,051

N	A_0	α	Media $s_d(t)$	Media $s_u(t)$	Media $n_d(t)$	Pot. $s_d(t)$	Pot. $s_u(t)$	Pot. $n_d(t)$
64	0,18	0,62818 - 3,9719e-020i	-0,00066275+ 0,00050626i	-0,00062818 + 0,0004515i	-3.4576e-005 +5.4763e-005i	0,012878	0,01233173	0,00054627
128	0,128	0,62978 +5,8299e-019i	-2,225e-005 - 5,7944e-005i	-4,9201e-005 -5,9042e-005i	2.6951e-005 +1.0981e-006i	0,0064708	0,00619722	0,00027358
256	0,09	0,62747 - 1,6632e-019i	2,5364e-005 +9,5363e-005i	4,4119e-005 +7,3532e-005i	-1.8755e-005 +2.1832e-005i	0,0032143	0,00307595	0,00013835

Tabla 4.3: Parámetros para OBO=4,007

Viendo las tablas podemos decir que a medida que aumenta el OBO α aumenta, esto quiere decir que la parte de la señal útil es mayor, por tanto en principio debemos pensar que cuanto mayor sea el OBO de un amplificador mejor será la gráfica de probabilidad de error. Esto concuerda con lo esperado ya que cuanto mayor es el valor del OBO más lineal es un amplificador, y por tanto menor será la distorsión introducida y eso en el estudio teórico vimos que dependía de α .

Observando las tablas también podemos decir, que si fijamos la amplitud de salida del amplificador a medida que aumentamos el número de portadoras el valor de α es mayor, es decir que al aumentar el número de portadora si fijamos la amplitud de salida del amplificador la potencia de la señal útil respecto de la potencia de ruido es mucho mayor con lo que se mejora la probabilidad de error. Como ejemplo ver el caso en el que A_0 es aproximadamente 0,1, para $N=64$ la relación entre la potencia de la señal útil y el ruido es aproximadamente 10, para el caso $N=128$ es aproximadamente 15 y para el caso $N=256$ es aproximadamente 22.

Otra cuestión importante que observamos es que si fijamos un valor de OBO, aunque aumentemos el valor de N el valor de α no cambia, esto indica en principio que la probabilidad de error debe ser igual para diferente número de portadoras para un OBO fijo. Esto lo demostraremos cuando veamos las simulaciones de la probabilidad de error.

Una de las cosas más importante es que si se trabaja con un determinado OBO, aunque trabajemos con diferente número de portadoras, es decir, trabajamos con diferente potencia por portadoras, la relación entre la señal útil y el ruido se mantienen constante, lo que hará que la probabilidad de error sea la misma independientemente del número de portadora, lo que confirma lo que habíamos supuesto viendo otros parámetros.

Por último, los valores de la media del ruido son prácticamente nulos comparados con la amplitud de la señal, lo que confirma que son válidas las aproximaciones realizadas en el Apartado 3.3 donde unas de las condiciones para expresar la señal no lineal como la suma de una parte lineal y otro de distorsión era que la media de ese ruido fuese nula.

➤ Canal

Una vez que hemos se ha visto el comportamiento de esta serie de parámetros podemos seguir con el sistema. El siguiente paso es el paso de la señal a través del canal donde se le añade el ruido AWGN y aumentando la relación E_b/N_0 podemos realizar el barrido para obtener la gráfica de probabilidad de error. El bloque del canal es codificado por:

```
SNR=EbNo+10*log10(2);  
rx=awgn(senal_NL,SNR,potencia_db);
```

➤ Receptor

Ya tenemos la señal con el ruido del canal, ahora se pasa por el demodulador para demodular la señal OFDM. El demodulador, como en el caso de OFDM lineal, corresponde con:

```
for G=1:1000
    datos_recibidos=rx(((G-1)*N+1):(G*N));
    datos_final(((G-1)*N+1):(G*N),1)=fft(datos_recibidos);
end
```

Tras pasar la señal por el demodulador podemos ver como es la constelación recibida, y observar el efecto que ha producido en ella el amplificador no lineal. A continuación se presentan diferentes constelaciones para diferentes valores de OBO, portadoras y diferentes valores E_b/N_0 .

