

Capítulo 2

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1 Introducción

En este capítulo vamos a explicar los fundamentos básicos en los que nos basaremos para el desarrollo del proyecto. Durante todo este capítulo aprenderemos que es un diplexor y cuál es su función, así como de aquellas partes de las que se compone.

Aunque el objetivo de este capítulo es ofrecer una visión amplia de teoría de filtros si realizaremos un estudio más preciso de los elementos que vayamos a usar en nuestro proyecto para poder de esta forma aclarar ciertos conceptos que no se verán a lo largo del diseño del mismo por considerarse conocidos por parte del lector.

2.2 Diplexor

Como todos sabemos los multiplexores se encargan de mezclar en una única salida todas las señales que tengan a sus entradas. Por otro lado tenemos los demultiplexores que son los encargados de obtener las distintas señales a partir de una única señal de entrada en la que se encuentran. Un diplexor no es más que un multiplexor de dos entradas y una única salida. Realmente nosotros no vamos a diseñar un multiplexor sino un demultiplexor de dos salidas. Aunque el término no está correctamente utilizado generalmente se le denomina diplexor por comodidad del lenguaje.

El diplexor se compone de dos filtros sintonizados a frecuencias distintas para permitir el paso de la señal deseada por cada una de las ramas y de un repartidor de potencia que se encargará de suministrar potencia a ambos filtros.

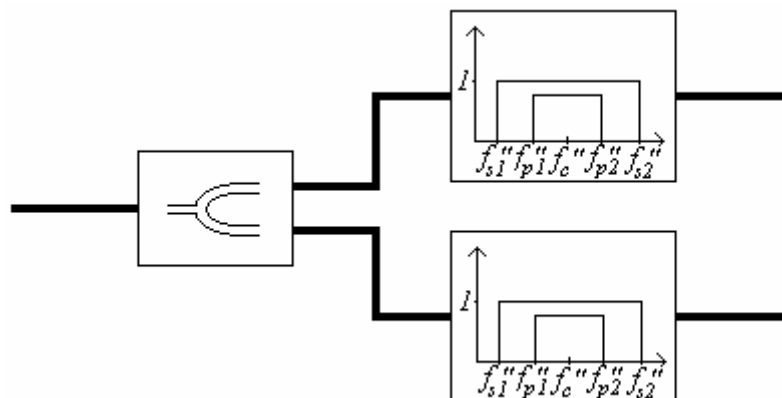


Figura 2.1: Esquema de un diplexor

Como veremos más adelante la implementación de este repartidor de potencia que, en principio, puede parecer sencilla no resulta ser tan trivial ya que como hemos comentado anteriormente disponemos de dos filtros sintonizados a frecuencias distintas por lo que, un filtro rechazará las frecuencias que el otro debe filtrar y viceversa y esto puede crear infinidad de reflexiones entre ambos filtros si no están correctamente aislados y perjudicar seriamente la respuesta en frecuencia de ambos. Antes de introducirnos de lleno en la realización del proyecto parece necesario hablar de cada uno de los componentes que componerán nuestro filtro.

En la figura 2.1 se observan las partes de las que se compone un diplexor. Como vemos está formado por un divisor de potencia y dos filtros sintonizados a frecuencias distintas. Debido a que cada una de las partes están bien diferenciadas trabajaremos con todas ellas como si se trataran de partes independientes por lo que haremos los estudios de formas separadas y al final formaremos el conjunto.

2.3 Divisores de potencia

Vamos a estudiar los divisores de tres puertos ya que son los más extendidos y usuales aunque todos los resultados que obtengamos pueden extenderse perfectamente para otro tipo de divisores con más puertos.

Primeramente debemos observar la matriz de parámetros S de este tipo de estructuras:

$$[S] = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{pmatrix} \quad \text{con} \quad s_{ij} = \left. \frac{V_i^-}{V_j^+} \right|_{V_k^+ = 0, \forall k \neq j} \quad (2.1)$$

Es interesante buscar redes recíprocas y de muy bajas pérdidas pero es imposible crear una red de tres puertos recíproca, sin pérdidas y que tenga los tres puertos adaptados. Es por ello por lo que los divisores suelen tener uno de los puertos desadaptados en virtud de la reciprocidad de las redes y de poseer bajas pérdidas. Como resultado de esto obtendremos matrices de la forma:

$$[S] = \begin{pmatrix} 0 & s_{12} & s_{13} \\ s_{12} & 0 & s_{23} \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

2.3.1 La unión T

Es un divisor de potencia sin pérdidas, recíproco y con uno de sus puertos desadaptados. Como principal ventaja cabe destacar que permite su implementación en diversas tecnologías de fabricación como son: coaxial, guía de ondas y microstrip.

Prácticamente todas las uniones T pueden modelarse de la siguiente forma:

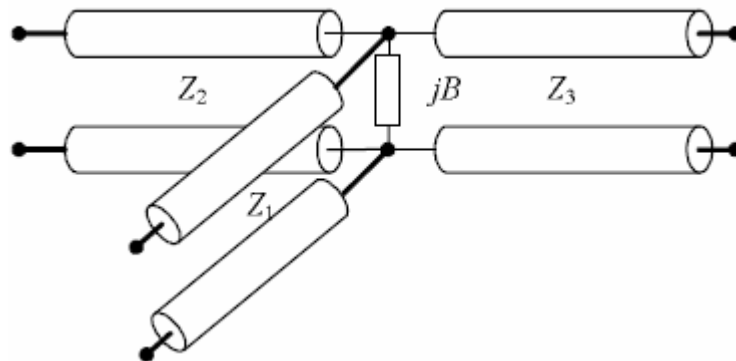


Figura 2.2: Circuito equivalente de una unión T

En el que se modela la discontinuidad mediante una susceptancia B . Por norma general las impedancias características de los brazos de la unión se consideran reales por lo que la impedancia vista a la entrada del puerto 1 puede escribirse del siguiente modo:

$$Y_{in} = jB + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \quad (2.3)$$

Generalmente el valor de B suele ser pequeño y además se impone que:

$$\frac{1}{Z_1} = \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \quad (2.4)$$

Como buscamos que el reparto de potencial se haga por igual entre las dos ramas (2 y 3) debemos imponer que $Z_2=Z_3$, de esta forma conseguimos un divisor de 3dB.

2.3.2 Divisor resistivo

Si a la unión anterior le colocamos resistencias en todos los puertos de tal forma que obtengamos algo parecido a la figura siguiente:

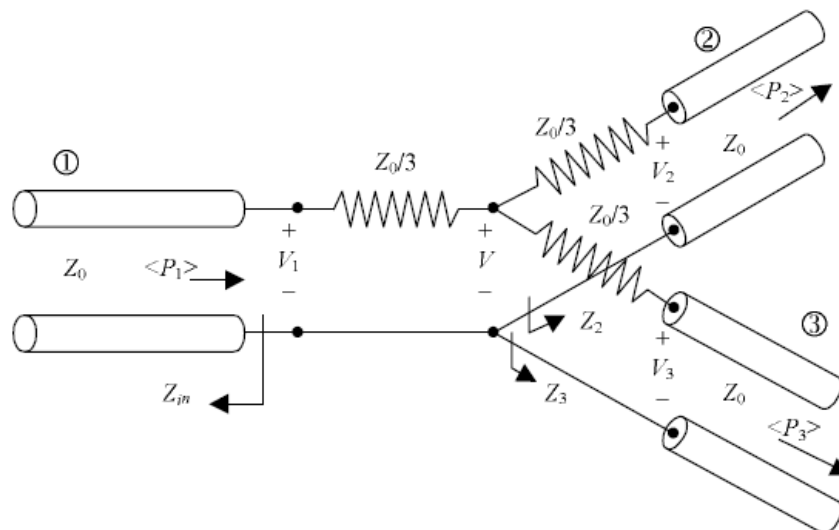


Figura 2.3: Circuito equivalente de un divisor resistivo

Podemos conseguir un divisor recíproco con todos sus puertos adaptados a costa de introducir pérdidas en la red.

Si analizamos la red anterior imponiendo que el valor de la carga en los puertos 2 y 3 sea Z_0 tendremos una impedancia de entrada vista desde el puerto 1 igual a:

$$Z_{in} = \frac{Z_0}{3} + \left(\frac{4Z_0}{3} \parallel \frac{4Z_0}{3} \right) = \frac{Z_0}{3} + \frac{2Z_0}{3} = Z_0 \quad (2.5)$$

Debido a la simetría de la red podemos decir que la impedancia de entrada vista desde cualquiera de los otros dos puertos será igual a Z_{in} . Por tanto tendremos que $s_{11} = s_{22} = s_{33} = 0$.