- Constelaciones para N=64 y OBO=2dB

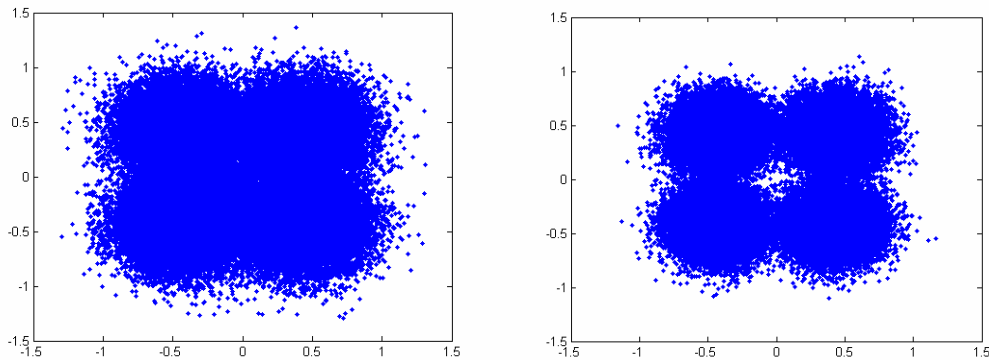


Figura 4.6: Constelaciones para E_b/N_0 igual a 5 y 10 dB

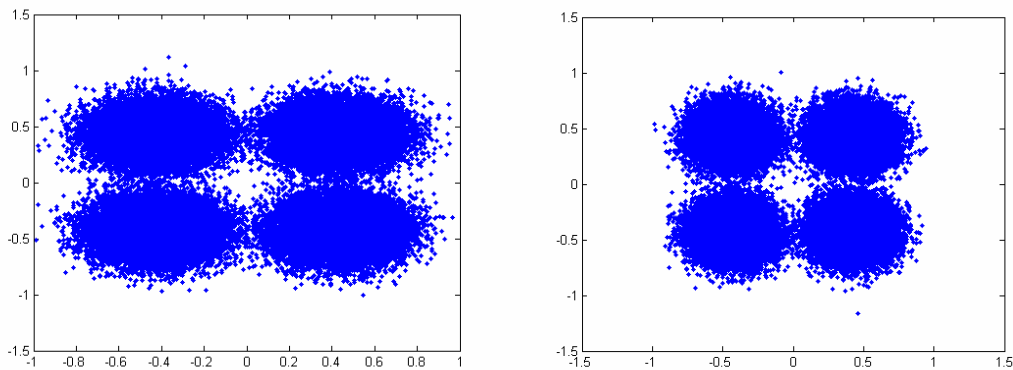


Figura 4.7: Constelaciones para E_b/N_0 igual a 15 y 20 dB

- Constelaciones para $N=64$ y $OBO=4\text{dB}$

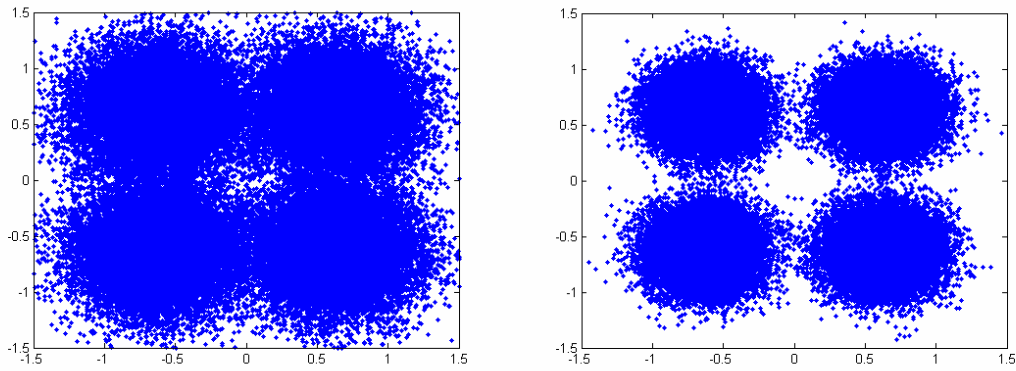


Figura 4.8: Constelaciones para E_b/N_0 igual a 5 y 10 dB

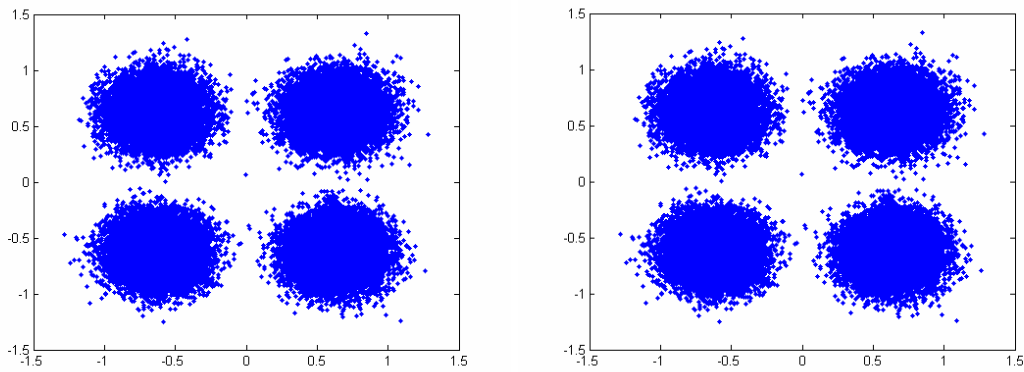


Figura 4.9: Constelaciones para E_b/N_0 igual a 15 y 20 dB

- Constelaciones para $N=128$

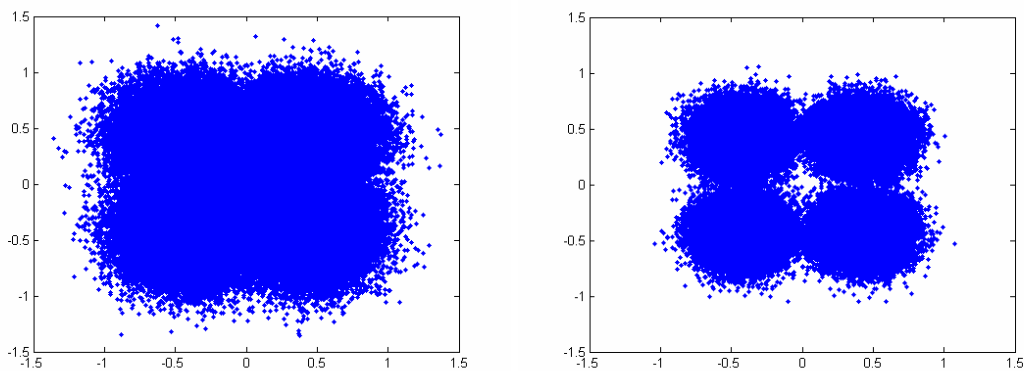


Figura 4.10: Constelaciones para E_b/N_0 igual a 5 y 15 dB y $OBO=2\text{dB}$

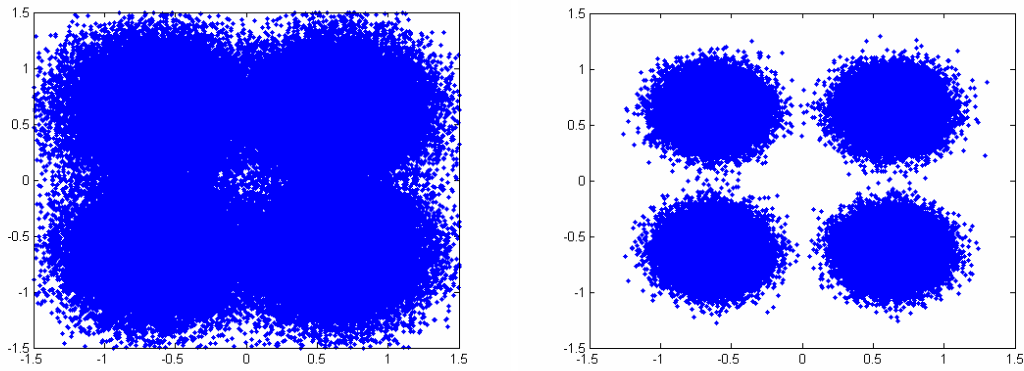


Figura 4.11: Constelaciones para E_b/N_0 igual a 5 y 15 dB y OBO=4dB

- Constelaciones para N=256

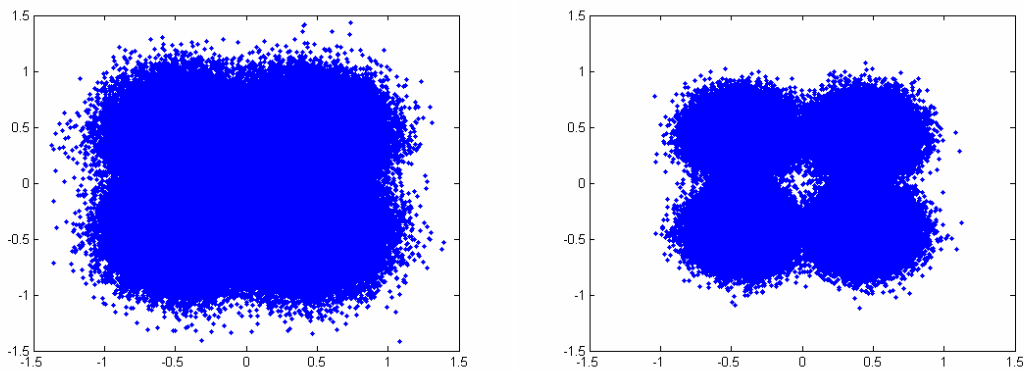


Figura 4.12: Constelaciones para E_b/N_0 igual a 5 y 15 dB y OBO=2dB

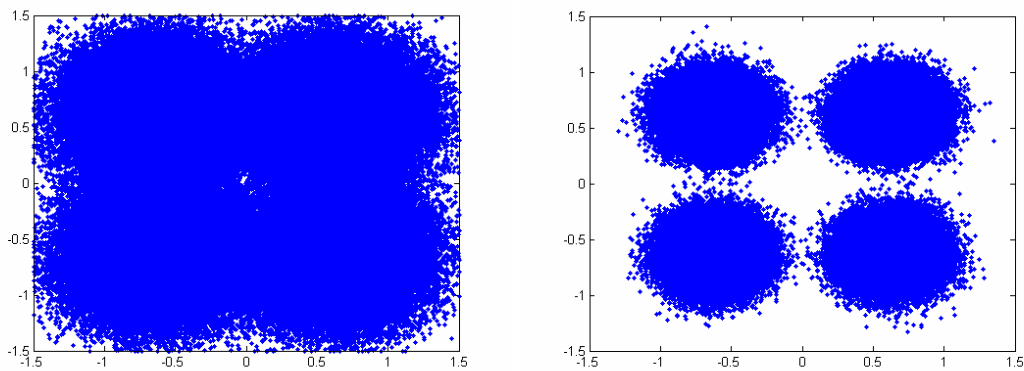


Figura 4.13: Constelaciones para E_b/N_0 igual a 5 y 15 dB y OBO=4dB

Viendo las constelaciones podemos sacar ya conclusiones sobre el efecto que tiene el amplificador no lineal sobre el sistema OFDM:

- Aunque variemos el número de portadoras, las constelaciones recibidas son iguales para el mismo valor de OBO y de E_b/N_0 . Esto era de esperar ya que como comentamos anteriormente cuando vimos los parámetros a la salida del bloque no lineal, este mantenía constante la relación entre la potencia y la distorsión no lineal para diferentes portadoras. Esto lo podíamos haber supuesto desde el principio ya que el modelo utilizado para el estudio de la no linealidad es un modelo independiente de la frecuencia, por tanto es lógico que los resultados obtenidos sean independientes del número de portadoras. También concuerda con el estudio teórico realizado del sistema no lineal OFDM ya que la probabilidad de error no depende del número de portadoras sino de la relación entre la potencia de la señal útil y la potencia de ruido no lineal, y como está no varía al aumentar el número de portadora para un valor fijo del OBO, es de esperar que la probabilidad de error sea la misma para un OBO fijo, y como esta probabilidad de error depende directamente de la constelación recibida era de esperar que fueran la misma como hemos demostrado. De todas maneras vamos a simular la probabilidad de error para un mismo OBO y diferentes portadoras para comprobar este resultado.
- En el estudio teórico llegamos a la conclusión de que el efecto que introducía la no linealidad sobre la constelación OFDM era que atenuaba la constelación y le introducía un giro. Viendo los resultados obtenidos podemos confirmar que la constelación ha sufrido una atenuación y que esta es proporcional al valor de α , y que es mayor a medida que disminuye el valor de OBO, esto es lógico ya que a medida que disminuye el valor de OBO lo que hacemos es trabajar una zona menos lineal lo que hace más acuciante el efecto de la no linealidad. Lo que no podemos confirmar es el giro de la constelación en ninguna de las constelaciones que hemos simulado, esto puede ser debido a que el amplificador no introduce distorsión en la fase y como consecuencia hemos podido comprobar que el parámetro α es prácticamente real, lo que confirma que no se debería producir giro en la constelación. En el siguiente apartado por tanto vamos a simular un sistema OFDM no lineal con un amplificador TWT que sí

introduce una distorsión en fase además de la amplitud y comprobar si en ese caso se produce giro en la constelación.

- Por último, si comparamos las constelaciones del sistema no lineal con la del sistema lineal comprobamos que el nivel de ruido es mucho mayor para una misma E_b/N_0 , que lo conlleva que tenga un peor comportamiento respecto a la probabilidad de error.

Una vez que obtenemos la constelación en el receptor solo queda pasar la señal por el decisor y obtener el número de errores para poder representar la probabilidad de error. Como en el caso lineal el código que implementa esto es:

```
receptor=sign(real(datos_final))+j*sign(imag(datos_final));
aux=receptor-datos;
    cont=0;
for i=1:N*1000
    if aux(i)~=0
        if real(aux(i))~=0
            cont=cont+1;
        end
        if imag(aux(i))~=0
            cont=cont+1;
        end
    end
end
ber(B)=cont/(2*N*1000);
B=B+1;
end
EbNo(1:41)=[0:0.5:20];
semilogy(EbNo,ber)
gris
```

Y a continuación se presentan las simulaciones obtenidas de la probabilidad de error en función de E_b/N_0 , para diferentes N y OBO.

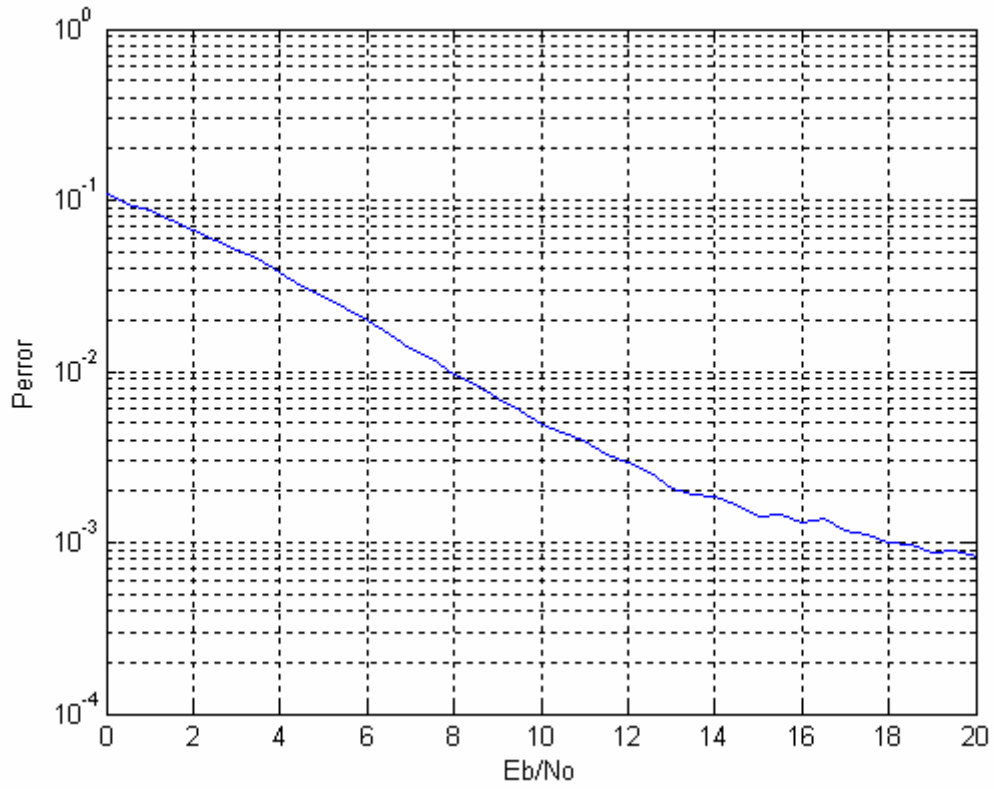


Figura 4.14: OBO=2 y N=64,128,256

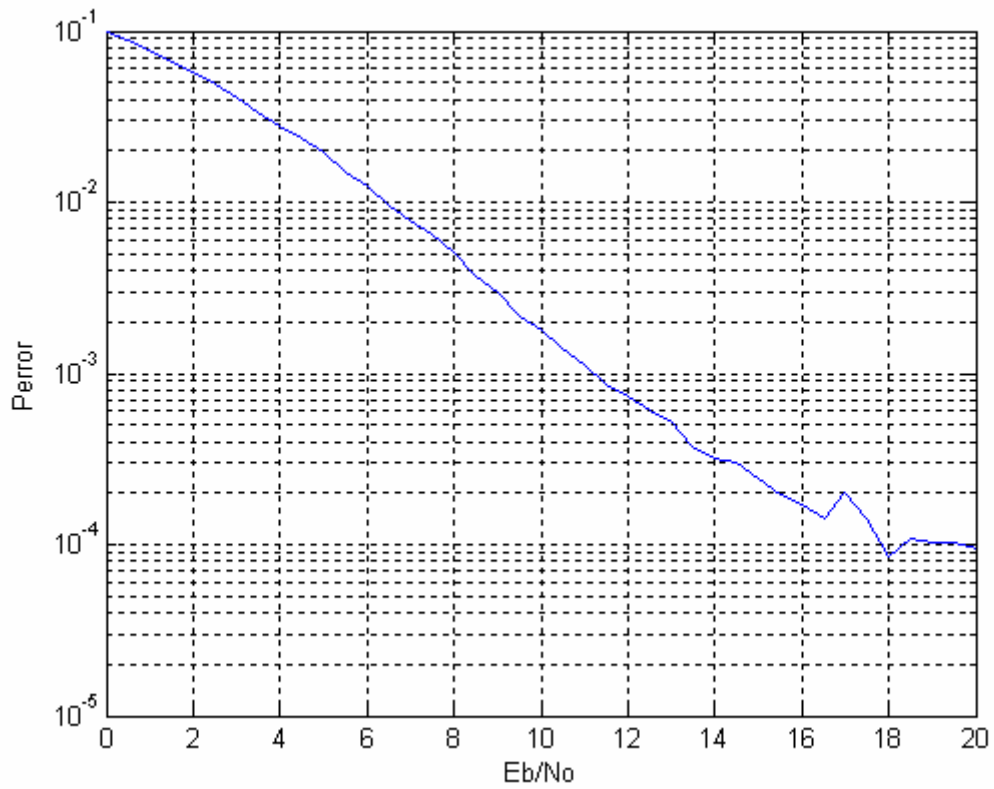


Figura 4.15: OBO=3 y N=64,128,256

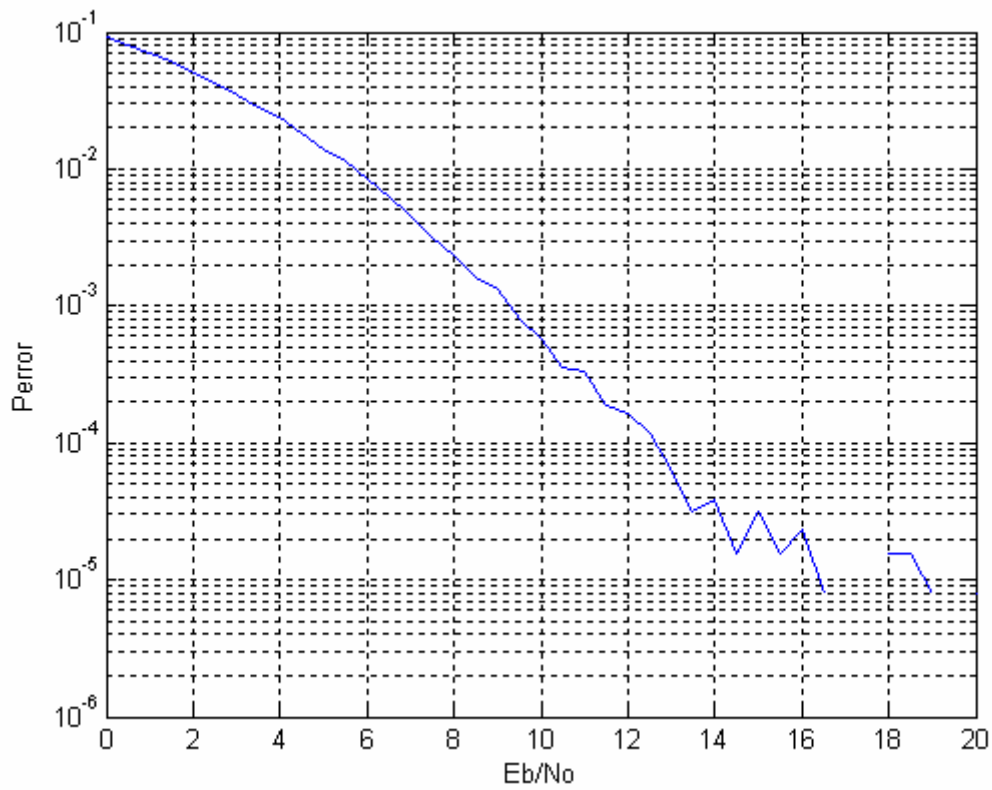


Figura 4.16: OBO=4 N=64,128,256

Las conclusiones que podemos sacar observando las gráficas son:

- A medida que aumentamos el valor de OBO, es decir trabajamos en un punto más lineal, la probabilidad de error es más parecida a la del sistema lineal. Esto podemos comprobarlo realizando la simulación para un valor de OBO muy elevado:

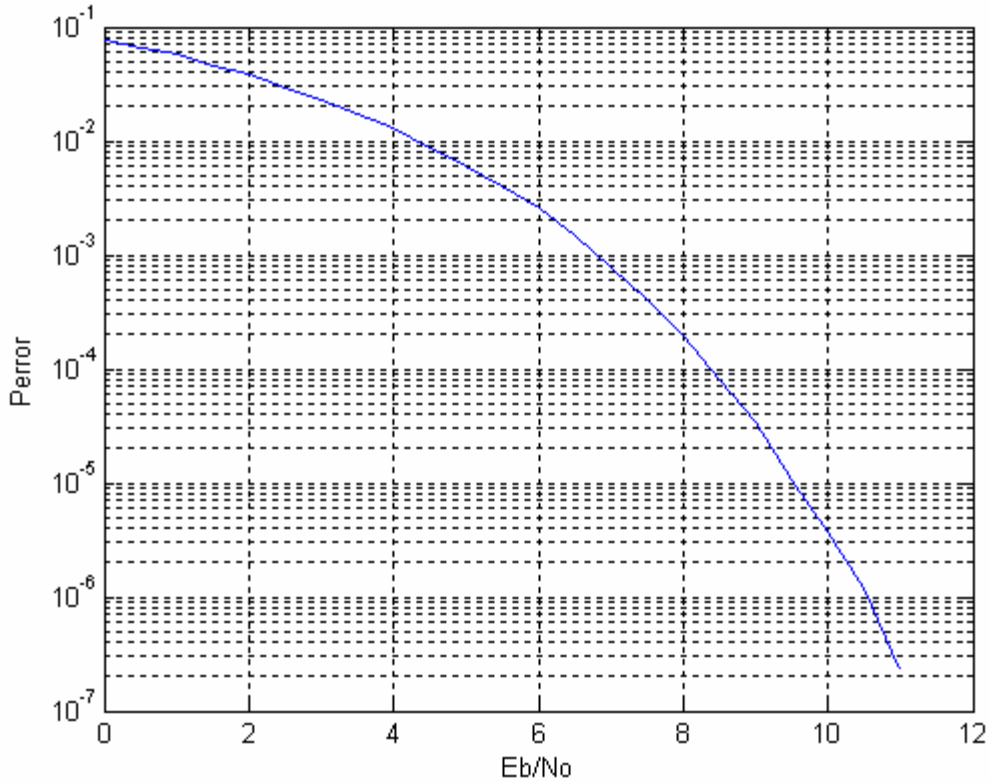


Figura 4.17: OBO=35

- La no linealidad empeora bastante el comportamiento de un sistema OFDM ya que, a no ser que se trabaje con valores de OBO elevados, la probabilidad de error para una misma relación E_b/N_0 es mucho mayor.
- La consecuencia más importante que podemos observar en las simulaciones es que por mucho que se aumente la relación E_b/N_0 la probabilidad de error no disminuye, es decir que si trabajamos con un amplificador no lineal con un cierto OBO, el sistema tendrá una probabilidad de error que no podremos disminuir por mucho que aumentemos la potencia de transmisión. Aunque este hecho no lo esperábamos ya que no lo habíamos comentado, podemos verlo teóricamente también ya que como sabemos la probabilidad de error depende de E_b/N_0 , que a su vez depende de la SNR. Como hemos confirmado a través de las simulaciones, la señal a la salida del amplificador no lineal se puede expresar de la siguiente forma:

$$s_d(t) = s_u(t) + n_d(t) = \alpha s(t) + n_d(t) \quad (4.11)$$

que en relación de potencia se expresa de la forma

$$P_d = P_u + P_d = |\alpha|^2 P_{in} + P_d \quad (4.12)$$

y por tanto incluso en ausencia de ruido AWGN, la relación SNR sería

$$SNR_{\min} = \frac{|\alpha|^2 P_{in}}{P_d} \quad (4.13)$$

que nos impone una cota para la probabilidad de error que no podemos bajar por mucho que aumentemos la relación E_b/N_0 . Además podemos decir que como a medida que aumentamos el valor de OBO, P_d disminuye la cota de probabilidad de error también mejora cuando aumentamos el valor de OBO como podemos comprobar en las simulaciones.

- **Amplificador TWT**

Ahora vamos a realizar las mismas simulaciones para un amplificador TWT. El modelo del amplificador SSPA solo introducía distorsión en la amplitud y como resultado hemos obtenido que no hay giro en la constelación, por tanto no hemos podido confirmar con las simulaciones el efecto que hemos estudiado teóricamente. Como puede ser que el no obtener ese giro en la constelación pueda ser debido a que el amplificador no introduce distorsión en la fase, ahora vamos a utilizar el modelo de un amplificador TWT que introduce tanto distorsión de amplitud como de fase cuyo modelo corresponde con las Ecuaciones 4.14

$$F_A[\rho] = A_{sat}^2 \frac{\rho}{\rho^2 + A_{sat}^2} \quad F_P[\rho] = \frac{\pi}{3} \frac{\rho^2}{\rho^2 + A_{sat}^2} \quad (4.14)$$

En este caso, solo vamos a comentar el código que hemos utilizado para introducir el efecto del amplificador TWT, ya que el código para simular el sistema OFDM no lineal con amplificador TWT es exactamente el mismo que el del amplificador SSPA exceptuando ese bloque no lineal, y vamos a poner directamente los resultados que vamos obteniendo en las diferentes simulaciones.

El código que simula el amplificador TWT en Matlab es:

```
for M=1:N*1000

modulo_NL(M,1)=(Asat)^2*modulo(M,1)/(((modulo(M,1))^2)+(Asat)^2);
fase_NL(M,1)=(pi/3)*((modulo(M,1))^2)/(((modulo(M,1))^2)+(Asat)^2);

end
senal_NL=modulo_NL.*exp(j*(fase+fase_NL));
```

Los parámetros de la señal no lineal obtenidos a la salida del amplificador TWT para diferentes valores de OBO son los siguientes:

OBO	A_0	α	Media $s_d(t)$	Media $s_u(t)$	Media $n_d(t)$	Pot. $s_d(t)$	Pot. $s_u(t)$	Pot. $n_d(t)$
64	0,14	0,55742 - 0,21496i	-0,0018037 + 0,00037527i	-0,001085 + 0,00081862i	-0,00058434 +2,6877e- 005i	0,01227	0,0097101	0,0025604
128	0,11	0,56323 - 0,21523i	-0,0002158 - 0,00038938i	-0,00052017 - 0,0003055i	0,00013622 +5,0642e- 005i	0,0062172	0,0049566	0,0012606
256	0,08	0,55442 - 0,21518i	0,00010259 - 0,00044572i	-0,00027155 - 0,00044283i	0,00018922 + 3,074e-005i	0,0030448	0,0024014	0,00064332

Figura 4.18: Parámetros para OBO=2

OBO	A_0	α	Media $s_d(t)$	Media $s_u(t)$	Media $n_d(t)$	Pot. $s_d(t)$	Pot. $s_u(t)$	Pot. $n_d(t)$
64	0,18	0,66868 - 0,19346i	0,0013725 + 0,00049011i	0,00098435 - 0,00051125i	0,00032766 + 0,00069907i	0,016058	0,013973	0,0020856
128	0,128	0,67655 - 0,19233i	-8,3684e-006 - 0,00050518i	-0,00040729 - 0,00022698i	0,00030876 - 0,00018805i	0,0081564	0,0071518	0,0010046
256	0,09	0,67243 - 0,19242i	-0,00015617 +3,3648e- 005i	-9,0035e-005 +8,2599e-005i	-5,1104e-005 -1,8885e-005i	0,004048	0,0035325	0,00051545