Calculemos ahora cual es la potencia recibida en los puertos 2 y 3 cuando inyectamos potencia por el puerto 1. Si calculamos el valor de la tensión en el punto central de la red tendremos:

$$V = V_1 \frac{2Z_0/3}{Z_0/3 + 2Z_0/3} = \frac{2}{3}V_1 \quad (2.6)$$

Y por tanto la tensión recibida en los puertos 2 y 3 será:

$$V_2 = V_3 = V \frac{Z_0}{Z_0 + Z_0/3} = \frac{3}{4}V = \frac{V_1}{2} \quad (2.7)$$

Es decir la matriz de parámetros S será de la forma:

$$[S] = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Para cuantificar la potencia recibida en cada uno de los puertos debemos calcular la potencia en el puerto 1 que será:

$$\langle P_{in} \rangle = \frac{|V_1|^2}{2Z_0} \quad (2.9)$$

Mientras que la recibida a la salida será:

$$\langle P_2 \rangle = \langle P_3 \rangle = \frac{1}{2Z_0} \left| \frac{V_1}{2} \right|^2 = \frac{1}{4} \langle P_{in} \rangle \quad (2.10)$$

Como puede apreciarse cada puerto recibe la mitad de la potencia que se obtenía en la unión T. El resto de la potencia es disipada dentro del divisor resistivo de tal forma que absorbe la mitad de la potencia entregada al puerto 1:

$$\langle P_{dis} \rangle = \langle P_{in} \rangle - \langle P_2 \rangle - \langle P_3 \rangle = \frac{1}{2} \langle P_{in} \rangle \quad (2.11)$$

2.3.3 Divisor Wilkinson

Dispone de elementos resistivos colocados de tal manera que, cuando los puertos están adaptados, no presenta pérdidas, ya que sólo la potencia reflejada se disipa. El circuito que representa a dicha red es el descrito a continuación:

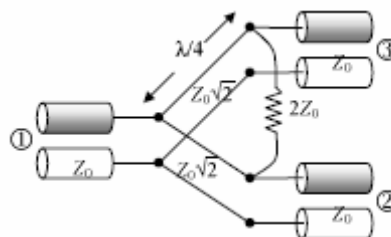


Figura 2.4: Circuito equivalente de un divisor Wilkinson

Debido a las simetrías que presenta, su estudio puede realizarse en dos etapas. Para ello vamos a redibujar el circuito anterior:

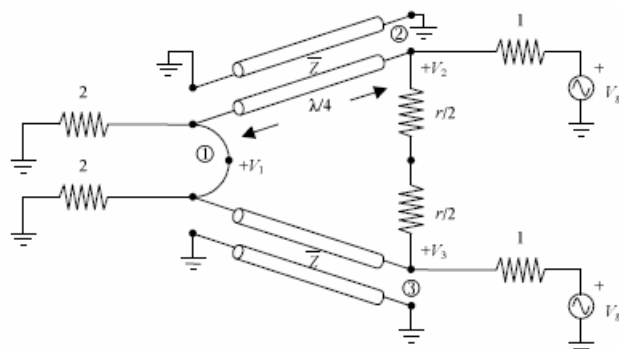


Figura 2.5: Modelo circuital del divisor Wilkinson

El método que se va a describir a continuación permite separar el circuito de tal forma que el cálculo sea más sencillo:

- *Modo par*: consideraremos que $V_{g2} = V_{g3} = 2V \Rightarrow V_2^e = V_3^e$, de esta forma no puede fluir corriente por la rama de resistencia $r/2$ ni por el cortocircuito del puerto 1. Teniendo en cuenta estas consideraciones estamos en disposición de calcular el valor de la tensión en el puerto 1:

$$V_1^e = -jV\sqrt{2} \tag{2.12}$$

- *Modo impar*: Si ahora consideramos $V_{g2} = -V_{g3} = 2V \Rightarrow V_2^o = -V_3^o$, de manera que ahora tenemos un cortocircuito a la mitad de las ramas $r/2$ y otro en el puerto 1. Teniendo en cuenta esto podemos calcular la tensión en el puerto 1 que será:

$$V_1^e = 0 \tag{2.13}$$

Esto es debido a cortocircuito que hay en dicho puerto.

Finalmente si calculamos la matriz de parámetros S obtenemos:

$$[S] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -j & -j \\ -j & 0 & 0 \\ -j & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

Aquí podemos ver que los puertos 2 y 3 están aislados y que sólo la potencia reflejada por estos puertos es disipada en las resistencias intermedias.

2.3.4 Unión en Y

La unión en Y [16] presenta varias similitudes con la unión en T pero con ciertas diferencias que los hacen muy distintos. La forma que tiene este tipo de estructuras se muestra a continuación:

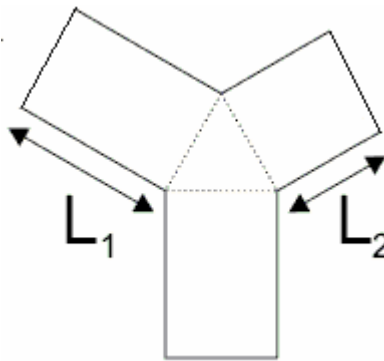


Figura 2.6: Topología de una unión Y

En una unión recíproca y sin pérdidas de tres puertos, el coeficiente de reflexión del cuadripolo resultante de cerrar uno de ellos con una carga reactiva es mínimo si dicha carga es situada a una distancia $L(f)$

$$L(f) = \frac{\varphi - \phi}{2\beta} + \frac{\pi}{\beta} n \quad (2.15)$$

donde $e^{j\varphi}$ es el coeficiente de reflexión de la carga y

$$\phi = 2 \tan^{-1} \frac{-b + \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}}{c - a} \quad (2.16)$$

$$a = \frac{S_{33}}{S_{11}}(1 + S_{22}^2) \text{sen}(\phi_s - \phi_{11} - \phi_{33}) - S_{22} \left(1 + \left(\frac{S_{33}}{S_{11}} \right)^2 \right) \text{sen} \phi_{22} \quad (2.17)$$

$$b = \frac{S_{33}}{S_{11}}(1 + S_{22}^2) \text{cos}(\phi_s - \phi_{11} - \phi_{33}) - S_{22} \left(1 + \left(\frac{S_{33}}{S_{11}} \right)^2 \right) \text{cos} \phi_{22} \quad (2.18)$$

$$c = 2 \frac{S_{33}}{S_{11}} S_{22} \text{sen}(\phi_{11} + \phi_{22} + \phi_{33} - \phi_s) \quad (2.19)$$

con $S_{ii}^{\text{union Y}} = a_{ii} e^{j\phi_{ii}}$, y $\det(S^{\text{union Y}}) = e^{j\phi_s}$ a la frecuencia f . El coeficiente de reflexión correspondiente es:

$$\rho_{\min} = S_{11} \left| \frac{1 - \frac{S_{33}}{S_{11}} e^{j(\phi_s - \phi_{11} - \phi_{33})}}{1 - S_{22} e^{j\phi_{22}}} \right| \quad (2.20)$$

Para determinar la longitud en cada canal L1 y L2, la carga reactiva será precisamente el filtro del canal opuesto, a la frecuencia correspondiente:

$$\begin{aligned} e^{j\phi} \Big|_{L_1} &= S_{11}^{\text{Filtro2}}(f_1) \\ e^{j\phi} \Big|_{L_2} &= S_{11}^{\text{Filtro1}}(f_2) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Con las propiedades de simetría de la unión en Y, las condiciones anteriores garantizan que las respuestas de los canales del diplexor son idénticas a las de los filtros aislados, para f_1 y f_2 . La aproximación será válida dentro de una banda en torno a cada frecuencia de diseño, acotada según la expresión

$$2\Delta\beta \leq \frac{1 - |S_{33}^U|}{|S_{33}^U|^2} \frac{\varepsilon}{\frac{d\varphi(\beta)}{d\beta} + 2L} \quad (2.22)$$

donde β es la constante de propagación de la línea de transmisión situada entre la unión y la carga reactiva, de longitud L , y $e^{j\varphi}$ es el coeficiente de reflexión de dicha carga. La expresión (8) es válida si $|S_{11}^U| = |S_{22}^U| = |S_{33}^U|$ y $dS_{ii}^U/df \approx 0$, condiciones que cumple la unión en Y, como se ha visto en 2.2. La condición (8) acota el máximo ancho de banda de los filtros. Además, indica que tanto $d\varphi(\beta)/d\beta$ como L_1 y L_2 han de limitarse. Lo primero supone que las bandas estén suficientemente separadas ($\varphi(\beta)$ varía fuertemente cerca de la banda de paso). Por su parte, si L_1 o L_2 son demasiado pequeños, puede que los modos superiores de la unión y los filtros interactúen entre sí, en cuyo caso habría que recurrir al análisis modal completo en los dos tramos de guía.