Figura 4.19: Parámetros para OBO=3

OBO	A_0	α	Media $s_d(t)$	Media $s_u(t)$	Media $n_d(t)$	Pot. $s_d(t)$	Pot. $s_u(t)$	Pot. $n_d(t)$
64	0,22	0,75318 - 0,16535i	-0,0010088 + 0,00034405i	-0,00013202 + 0,00052241i	-0,00077345 - 0,00012669i	0,019249	0,017727	0,0015215
128	0,156	0,75366 - 0,16494i	-0,00033196 - 0,00059066i	-0,00048214 - 0,00051148i	2,1317e-005 - 1,8646e-006i	0,0096374	0,0088749	0,00076241
256	0,11	0,7533 - 0,16516i	-5,6738e-005 + 8,4305e-005i	-3,3045e-005 + 0,00013061i	2,114e-006 - 3,3399e-005i	0,0048145	0,0044333	0,00038113

Figura 4.20: Parámetros para OBO=4

Como ocurría en el caso anterior, el valor de α es independiente del número de portadoras, con lo que podemos confirmar definitivamente que el efecto de la no linealidad estudiada en este proyecto es independiente del número de portadoras aunque el amplificador también introduzca distorsión de fase.

Lo que sí cambia en las características de los parámetros respecto al amplificador SSPA es que α es un número complejo, lo que ha sido consecuencia de que el amplificador ha introducido una distorsión también en fase. A continuación simularemos las constelaciones recibidas para comprobar que efecto introduce el que el valor de α sea un número complejo en vez de real.

Las constelaciones obtenidas para diferentes valores de OBO y relación E_b/N_0 se muestran a continuación:

- Constelaciones para OBO=1.25

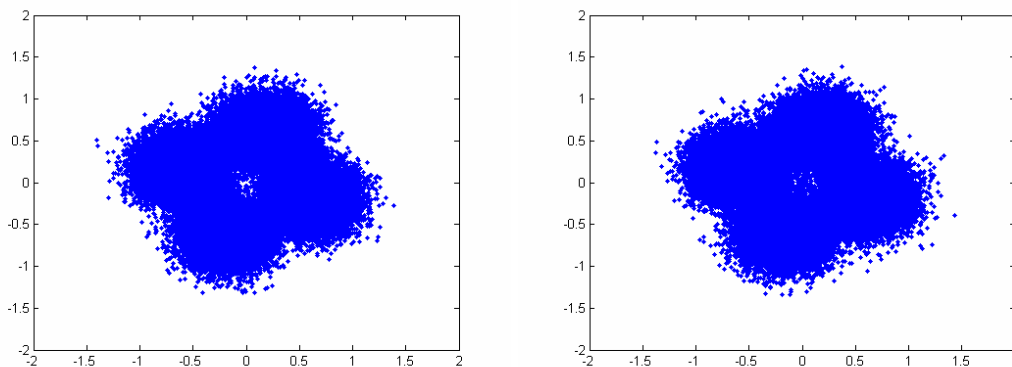


Figura 4.21: Constelaciones para E_b/N_0 igual a 30 y 40 dB

- Constelaciones para OBO=2

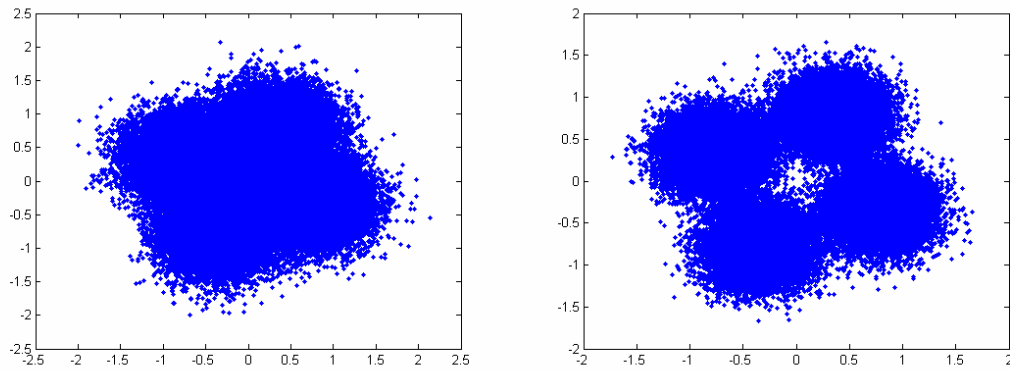


Figura 4.22: Constelaciones para E_b/N_0 igual a 5 y 10 dB

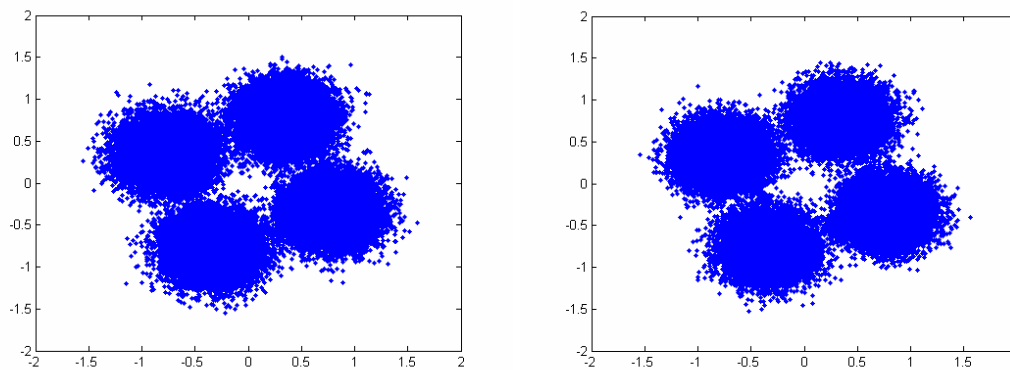


Figura 4.23: Constelaciones para E_b/N_0 igual a 15 y 20 dB

- Constelaciones para OBO=3

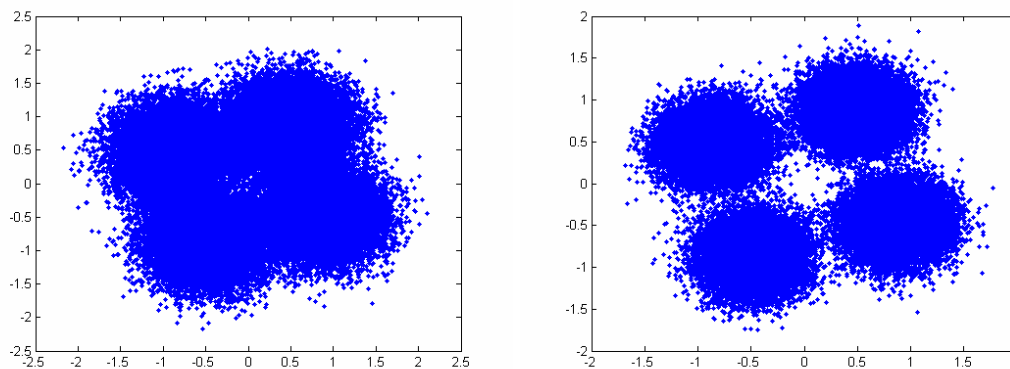


Figura 4.24: Constelaciones para E_b/N_0 igual a 5 y 10 dB

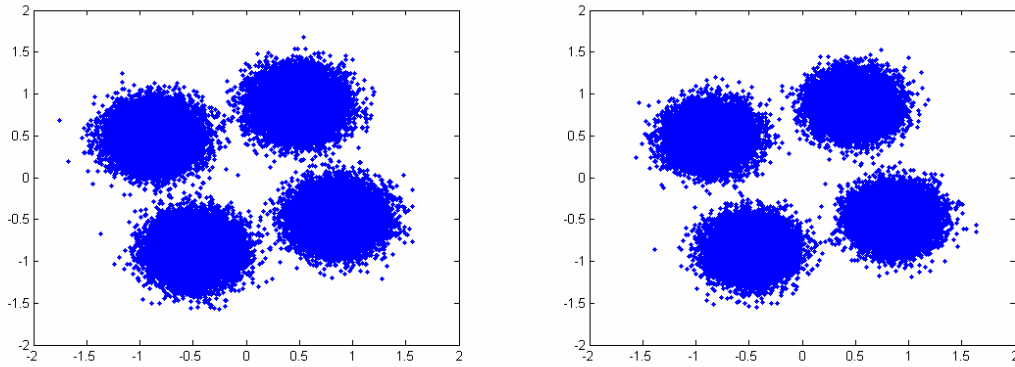


Figura 4.25: Constelaciones para E_b/N_0 igual a 15 y 20 dB

- Constelaciones para OBO=6,3

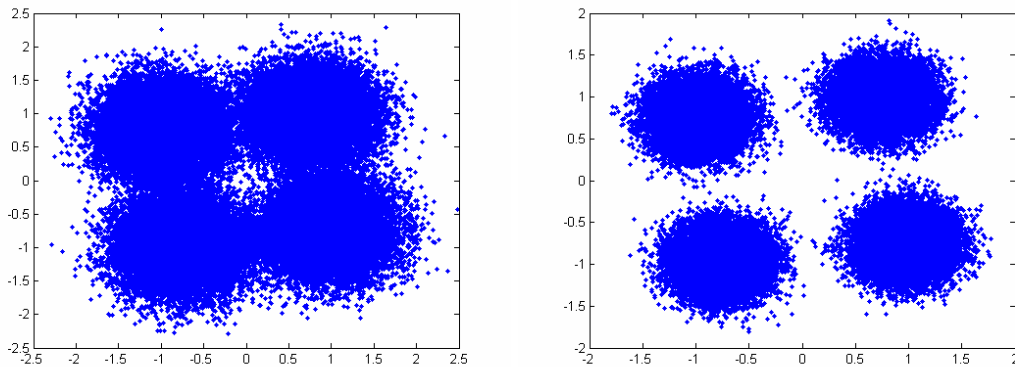


Figura 4.26: Constelaciones para E_b/N_0 igual a 5 y 10 dB

En las imágenes podemos ver como efectivamente, además de atenuarse la constelación como ocurría en el caso del amplificador SSPA, se produce un giro en la constelación. Además también se observa como a medida que disminuye el valor de OBO el giro que se produce es mayor, esto coincide también con que el valor de la parte imaginaria de α aumenta lo que confirma que la rotación de la constelación está relacionado con la parte imaginaria de alfa y con que el bloque no lineal introduzca distorsión en la fase.

Por último a continuación se exponen la gráficas de la probabilidad de error de las simulaciones para varios valores de OBO.

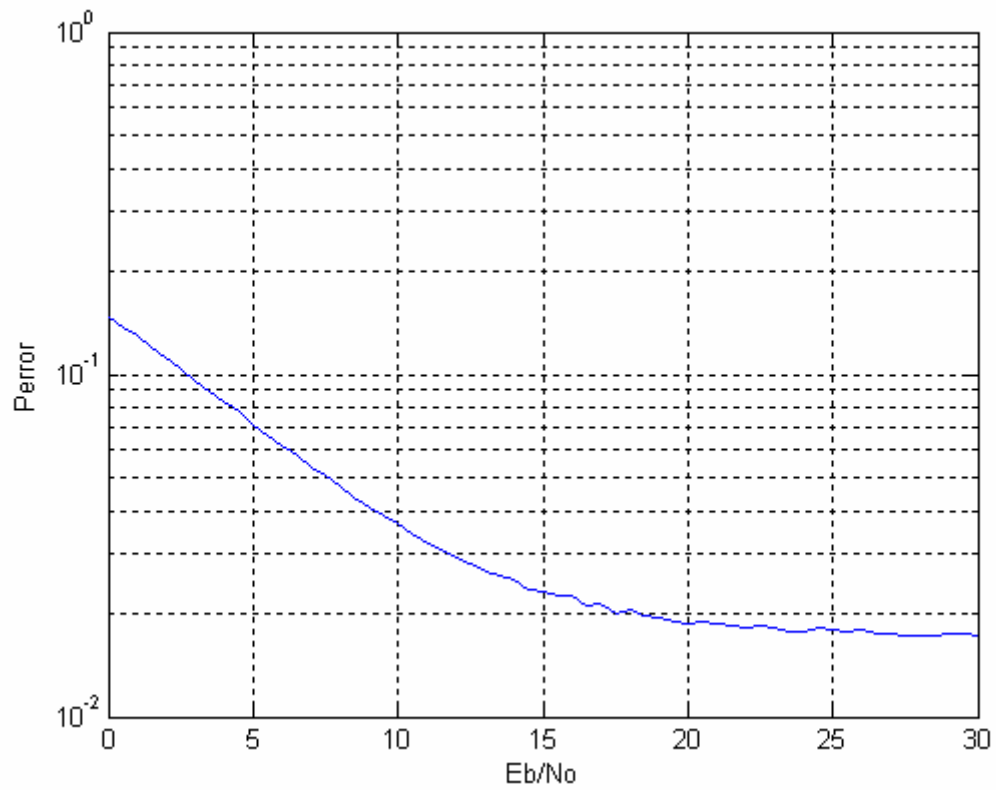


Figura 4.27: Probabilidad de error OBO=2

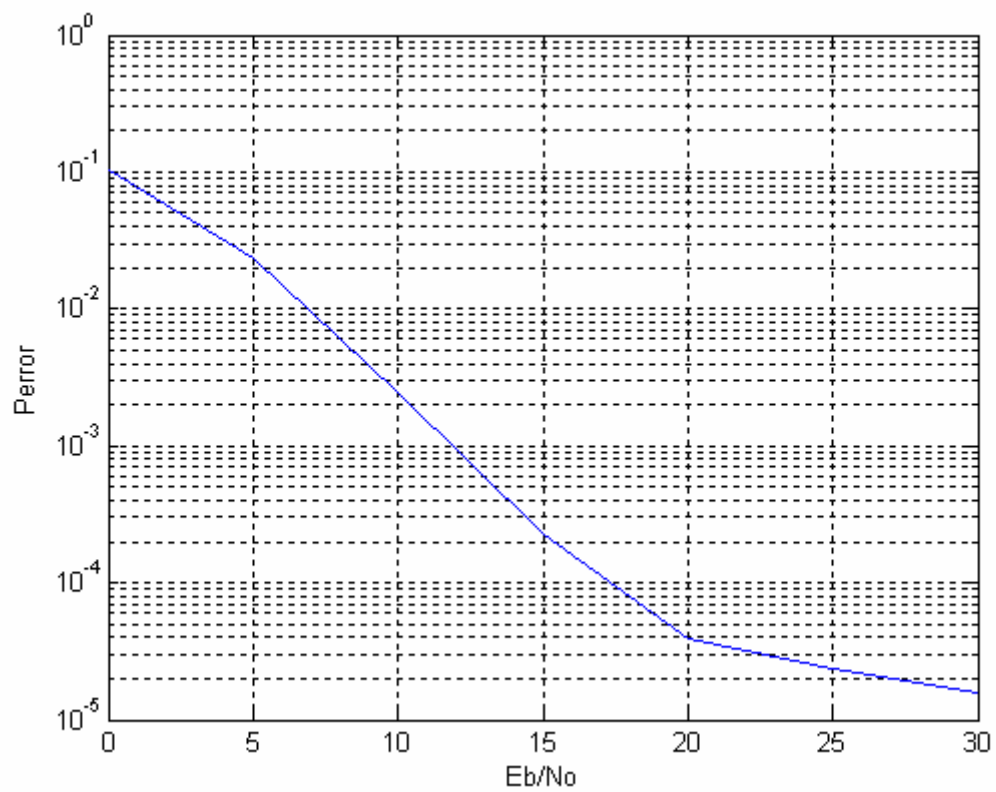


Figura 4.28: Probabilidad de error OBO=4

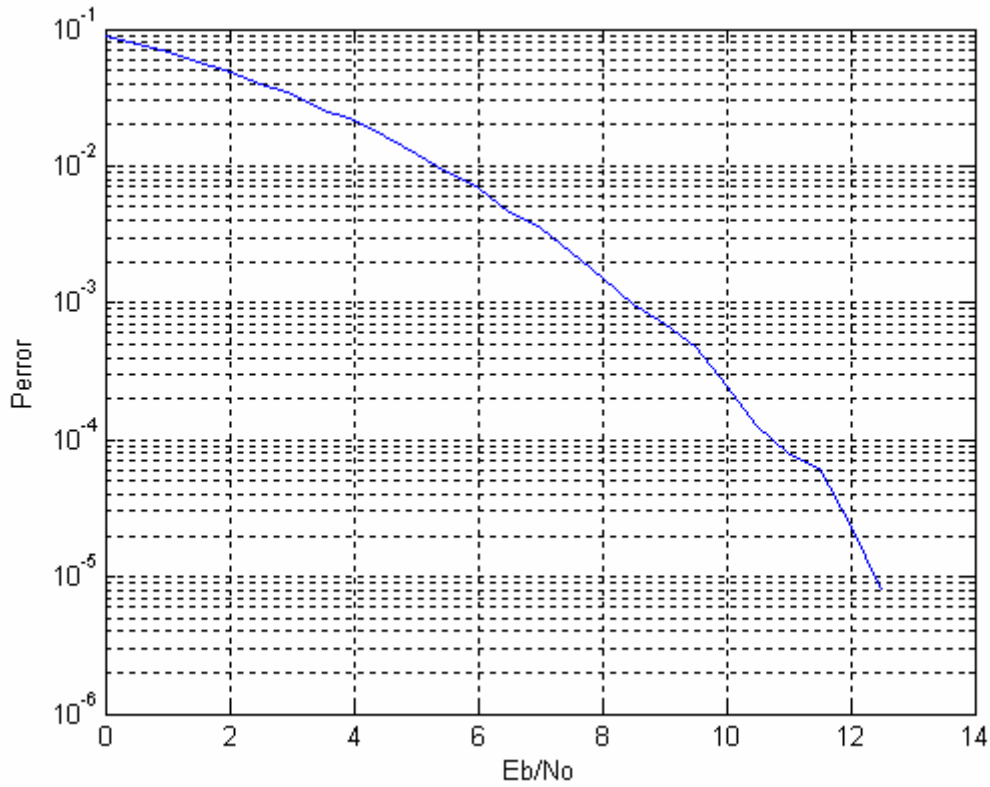


Figura 4.29: Probabilidad de error OBO=6

En las gráficas podemos observar como se produce el mismo efecto que en el caso del amplificador SSPPA donde a medida que disminuye el OBO se obtienen un peor comportamiento del sistema. También ocurre que existe una cota para la cual aunque aumentemos la relación E_b/N_0 , el único cambio respecto al caso anterior es que el comportamiento para un mismo valor de OBO es bastante peor en el caso del amplificador TWT, esto es lógico ya que además de la atenuación en la constelación se produce un giro que hace que se produzcan más errores que en el caso anterior.

4.5 Conclusiones de la simulación

Las conclusiones más importantes que hemos obtenido tras realizar las simulaciones son:

- Hemos comprobado en la práctica las aproximaciones y modelos realizados en teoría para el modelo de un sistema OFDM no lineal.
- La distorsión de un bloque no lineal tiene dos consecuencias sobre la constelación, atenúa y gira la constelación. El giro en la constelación solo se

produce en el caso de que el bloque no lineal introduzca distorsión de fase, en caso contrario solo se produce atenuación en la constelación.

- A medida que aumentamos el valor del OBO de un amplificador, disminuye la atenuación y el giro, es decir disminuye el grado de no linealidad del amplificador.
- La probabilidad de error de un sistema OFDM no lineal tiene peores características que la de un sistema OFDM lineal. Además de tener peor probabilidad de error para una misma relación E_b/N_0 , el mayor problema que presenta es que tiene una cota de probabilidad de error la cual no se puede bajar aún aumentando la relación E_b/N_0 todo lo que se pueda. Este efecto es muy negativo ya que por tanto en un sistema no lineal OFDM puede ser que no sea suficiente con aumentar la potencia de transmisión para hacer viable la utilización del sistema.

Capítulo 5: Conclusiones y líneas futuras de trabajo

5.1 Introducción

Este apartado está dividido en dos partes, una primera donde se comenta que es lo que se ha aprendido y las conclusiones que se han obtenido realizando este Proyecto Final de Carrera, y una segunda parte donde se proponen diferentes líneas de trabajo que seguir a raíz del estudio y los resultados obtenidos aquí.

5.2 Conclusiones

La realización de este Proyecto Fin de Carrera ha aportado un gran conocimiento sobre los sistemas OFDM, hemos visto la gran importancia que tienen hoy día, su funcionamiento, sus características, sus principales ventajas, también sus mayores inconvenientes y lo bien que se adaptan a los principales inconvenientes que se presentan en los sistemas actuales.

La segunda parte ha servido para estudiar uno de los problemas más comunes que se producen en los sistemas de transmisión. Los sistemas de transmisión comúnmente utilizan amplificadores de potencia para mejorar la transmisión de la señal, pero lo

amplificadores reales no son ideales y por eso introducen un efecto no lineal, de ahí la importancia de estos conocimientos. Además hemos adaptados esos conocimientos a la modulación OFDM lo que ha servido para estudiar ese problema tan común en una de las modulaciones más importante de hoy día.

Por último la realización de las simulaciones ha afianzado esos conocimientos teóricos que hemos ido adquiriendo además de servir como comprobación del funcionamiento de los sistemas OFDM tanto lineales como no lineales y así poder sacar nuestras propias consecuencias.

5.3 Líneas futuras de trabajo

Una vez concluido este proyecto se pueden proponer tres tipos diferentes de líneas de trabajo:

1. Estudios teóricos: Hemos visto el problema que introduce un bloque no lineal en el sistema OFM, una posible línea de trabajo desde el punto de vista práctico sería el estudio de diferentes soluciones para contrarrestar el efecto de esa no linealidad como por ejemplo puede ser la introducción de un predistorionador o introducir códigos en la modulación OFDM. También se pueden estudiar modelos de amplificadores no lineales donde se incluyan efecto sobre las portadoras.
2. Estudios prácticos: Como hemos visto hemos realizado bastantes simulaciones sobre sistemas OFDM pero al fin y al cabo son simulaciones sobre modelos matemáticos. Una línea de trabajo puede es comprobar el estudio realizado a nivel hardware mediante la utilización de equipos reales y comprobar si los datos reales se corresponden con los datos simulados.
3. Estudios reales: Por último, ya sabemos que la modulación OFDM se utiliza en muchísimos sistemas de comunicación actuales. Una posible línea de trabajo es adaptar los resultados obtenidos aquí para mejorar los sistemas actuales o incluso los futuros sistemas de comunicación que se base en esta modulación.

Anexo I: Códigos

A continuación se expone el listado de funciones utilizadas para poder implementar en Matlab las simulaciones realizadas en este Proyecto Fin de Carrera. Se expone el código completo para las funciones, aunque hay fragmentos de código opcionales que se pueden calcular o no de forma opcional con solo poner o quitarlo como comentario.

function OFDMlineal(N)**% Transmisor****% Generador de bits y mapeador 4QAM**

```
datos=randsrc(N*1000,1,[1,-1])+j*randsrc(N*1000,1,[1,-1]);
B=1;
plot(real(datos),imag(datos),'.');
axis([-2,2,-2,2])
```

```
for EbNo=0:0.5:20
    totErr=0;
    numBits=2*N*1000;
    maxNumErrs=50;
    maxNumBits=N*100000000;
    while((totErr < maxNumErrs) && (numBits < maxNumBits))
```

% Modulador OFDM

```
    for K=1:1000
        datos_transmitidos=datos(((K-1)*N+1):(K*N));
        transf_datos(((K-1)*N+1):(K*N),1)=ifft(datos_transmitidos);
    end
```

% Canal

```
    energia_s=0;
    for H=1:N
        energia_s=energia_s+(abs(transf_datos(H,1)))^2;
    end
    potencia_db=10*log10(energia_s/N);
    SNR=0;
    SNR=EbNo+10*log10(2);
    rx=awgn(transf_datos,SNR,potencia_db);
```

% Receptor**% Demodulador OFDM**

```
    for G=1:1000
        datos_recibidos=rx(((G-1)*N+1):(G*N));
        datos_final(((G-1)*N+1):(G*N),1)=fft(datos_recibidos);
    end
```

```

    plot(real(datos_final),imag(datos_final),'.');
    axis([-2,2,-2,2])

%           Decisor 4QAM

    receptor=sign(real(datos_final))+j*sign(imag(datos_final));

%           Cálculo de la probabilidad de error

    aux=receptor-datos;
    cont=0;
    for i=1:N*1000
        if aux(i)~=0
            if real(aux(i))~=0
                cont=cont+1;
            end
            if imag(aux(i))~=0
                cont=cont+1;
            end
        end
    end
    totErr=totErr+cont;
    numBits=numBits+2*N*1000;
    end
    ber(B)=totErr/(numBits-2*N*1000);
    B=B+1;
    end
    EbNo(1:41)=[0:0.5:20];
    semilogy(EbNo,ber)
    grid

function OFDMnolinealSSPA(N,Ao)

% Transmisor

%           Generador de bits y mapeador 4QAM

    datos=randsrc(N*1000,1,[1,-1])+j*randsrc(N*1000,1,[1,-1]);
    B=1;
    plot(real(datos),imag(datos),'.');
    axis([-2,2,-2,2])

    for EbNo=0:0.5:30
        totErr=0;
        numBits=2*N*1000;
        maxNumErrs=50;
        maxNumBits=N*100000000;
        while((totErr < maxNumErrs) && (numBits < maxNumBits))

%           Modulador OFDM

            for K=1:1000
                datos_transmitidos=datos(((K-1)*N+1):(K*N));
                trans_f_datos(((K-1)*N+1):(K*N),1)=ifft(datos_transmitidos);
            end
        end
    end