2.4 Filtros

Como ya hemos indicado anteriormente este proyecto se basa en la realización de dos filtros paso de banda sintonizados a distintas frecuencias (frecuencias de trabajo de DAB). Por lo tanto se hace imprescindible realizar una pequeña introducción sobre filtros y más concretamente sobre los filtros de microondas que nos van a facilitar la realización de este proyecto.

Un filtro es un sistema cuya función es modificar, deformar o manipular en general, el espectro en frecuencia de una señal de entrada (excitación) de acuerdo con unos determinados requerimientos (especificaciones). Los filtros se emplean para atenuar o amplificar componentes de la entrada con frecuencias dentro de un determinado rango, o para rechazar o aislar componentes en frecuencias específicas. Puesto que un filtro puede considerarse un sistema de transmisión de señales con la habilidad de dejar pasar ciertas frecuencias y de rechazar ciertas otras, podemos definir:

- *Banda pasante o banda de paso.* Conjunto de frecuencias o rangos de frecuencias para las cuales el filtro deja pasar la entrada hasta la salida. Cualquier frecuencia dentro del rango va a ser transmitida hacia la salida no sin cierta modificación.
- *Banda de rechazo o banda rechazada.* Conjunto de referencias o rangos de frecuencias que el filtro no deja pasar. Cualquier componente de la entrada cuya frecuencia pertenezca a dicho conjunto va a ser rechazada.
- *Banda de transición.* Conjunto de frecuencias entre la banda de paso y la banda de rechazo.

Por tanto podemos decir que las especificaciones del filtro serán las siguientes:

- *Bordes de las bandas de paso y de rechazo.* Frecuencia en la que empiezan o terminan cada una de las bandas. En general no debe coincidir el final de una banda con el principio de otra debido a que la caída en la banda de transición del filtro no puede ser infinita.
- *Atenuación en cada una de las bandas.* Tendremos una atenuación máxima permitida en la banda de paso y una atenuación mínima exigida en la banda de rechazo.
- Otras características interesantes pueden ser el tipo de repuesta que se desea, magnitud, fase, etc...

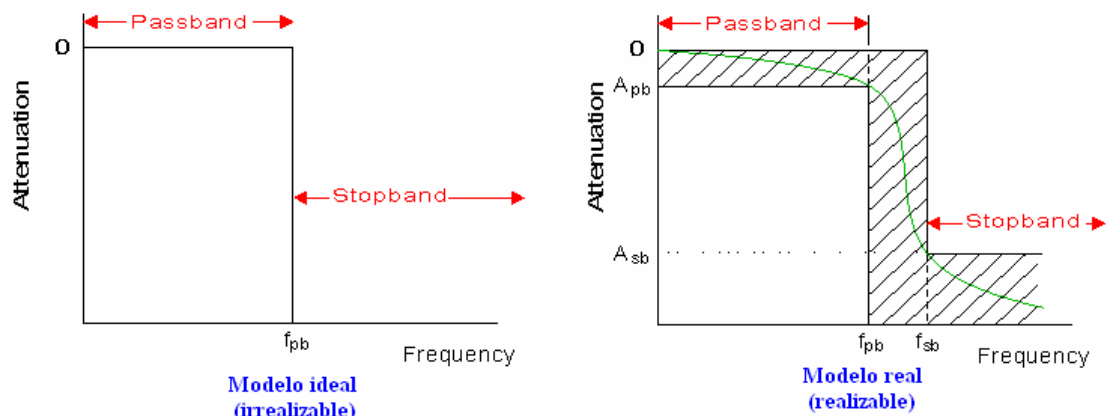


Figura 2.7: Bandas de paso de un filtro paso de baja

Los filtros se pueden clasificar atendiendo a distintas características que los diferencian. Quizás la más importante y en principio la primera clasificación que podemos realizar se basa en el rango de frecuencias que permite transmitir a la salida. Atendiendo a esto podemos realizar la siguiente clasificación:

- *Filtros paso de baja (LP)*. Permite el paso de las frecuencias bajas con muy pocas pérdidas e impide el paso de frecuencias altas. Vista la definición anterior, quizás se haga interesante explicar que son frecuencias bajas y a que llamamos frecuencias altas. Si el espectro de nuestra señal se encuentra centrado en cero y se expande unos kilohercios o incluso algunos megahercios en torno a la frecuencia de 0Hz, podríamos decir que esas son para nosotros en este caso las frecuencias bajas y todas las que se encuentran fuera de dicho rango serán las frecuencias altas. Por tanto el denominar a unas frecuencias altas o bajas depende del rango de frecuencias en el que estemos trabajando y que deberemos permitir transmitir a la salida con nuestro filtro.

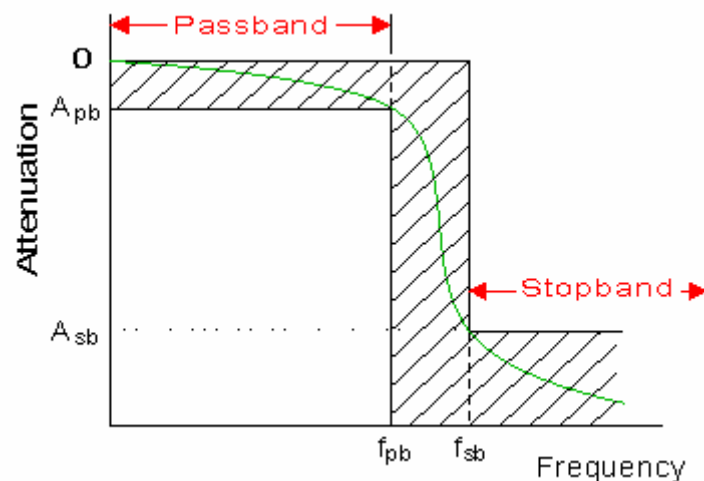


Figura 2.8: Filtro paso de baja

- *Filtros paso de alta (HP)*. Permite el paso de todas las frecuencias a partir de una frecuencia denominada frecuencia de corte. En realidad el comportamiento de este filtro es el inverso al explicado en el punto anterior.

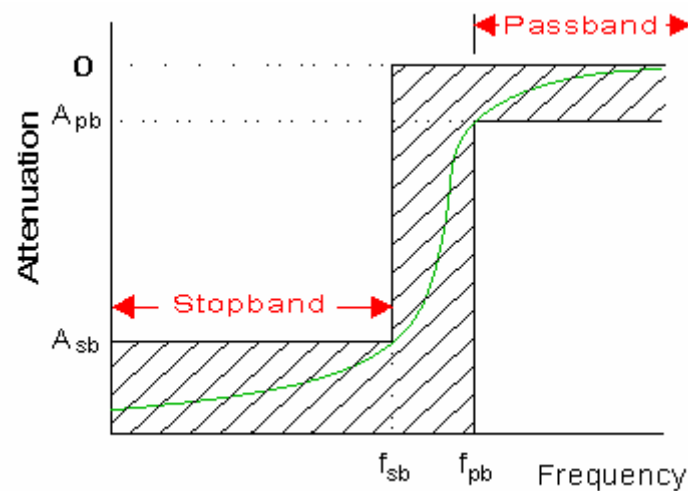


Figura 2.9: Filtro paso de alta

- *Filtros paso de banda (BP)*. Permite el paso de señales en una banda de frecuencias con atenuación muy baja mientras que rechaza las frecuencias a ambos lados de esta banda.

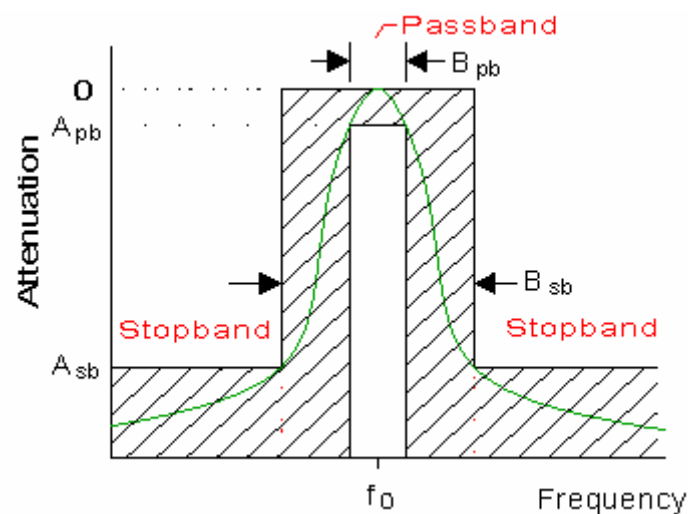


Figura 2.10: Filtro paso de banda

- *Filtros rechazo de banda (BR)*. Se usa para rechazar una banda de frecuencias de una señal. Para ello ha de permitir el paso de todas las frecuencias menos aquellas que deseamos eliminar.