```

```

end

% Amplificador SSPA

modulo=abs(transf_datos);
fase=angle(transf_datos);
for M=1:N*1000
    modulo_NL(M,1)=modulo(M,1)/(sqrt(1+((modulo(M,1)/Ao)^2)));
end
senal_NL=modulo_NL.*exp(j*fase);

% alfa=sum(((conj(senal_NL)).*transf_datos))/(N*1000*potencia_senal);
% media_senal_NL=mean(senal_NL);
% media_senal=mean(alfa.*transf_datos);
% ruido=senal_NL-((real(alfa)).*transf_datos);
% media_ruido=mean(ruido);
% potencia_ruido=sum((abs(ruido)).^2)/(N*1000);
% potencia_util=((real(alfa)).^2)*2/N;
% potencia_total=((real(alfa)).^2)*2/N+potencia_ruido;
OB0=10*log10(Ao^2/(potencia));

% Canal

energia=sum((abs(senal_NL)).^2);
potencia=energia/(N*1000);
potencia_db=10*log10(potencia);
SNR=EbNo+10*log10(2);
rx=awgn(transf_datos,SNR,potencia_db);

% Receptor

% Demodulador OFDM

for G=1:1000
    datos_recibidos=rx(((G-1)*N+1):(G*N));
    datos_final(((G-1)*N+1):(G*N),1)=fft(datos_recibidos);
end
plot(real(datos_final),imag(datos_final),'.');
axis([-2,2,-2,2])

% Decisor 4QAM

receptor=sign(real(datos_final))+j*sign(imag(datos_final));

% Cálculo de la probabilidad de error

aux=receptor-datos;
cont=0;
for i=1:N*1000
    if aux(i)~=0
        if real(aux(i))~=0
            cont=cont+1;
        end
        if imag(aux(i))~=0

```

```

        cont=cont+1;
    end
end
end
totErr=totErr+cont;
numBits=numBits+2*N*1000;
end
ber(B)=totErr/(numBits-2*N*1000);
B=B+1;
end
EbNo(1:61)=[0:0.5:30];
semilogy(EbNo,ber)
grid

```

function OFDMnolinealTWT(N,Ao)

% Transmisor

% Generador de bits y mapeador 4QAM

```

datos=randsrc(N*1000,1,[1,-1])+j*randsrc(N*1000,1,[1,-1]);
B=1;
plot(real(datos),imag(datos),'.');
axis([-2,2,-2,2])

```

```

for EbNo=0:0.5:30
    totErr=0;
    numBits=2*N*1000;
    maxNumErrs=50;
    maxNumBits=N*100000000;
    while((totErr < maxNumErrs) && (numBits < maxNumBits))

```

% Modulador OFDM

```

    for K=1:1000
        datos_transmitidos=datos(((K-1)*N+1):(K*N));
        transf_datos(((K-1)*N+1):(K*N),1)=ifft(datos_transmitidos);
    end

```

% Amplificador TWT

```

    Asat=2*Ao;
    modulo=abs(transf_datos);
    fase=angle(transf_datos);

    for M=1:N*1000

        modulo_NL(M,1)=((Asat)^2)*modulo(M,1)/(((modulo(M,1))^2)+(Asat)^2);
        fase_NL(M,1)=(pi/3)*((modulo(M,1))^2)/(((modulo(M,1))^2)+(Asat)^2);

```

```

    end

```

```

    senal_NL=modulo_NL.*exp(j*fase+fase_NL);

```

```

% alfa=sum(((conj(senal_NL)).*transf_datos))/(N*1000*potencia_senal);
% media_senal_NL=mean(senal_NL);
% media_senal=mean(alfa.*transf_datos);

```

```

% ruido=senal_NL-((real(alfa)).*transf_datos);
% media_ruido=mean(ruido);
% potencia_ruido=sum((abs(ruido)).^2)/(N*1000);
% potencia_util=((real(alfa)).^2)*2/N;
% potencia_total=((real(alfa)).^2)*2/N+potencia_ruido;
OB0=10*log10(Ao^2/(potencia));

% Canal

energia=sum((abs(senal_NL)).^2);
potencia=energia/(N*1000);
potencia_db=10*log10(potencia);
SNR=EbNo+10*log10(2);
rx=awgn(transf_datos, SNR, potencia_db);

% Receptor

% Demodulador OFDM

for G=1:1000
    datos_recibidos=rx(((G-1)*N+1):(G*N));
    datos_final(((G-1)*N+1):(G*N),1)=fft(datos_recibidos);
end
plot(real(datos_final), imag(datos_final), '.');
axis([-2,2, -2,2])

% Decisor 4QAM

receptor=sign(real(datos_final))+j*sign(imag(datos_final));

% Cálculo de la probabilidad de error

aux=receptor-datos;
cont=0;
for i=1:N*1000
    if aux(i)~=0
        if real(aux(i))~=0
            cont=cont+1;
        end
        if imag(aux(i))~=0
            cont=cont+1;
        end
    end
end
totErr=totErr+cont;
numBits=numBits+2*N*1000;
end
ber(B)=totErr/(numBits-2*N*1000);
B=B+1;
end
EbNo(1:61)=[0:0.5:30];
semilogy(EbNo, ber)
grid

```

Bibliografía

Synthesis of band-limited orthogonal signals for multichannel data Transmission, R. W. Chang.

Data transmission by frequency-division multiplexing using the discrete Fourier transform, S. B. Weinstein and P. M. Ebert.

Frequency domain data transmission using reduced computational complexity algorithms, A. Peled and A. Ruiz

Transmisión por Radio, Jose María Hernando Rábanos.

An introduction to orthogonal frequency-division multiplexing, Over Edfors, Magnus Sandel, Daniel Landström.

Analysis of new and existing methods of reducing intercarrier interference due to carrier frequency offset in OFDM, Jean Armstrong.

OFDM receiver, Yun Chiu, Dejan Markovic, Haiyun Tang, Ning Zhang.

Wideband-Orthogonal frequency-division multiplexing. WI-LAN.

Data Transmission by frequency Division Multiplexing Using the Discrete Fourier Transform, S.B. Weinstein and P.M Ebert.

On the Modeling of Memory Non-linear Effects of Power Amplifiers for Communication Applications, Raviv Raich, G. Tong Zhou.

Frequency-Independent and Frequency-Dependent Nonlinear Models of TWT Amplifiers, Adel A.M. Saleh

Estudio y Caracterización de Efectos No Lineales en Amplificadores de Potencia para Sistemas de Comunicaciones de Tercera Generación, Carlos I. Matabuena Gómez-Limón, Carlos Crespo Cadenas. PFC.

Caracterización experimental de los efectos de memoria en un amplificador comercial, Javier Reina Tosina, Carlos Matabuena Gómez-Limón, María J. Madero Ayora, Carlos Crespo Cadenas, Pedro Robustillo Bayón.

Nonlinear Amplifier Effects in Communications Systems, Cheng-Po Liang, Je-hong Jong, Wayne E. Stark, Jack R. East.

Analysis of Spectral Regrowth of Weakly Nonlinear Power Amplifiers, G. Tong Zhou.
Performance of OFDM receivers in presence of Nonlinear Power Amplifiers, M. Eslami, H. Shafiee.

Volterra-series-based analytic technique to assess the power density spectrum of nonlinearly distorted OFDM signals, M.R.D. Rodrigues, I. Darwazeh, J.J.O'Reilly.

Effects of Nonlinear Distortion on CDMA Communication Systems, Seng-Woon Chen, William Panton, Robert Gilmore.

Analysis of Nonlinear Systems with Multiple Inputs, Julian J. Bussgang, Leonard Ehrman, James W. Graham.

Theoretical Analysis and Performance of OFDM Signals in Nonlinear AWGN Channels, Paolo Banelli, Saverio Cacopardi.

A Theoretical Characterization of Nonlinear Distortion Effects in OFDM Systems, Davide Dardari, Velio Tralli, Member, Alessandro Vaccari.

Sequence Detection in Nonlinear Channels: A Convenient Alternative to Analog Predistortion, Armando Vannucci, Riccardo Raheli.