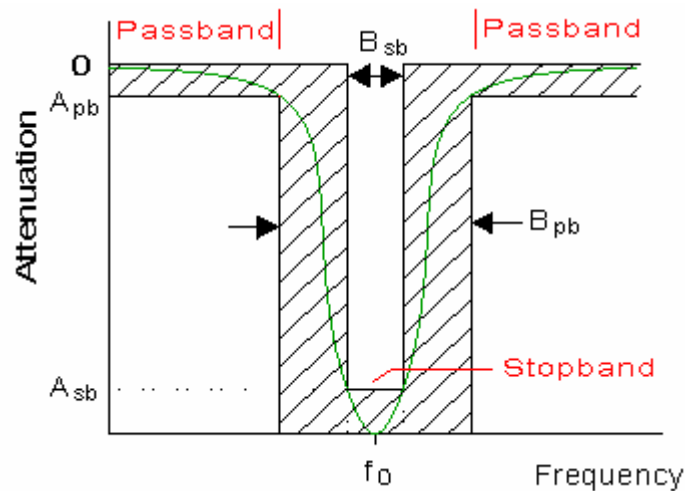


Figura 2.11: Figura rechazo de banda

- *Ecualizadores de retraso.* Se utilizan para compensar las distorsiones introducidas por otros filtros u otras partes del sistema de transmisión. El propósito del ecualizador de retraso es introducir la modificación de retraso necesaria para hacer el retraso total (filtro + ecualizador) tan plano como sea posible.

2.4.1 Aproximación de filtros

El primer paso que debe realizar el diseñador del filtro es realizar una función racional realizable que satisfaga las especificaciones deseadas. Estas especificaciones, idealmente, no tendrían pérdidas en la banda pasante, atenuación infinita en la banda de rechazo y un ancho de la banda de transición nulo. El problema de esta característica ideal es que no es realizable, y lo máximo que podemos conseguir es mantenernos dentro de unos ciertos márgenes de tolerancia.

- *Aproximación máximamente plana.* Un filtro paso de baja con respuesta máximamente plana requiere que la magnitud (al cuadrado) de la función de transferencia sea 1 en $\omega=0$, es decir, transmisión ideal en dc, y que todas las derivadas posibles del error de transmisión sean 0 en $\omega=0$. Si nosotros definimos nuestra función de transferencia como:

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + |K(j\omega)|^2} \quad (2.23)$$

tendremos que la función $K(j\omega)$ tomará el siguiente valor:

$$|K(j\omega)|^2 = \frac{a_n \omega^{2n}}{|N(j\omega)|^2} \quad (2.24)$$

por lo que la función de transferencia máximamente plana será la siguiente:

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{|N(j\omega)|^2}{|N(j\omega)|^2 + a_n \omega^{2n}} \quad (2.25)$$

La expresión anterior nos indica que para un polinomio $N(s)$ cualquiera siempre podemos encontrar una respuesta como la deseada. Señalar también que a_n determina la máxima atenuación en la banda pasante:

$$\varepsilon^2 = \frac{a_n}{|N(j1)|^2} \quad (2.26)$$

- *Aproximación Butterworth.* Un caso particular de aproximación máximamente plana es aquella en la que todos los ceros de transmisión están en $s = \infty$, es decir, $N(s)=1$. La función, por tanto, tendrá la siguiente forma:

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \omega^{2n}} \quad (2.27)$$

“n” determina el orden del filtro y se puede obtener a partir de las especificaciones en la banda de rechazo. La ecuación que se obtiene es la siguiente:

$$n \geq \frac{\log[\varepsilon^{-2}(10^{0.1As} - 1)]}{2 \log \omega_s} \quad (2.28)$$

- *Aproximación Chebyshev.* En la aproximación máximamente plana se desarrolla toda la aproximación respecto de la frecuencia $\omega=0$ y se acepta un error creciente a medida que nos alejamos de dicha frecuencia. La aproximación Chebyshev intenta distribuir todo el error a lo largo de la banda pasante. Las funciones que realizan esta aproximación son de la forma:

$$|K(j\omega)|^2 = \varepsilon^2 C_n^2(\omega) \quad (2.29)$$

Que es un polinomio que oscila uniformemente entre 0 y ε^2 . Los polinomios Chebyshev de orden “n” pueden describirse mediante:

$$C_n(\omega) = \cos(n \cdot a \cos \omega) \quad (2.30)$$

La igualdad anterior es válida siempre que $|\omega| \leq 1$. Esto parece indicar que nuestra función no valdría fuera de la banda pasante, sin embargo, puede demostrarse que para frecuencias mayores a “1” los polinomios pueden aproximarse por la siguiente ecuación:

$$C_n(\omega) = \cosh(n \cdot a \cosh \omega) = \frac{1}{2} \left[\left(\omega + \sqrt{\omega^2 - 1} \right)^n + \left(\omega - \sqrt{\omega^2 - 1} \right)^n \right] \quad (2.31)$$

Por tanto, ya podemos escribir nuestra función de transferencia:

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 C_n^2(\omega)} \quad (2.32)$$

Si analizamos el resultado podemos observar que el rizado es constante en toda la banda pasante y que:

$$\begin{aligned}
 |H(j0)| &= \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2}}; & \text{Si } n \text{ par} \\
 |H(j0)| &= 1; & \text{Si } n \text{ impar} \\
 |H(j1)| &= \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2}}; & \forall n
 \end{aligned}
 \tag{2.33}$$

Por último debemos calcular n . Para ello igual que antes evaluamos la función de transferencia en la banda de rechazo. De esta forma obtenemos:

$$n \geq \frac{a \cosh \sqrt{(10^{0.1Ap} - 1) / \epsilon^2}}{a \cosh \omega_s}
 \tag{2.34}$$

- *Aproximación Chebyshev inversa.* La aproximación *Chebyshev* es muy buena debido a que mantiene un error constante dentro de la banda de paso. El problema que conlleva es que aparece un pequeño rizado en la banda que pueda que no nos interese para ciertas aplicaciones. Este problema se resuelve utilizando respuestas *Chebyshev inversa*, que se basan en conseguir un comportamiento completamente opuesto a la aproximación *Chebyshev* estudiada anteriormente, trasladando el rizado a la banda de rechazo. La función de transferencia que describe este tipo de filtros viene dada por la siguiente igualdad:

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{\epsilon^2 C_n^2(1/\Omega)}{1 + \epsilon^2 C_n^2(1/\Omega)}
 \tag{2.35}$$

- *Aproximación elíptica.* Los filtros que hemos visto hasta ahora presentan ciertas ventajas los unos respecto a los otros, pero todos poseen un comportamiento ineficiente en la banda en la banda de rechazo, llegando a proporcionar mayor atenuación que la necesaria. Además poseen una banda de transición relativamente grande (*Chebyshev* y *Chebyshev inverso* poseen una mejor respuesta en esta banda que las respuestas máximamente planas). Esto se debe porque los ceros de transmisión se sitúan en la mayoría de los casos en infinito cuando la mejor respuesta se haya situando los ceros en el borde de la banda de rechazo. En la magnitud se apreciará un rizado tanto en la banda pasante como en la banda de rechazo. La función de transferencia que caracteriza este tipo de respuesta posee la siguiente forma:

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{\omega \prod_{i=1}^{(n-1)/2} (\omega^2 - \omega_{ri}^2)} \frac{1}{1 + \varepsilon^2 r \frac{\prod_{i=1}^{(n-1)/2} (\omega^2 - \omega_{ri}^2)}{\omega \prod_{i=1}^{(n-1)/2} (\omega^2 - \omega_{ri}^2)}} \quad \text{n impar.} \quad (2.36)$$

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{\omega \prod_{i=1}^{n/2} (\omega^2 - \omega_{ri}^2)} \frac{1}{1 + \varepsilon^2 r \frac{\prod_{i=1}^{n/2} (\omega^2 - \omega_{ri}^2)}{\omega \prod_{i=1}^{n/2} (\omega^2 - \omega_{ri}^2)}} \quad \text{n par.}$$

En los filtros elípticos los ceros de reflexión y los polos de atenuación exhiben simetría geométrica alrededor de una frecuencia de la banda de transición $\sqrt{\omega_s}$.

El orden del filtro se deduce evaluando la función en la banda de rechazo. Como resultado se obtienen una serie de gráficas en las que aparecen reflejadas varias curvas para los distintos valores de n representadas respecto a ω_s y la atenuación.

2.4.2 Filtros de microondas

Hasta ahora hemos visto como se diseñan filtros de parámetros concentrados. Toda la teoría vista hasta ahora es válida y nos sirve para comprender mejor el funcionamiento de los filtros, cuál es su función, que tipos hay y como se diseñan. Por tanto, lo visto hasta ahora nos da una visión global de cómo funcionan estos sistemas. En nuestro caso nosotros vamos a implementar filtros de microondas por lo que usaremos otro tipo de filtros que se basan en un método de síntesis distinto al utilizado hasta ahora.

Según vayamos analizando nuestro sistema iremos realizando comparaciones con los métodos vistos hasta ahora y comprobaremos la gran similitud que existe entre ellos.

Para empezar debemos definir las pérdidas de inserción de un filtro como:

$$P_{LR} = \frac{\langle P_{disp} \rangle}{\langle P_L \rangle} = \frac{1}{1 - |\rho(\omega)|^2} \quad (2.37)$$

La ecuación anterior nos relaciona la potencia disponible en la fuente con la potencia disipada en la carga. Idealmente deberíamos conseguir que esta función sea “1” en la banda pasante (máxima transferencia de potencia) y “0” fuera de la banda. En la realidad esto es imposible de conseguir y, como ya vimos en el apartado *filtros*, lo más que podemos conseguir es mantenernos dentro de unos márgenes que nos definen una máscara dentro de la cual debe encontrarse la respuesta que buscamos.

Fijándonos de nuevo en la fórmula anteriormente escrita (2.22), podemos ver que la única dependencia de P_{LR} es con el módulo de ρ . Esta expresión presenta gran similitud con la ecuación que ya vimos anteriormente:

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + |K(j\omega)|^2} \tag{2.38}$$

Viendo esto podemos decir que P_{LR} será la función de transferencia de nuestro sistema y será; por tanto, la que marque el comportamiento de nuestro sistema.

Además como ocurría con $|K(\omega)|^2$, $|\rho(\omega)|^2$ es una función par que presenta la siguiente forma:

$$\rho(\omega) = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} \tag{2.39}$$

donde M y N son polinomios de ω^2 . Llegado a este punto es fácil deducir los distintos tipos de respuestas que podemos obtener. En este caso solamente nos vamos a centrar en la respuesta máximamente plana y en la respuesta de igual rizado. Dicho esto podemos escribir:

- Máximamente plana. $P_{LR} = 1 + k^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2N} \tag{2.40}$

- De igual rizado. $P_{LR} = 1 + k^2 T_N^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) \tag{2.41}$

Con estas dos ecuaciones ya tenemos definidos los filtros y por tanto ya estamos preparados para su diseño. El proceso será semejante al ya explicado, puesto que partiendo de unas ciertas especificaciones diseñaremos un prototipo paso de baja tras el que realizaremos el escalado y por último la implementación.

2.4.3 Diseño del prototipo paso de baja

El primer objetivo es calcular el filtro prototipo paso de baja a partir del cual seamos capaces de obtener cualquier otro tipo de filtro realizando una serie de transformaciones simples. El filtro paso de baja que obtendremos tendrá una forma como la siguiente:

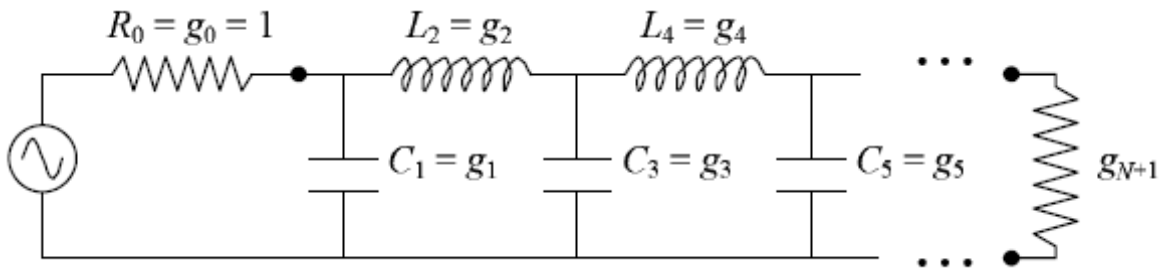


Figura 2.12: Esquema de filtro de parámetros concentrados

Los valores de estas inmitancias están tabulados y pueden tomarse directamente de tablas. Todos los valores aparecen normalizados respecto a la resistencia de fuente que, por tanto, siempre toma el valor de “1”. El resto de inmitancias toman un valor g_k , correspondiéndose g_1 a la primera capacidad, g_2 con la primera bobina, g_3 con la segunda capacidad, g_4 con la segunda bobina y así hasta llegar a g_{k+1} que se corresponde con la impedancia de carga.

Las tablas pueden verse en el anexo.

2.4.4 Escalado de frecuencias e impedancias

Ya sabemos como diseñar filtro de microondas paso de baja, pero lo normal será el uso de filtros paso de banda a las frecuencias de microondas. Esto se realizará partiendo del filtro ya calculado paso de baja al que realizaremos ciertas modificaciones.

El traslado en frecuencia se lleva a cabo dividiendo por la frecuencia de corte. Por tanto el cambio a realizar será:

$$\frac{\omega}{\omega_c} \rightarrow \Omega \quad (2.42)$$

Esto provocará un cambio en el valor de las inmitancias:

$$j\Omega C \rightarrow j \frac{\omega}{\omega_c} \frac{C}{R_0} \Rightarrow \frac{C}{R_0 \omega_c} \rightarrow C \quad (2.43)$$

$$j\Omega L \rightarrow j \frac{\omega}{\omega_c} R_0 L \Rightarrow R_0 \frac{L}{\omega_c} \rightarrow L \quad (2.44)$$

Las impedancias no necesitan desnormalización respecto de la frecuencia puesto que no dependen de ella.

Un cambio obligado prácticamente en todos los caso será el de desnormalizar respecto de la impedancia de fuente. Para ello haremos los siguientes cambios:

$$R_0 L \rightarrow L \quad (2.45)$$

$$\frac{C}{R_0} \rightarrow C \quad (2.46)$$

$$R_0 \rightarrow R_g \quad (2.47)$$

$$R_0 R_L \rightarrow R_L \quad (2.48)$$

Para transformar un filtro paso bajo en un filtro paso de alta deberemos realizar el siguiente cambio:

$$-\frac{\omega_c}{\omega} \rightarrow \Omega \quad (2.49)$$

Realizando el cambio descrito a continuación podemos conseguir una respuesta paso de banda o rechazo de banda:

- Paso de banda
$$-\frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \rightarrow \Omega \quad (2.50)$$

- Rechazo de banda
$$-\Delta \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^{-1} \rightarrow \Omega \quad (2.51)$$

donde:

$$\Delta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} \quad (2.52)$$

siendo ω_2 y ω_1 los límites de la banda de paso/rechazo y ω_0 la frecuencia central del filtro.

Paso bajo	Paso alto	Paso banda	Rechazo banda

Figura 2.13: Tabla de equivalencias para distintas frecuencias

2.4.5 Filtros de líneas conmensuradas

En este apartado vamos a ver como se sustituyen las inductancias y capacidades por *stubs* en cortocircuito. Realmente no hemos usado *stubs* en la implementación del filtro pero su estudio nos ayudará a comprender mejor como se realiza un diseño completo de filtros de microondas.

Todo el proceso que vamos a ver a continuación se basa en un “cambio de variable”. Este cambio consiste en lo siguiente:

$$\Omega = \tan(\beta l) = \tan\left(\frac{\omega}{v_f} l\right) \quad (2.53)$$

Esto provoca que la frecuencia tenga una cierta periodicidad 2π . Este cambio provoca que las inmitancias queden de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} jX_L &= j\Omega L = j \tan(\beta l)L \\ jB_C &= j\Omega C = j \tan(\beta l)C \end{aligned} \tag{2.54}$$

Como ya hemos visto las dos ecuaciones descritas anteriormente describen el comportamiento de un *stub* terminado en cortocircuito y otro en circuito abierto respectivamente.

Suponiendo que se trabaja con un prototipo paso de baja, con frecuencia escalonada a la unidad, para que la transformada de Richard conduzca al mismo prototipo, se debe verificar:

$$\Omega_c = 1 = \tan(\beta l) \Rightarrow \beta l = \frac{\pi}{4} \Rightarrow l = \frac{\lambda}{8} \tag{2.55}$$

Es decir, todos los *stubs* deben tener la misma longitud que debe ser $\lambda/8$ a $\omega = \omega_c$.

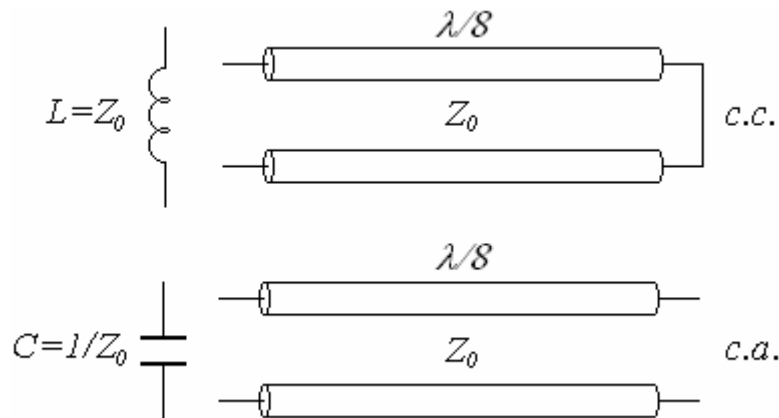


Figura 2.14: Comportamiento de *stubs*

2.4.6 Identidades de Kuroda

En muchas ocasiones podemos obtener filtros con la siguiente implementación física:

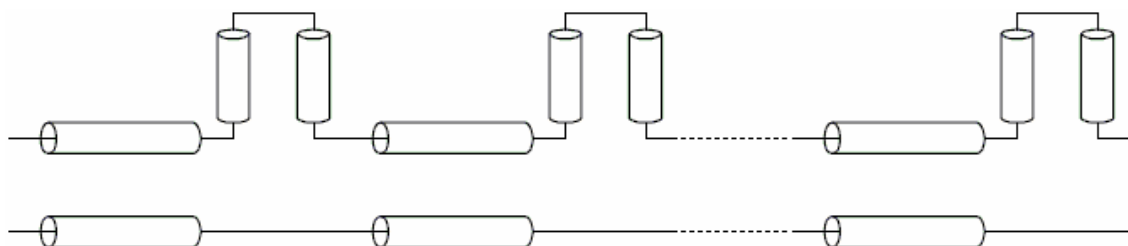


Figura 2.15: Resultado de implementación de filtro de microondas

Este tipo de filtros no son realizable en tecnología microstrip debido a que las propias limitaciones de esta tecnología impiden la disposición de *stubs* en serie. Para poder implementar este tipo de filtros debemos intentar realizar cambios en la estructura y topología del filtro sin cambiar su respuesta en frecuencia. Para esto debemos hacer uso de las *identidades de Kuroda* que nos permiten separar físicamente *stubs* conectados en el mismo punto, transformar *stub* en serie por *stub* en paralelo y nos permite cambiar los valores de estos que nos permitan utilizar impedancias con valores más prácticos. Las identidades de Kuroda se muestran en la figura siguiente:

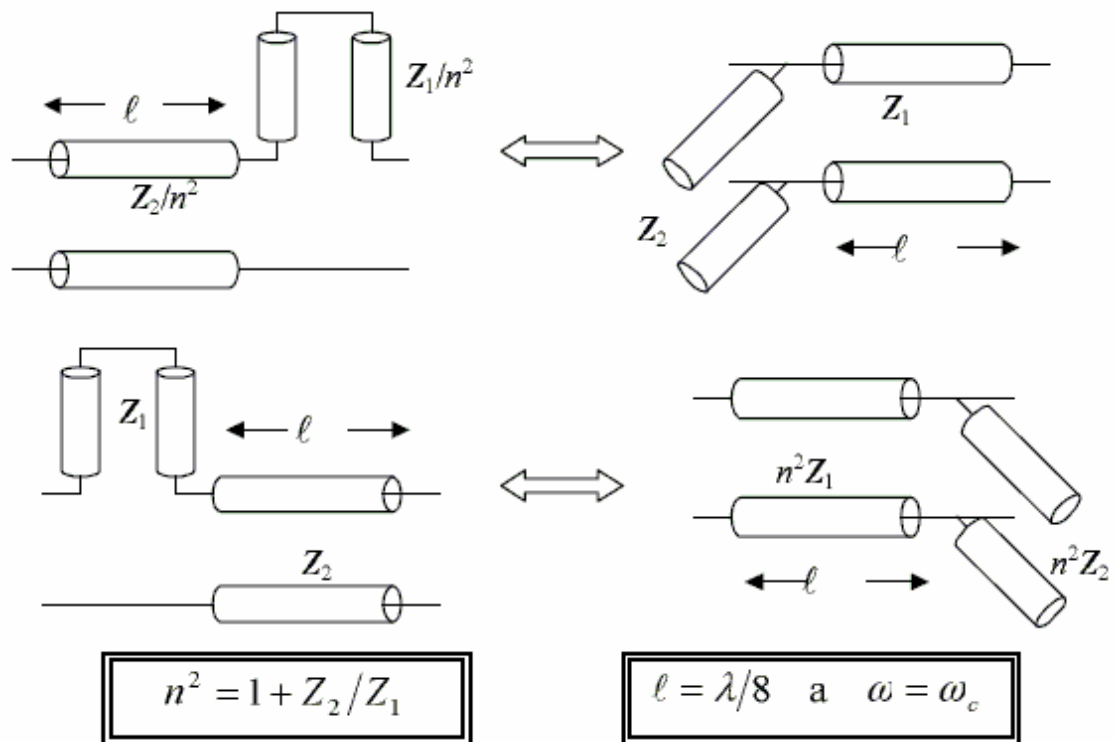


Figura 2.16: Identidades de Kuroda

Solamente añadir que las líneas de transmisión redundantes se denominan elementos redundantes y deben medir $\lambda/8$ a $\omega = \omega_c$.

2.4.7 Filtros de microondas usando stubs

El prototipo de estructura paso de baja LC emplea bobinas serie, así que una conversión directa a stubs de líneas de transmisión por la transformación de Richard daría lugar a stubs series.

Para hacer esto debemos ser conscientes de que deberíamos empezar añadiendo elementos unitarios (líneas de transmisión de longitud $\lambda/8$ e impedancia característica $Z_0 = 1$) en cada extremo del filtro, de manera que haya estructuras que sean de la forma descritas en las identidades de Kuroda. El filtro se diseña mediante los siguientes pasos:

- Prototipo paso de baja de elementos discretos (tomado normalmente de tablas).

- Convertir bobinas en serie a stubs serie y condensadores en paralelo a stubs paralelos.
- Añadir líneas $\lambda/8$ de $Z_0 = 1$ en la entrada y salida para poder aplicar las identidades de Kuroda.
- Desnormalizar el filtro multiplicando por la impedancia característica (50Ω normalmente) y por la frecuencia central f_c .

Los filtros generados con este método poseen la siguiente estructura:

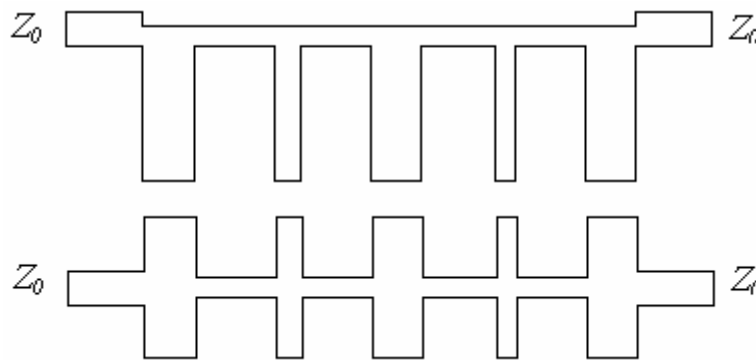


Figura 2.17: Layout de filtros microstrip

Aunque el filtro de elementos discretos tiene solamente respuesta paso de baja, la naturaleza periódica de los elementos distribuidos de la estructura da lugar a respuestas armónicas. En este caso, hay respuestas centradas en $4nf_c$, donde “n” puede tomar cualquier valor entero positivo. Esto es una característica general de los filtros de elementos distribuidos, y puede ser un problema si no se tiene en cuenta previamente en diseño de sistemas.

Esta característica general de estructuras periódicas puede ser un serio problema en la aplicación de elementos distribuidos en sistemas de microondas. Es normalmente un dato que se pasa por alto de los filtros construidos enteramente con elementos de líneas de transmisión.

2.4.8 Filtros de impedancias escalonadas

Este tipo de filtros se basa en el comportamiento que presentan ciertas líneas de transmisión eléctricamente cortas. Para demostrar esto, partiremos de la matriz de impedancias de una línea de transmisión cualquiera:

$$[Z] = \begin{pmatrix} -jZ_0 \cot(\beta l) & -jZ_0 c \sec(\beta l) \\ -jZ_0 c \sec(\beta l) & -jZ_0 \cot(\beta l) \end{pmatrix} \quad (2.56)$$

La matriz anterior describe un circuito como el representado a continuación:

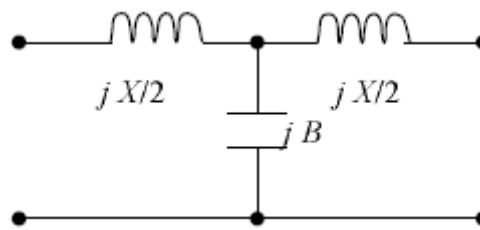


Figura 2.18: Estructura básica

cuyos valores son:

$$\frac{X}{2} = Z_0 \tan\left(\frac{\beta l}{2}\right) \quad (2.57)$$

$$B = \frac{1}{Z_0} \text{sen}(\beta l) \quad (2.58)$$

cuando $\beta l \ll \pi/4$, tanto el seno como la tangente pueden aproximarse por su ángulo por lo que las ecuaciones anteriores se pueden simplificar a:

$$\begin{aligned} X &\approx Z_0 \beta l \\ B &\approx \frac{\beta l}{Z_0} \end{aligned} \quad (2.59)$$

Si ahora estrechamos la línea al máximo obtendremos el valor máximo de Z_0 , y B valdrá aproximadamente “0”. Por tanto, tenemos una inductancia serie. Si ahora hacemos la línea muy ancha obtendremos un valor muy bajo de la impedancia Z_0 , por lo que en este caso será X quien valga prácticamente 0. En este caso la línea de transmisión sería equivalente a un condensador en paralelo.

Con este método se pueden sintetizar fácilmente filtros de microondas sustituyendo directamente los condensadores y bobinas por líneas de transmisión cortas y distinto grosor.

2.4.9 Filtros paso de banda y rechazo de banda

Existen métodos que nos permiten obtener de una forma directa filtros con un comportamiento paso de banda o rechazo de banda sin acudir al prototipo paso de baja.

Para ver el funcionamiento de este tipo de filtros, primero vamos a analizar el comportamiento que tiene un *stub* de $\lambda_0/4$ terminado en circuito abierto. También vamos a suponer que la longitud eléctrica de la línea de transmisión es $\pi/2$ más una pequeña desviación en frecuencia ($\omega = \omega_0 + \delta\omega$). Ya estamos en disposición de calcular la impedancia de entrada de la línea de transmisión:

$$Z = -jZ_0 \cot(\theta) \tag{2.60}$$

sustituyendo el valor de θ en la ecuación anterior:

$$\theta = \frac{\pi}{2} \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{\delta\omega}{\omega_0} \right) \tag{2.61}$$

$$Z = -jZ_0 \cot(\theta) = -jZ_0 \cot\left(\frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{\delta\omega}{\omega_0} \right)\right) \Rightarrow Z \approx jZ_0 \frac{\pi}{2} \frac{\delta\omega}{\omega_0} \tag{2.62}$$

Si ahora analizamos el siguiente circuito:

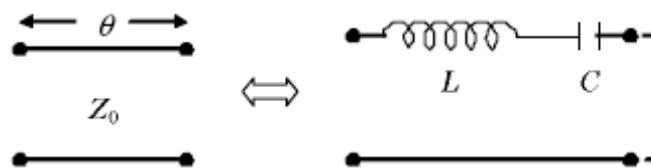


Figura 2.19: Equivalencia de una línea microstrip

La impedancia de entrada de este circuito es la siguiente:

$$Z = -jZ_0 \cot(\theta) \tag{2.63}$$

Tomando $LC=1/\omega_0^2$ y simplificando llegamos a:

$$Z = j\sqrt{\frac{L}{C}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \approx 2j\sqrt{\frac{L}{C}} \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = 2jL\delta\omega \tag{2.64}$$

Identificando términos con la expresión calculada anteriormente podemos concluir que:

$$L = \frac{\pi Z_0}{4 \omega_0} \tag{2.65}$$

$$C = \frac{4}{\pi Z_0 \omega_0}$$

Si realizamos el mismo estudio con un *stub* terminado en cortocircuito podríamos concluir que tiene un comportamiento análogo a una bobina y un condensador en paralelos. En este caso las ecuaciones serían:

$$C = \frac{\pi Y_0}{4 \omega_0} \tag{2.65}$$

$$L = \frac{4}{\pi Y_0 \omega_0}$$

2.4.10 Transformadores de impedancias y admitancias

Este tipo de filtros pueden ser realizados de distintas formas pero todos ellos mantienen ciertas características semejantes que permiten estudiarlos de una manera sencilla. Nosotros vamos a tratarlas como *cajas negras* y las representaremos de las siguientes maneras:

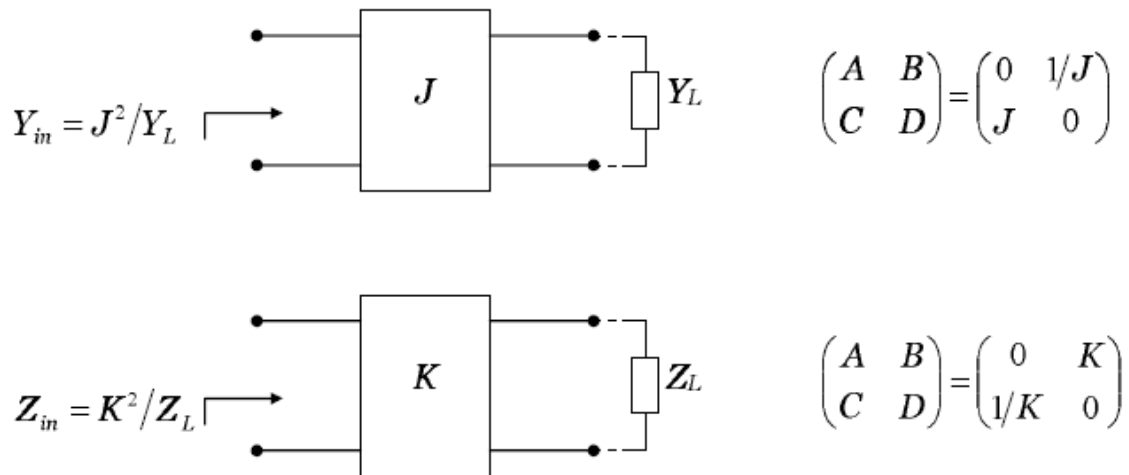


Figura 2.20: Transformadores de impedancias

Este tipo de transformadores de impedancia/admitancia se pueden modelar como transformadores ideales con relación de transformación $1:(JZ_0)$ y $(KY_0):1$ respectivamente, cuando están terminados en $Z_L=Z_0$.

Visto el modelo general que describe este tipo de transformadores podemos pasar al diseño de filtros. La realización de estos tipos de filtros se hace disponiendo $N+1$ transformadores (siendo N el orden del filtro que deseamos implementar) separados por líneas de transmisión de longitudes θ e impedancias Z_0 . En la siguiente figura se puede observar la forma que tendría un filtro implementado mediante transformadores:

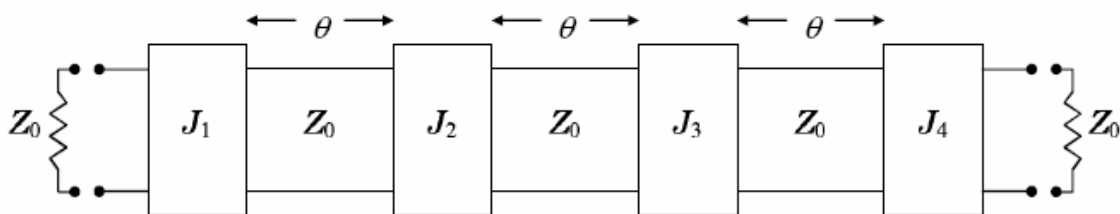


Figura 2.21: Ejemplo de un filtro diseñado con transformadores

Si aplicamos las aproximaciones que ya conocemos llegaremos a un circuito como el siguiente:

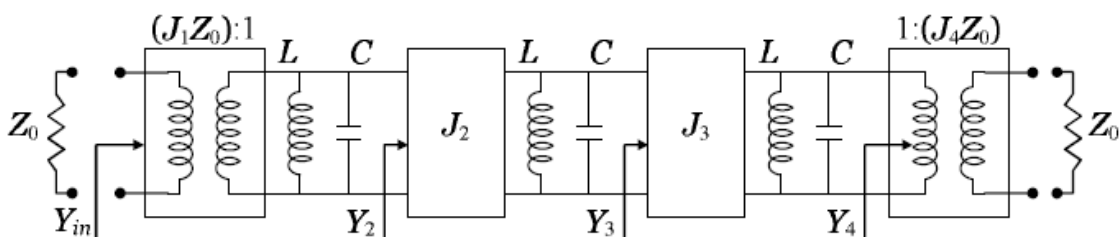


Figura 2.22: Ejemplo de un filtro diseñado con transformadores

Analizando el modelo anterior podemos calcular la resistencia de entrada Z_{in} , que tiene la siguiente forma:

$$Z_{in} = \frac{1}{j \frac{1}{(J_1 Z_0)^2} \sqrt{\frac{C}{L}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) + \frac{1}{j \frac{(J_1 Z_0)^2}{J_2^2} \sqrt{\frac{C}{L}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) + \frac{1}{j \frac{J_2^2}{J_3^2 (J_1 Z_0)^2} \sqrt{\frac{C}{L}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) + \frac{J_2^2 (J_1 Z_0)^2}{J_3^2 (J_1 Z_0)^2} Y_0}} \quad (2.67)$$

Esta ecuación coincide con la impedancia de entrada de un filtro de orden 3 de parámetros concentrados como el siguiente:

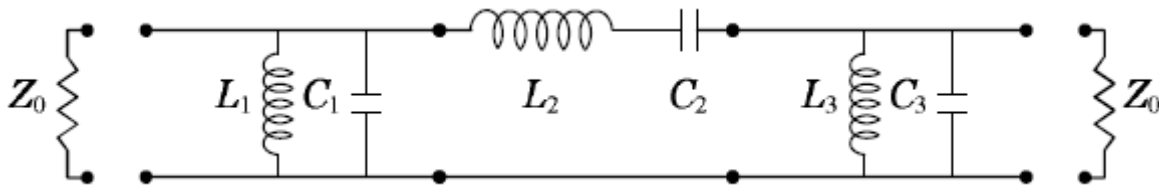


Figura 2.23: Filtro paso de banda

Cuya impedancia de entrada es:

$$Z_{in} = \frac{1}{j \sqrt{\frac{C_1}{L_1}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) + \frac{1}{j \sqrt{\frac{C_2}{L_2}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) + \frac{1}{j \sqrt{\frac{C_3}{L_3}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) + Y_L}} \quad (2.68)$$

Comparando la ecuación anterior con la ya calculada podemos deducir las siguientes fórmulas:

$$\begin{aligned} Z_0 J_1 &= \sqrt{\frac{\pi \Delta}{2 g_0 g_1}} \\ Z_0 J_n &= \frac{\pi \Delta}{2 \sqrt{g_{n-1} g_n}} \\ Z_0 J_{N+1} &= \sqrt{\frac{\pi \Delta}{2 g_N g_{N+1}}} \end{aligned} \quad (2.69)$$

En estas ecuaciones se han sustituido las dependencias de C_k y L_k por las inmitancias g_k del prototipo paso de baja. De esta forma podemos utilizar directamente las tablas que obtuvimos anteriormente y que aparecen en el anexo.

2.4.11 Filtros de líneas acopladas

Este tipo de filtros [17] se basa en resonadores de longitud $\lambda/4$ a la frecuencia central de trabajo (ω_0). Este tipo de filtros se implementa utilizando secciones en cascada como la siguiente:

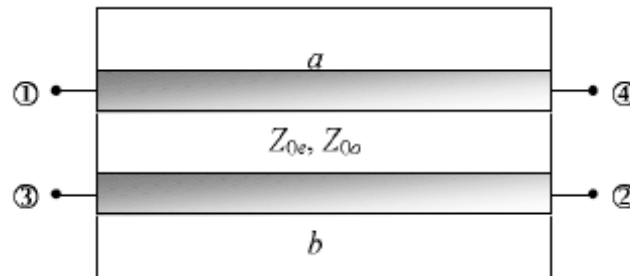


Figura 2.24: Topología de un acoplador de microondas

El estudio de este tipo de estructuras se realiza primero observando el comportamiento del modo par y seguidamente el del modo impar [19]. Haciendo estos dos análisis obtenemos una descripción completa del sistema. Primeramente planteemos las ecuaciones que describen ambos modos:

- Modo par: $V_a^e(z) = V_b^e(z) = V_e(z), I_a^e(z) = I_b^e(z) = I_e(z)$ (2.70)

- Modo impar: $V_a^o(z) = V_b^o(z) = V_o(z), I_a^o(z) = I_b^o(z) = I_o(z)$ (2.71)

donde tenemos:

$$V_e(z) = V_e^+ e^{-j\beta l} + V_e^- e^{+j\beta l}, I_e(z) = \frac{1}{Z_{0e}} (V_e^+ e^{-j\beta l} - V_e^- e^{+j\beta l}) \quad (2.72)$$

$$V_o(z) = V_o^+ e^{-j\beta l} + V_o^- e^{+j\beta l}, I_o(z) = \frac{1}{Z_{0o}} (V_o^+ e^{-j\beta l} - V_o^- e^{+j\beta l}) \quad (2.73)$$

Existen dos formas de realizar filtros de líneas acopladas: poniendo dos de los puertos a tierra e inyectando potencia por uno de ellos y utilizando el cuarto como salida o poniendo dos de los puertos a circuito abierto e inyectando potencia por uno de los puertos y sacando dicha potencia por el puerto restante al igual que antes.

Por tanto debemos realizar el cálculo de las dos alternativas disponibles para ver cual es la que mejor se ajusta al diseño de nuestro filtro paso de banda.

Para realizar ello necesitamos conocer la matriz de impedancias del sistema que, una vez calculada tendrá la siguiente forma:

$$[Z] = \begin{pmatrix} -j(Z_{0e} + Z_{0o}) \epsilon \tan(\theta) & -\frac{j}{2}(Z_{0e} - Z_{0o}) \epsilon \sec(\theta) & -\frac{j}{2}(Z_{0e} - Z_{0o}) \epsilon \tan(\theta) & -\frac{j}{2}(Z_{0e} + Z_{0o}) \epsilon \sec(\theta) \\ -\frac{j}{2}(Z_{0e} - Z_{0o}) \epsilon \sec(\theta) & -j(Z_{0e} + Z_{0o}) \epsilon \tan(\theta) & -\frac{j}{2}(Z_{0e} + Z_{0o}) \epsilon \sec(\theta) & -\frac{j}{2}(Z_{0e} - Z_{0o}) \epsilon \tan(\theta) \\ -\frac{j}{2}(Z_{0e} - Z_{0o}) \epsilon \tan(\theta) & -\frac{j}{2}(Z_{0e} + Z_{0o}) \epsilon \sec(\theta) & -j(Z_{0e} + Z_{0o}) \epsilon \tan(\theta) & -\frac{j}{2}(Z_{0e} - Z_{0o}) \epsilon \sec(\theta) \\ -\frac{j}{2}(Z_{0e} - Z_{0o}) \epsilon \sec(\theta) & -\frac{j}{2}(Z_{0e} - Z_{0o}) \epsilon \tan(\theta) & -\frac{j}{2}(Z_{0e} - Z_{0o}) \epsilon \sec(\theta) & -j(Z_{0e} + Z_{0o}) \epsilon \tan(\theta) \end{pmatrix} \quad (2.74)$$

A partir de la matriz anterior podemos escribir la matriz de admitancias tal y como aparece a continuación:

$$[Y] = \begin{pmatrix} -j(Y_{0e} + Y_{0o}) \csc(\theta) & -\frac{j}{2}(Y_{0e} - Y_{0o}) \sec(\theta) & -\frac{j}{2}(Y_{0e} - Y_{0o}) \csc(\theta) & -\frac{j}{2}(Y_{0e} + Y_{0o}) \sec(\theta) \\ -\frac{j}{2}(Y_{0e} - Y_{0o}) \sec(\theta) & -j(Y_{0e} + Y_{0o}) \tan(\theta) & -\frac{j}{2}(Y_{0e} + Y_{0o}) \sec(\theta) & -\frac{j}{2}(Y_{0e} - Y_{0o}) \tan(\theta) \\ -\frac{j}{2}(Y_{0e} - Y_{0o}) \csc(\theta) & -\frac{j}{2}(Y_{0e} + Y_{0o}) \sec(\theta) & -j(Y_{0e} + Y_{0o}) \tan(\theta) & -\frac{j}{2}(Y_{0e} - Y_{0o}) \sec(\theta) \\ -\frac{j}{2}(Y_{0e} - Y_{0o}) \sec(\theta) & -\frac{j}{2}(Y_{0e} - Y_{0o}) \tan(\theta) & -\frac{j}{2}(Y_{0e} - Y_{0o}) \sec(\theta) & -j(Y_{0e} + Y_{0o}) \tan(\theta) \end{pmatrix} \quad (2.75)$$

Vamos a considerar que ponemos los puertos 3 y 4 en cortocircuito ($V_3 = V_4 = 0$). De esta forma podemos escribir la matriz de parámetros ABCD de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} A = D &= \frac{Y_{0e} + Y_{0o}}{Y_{0e} - Y_{0o}} \cos(\theta) \\ B &= \frac{2j}{Y_{0e} - Y_{0o}} \operatorname{sen}(\theta) \\ C &= -j \frac{(Y_{0e} - Y_{0o})^2 + (Y_{0e} + Y_{0o})^2 \cos^2(\theta)}{2(Y_{0e} - Y_{0o}) \operatorname{sen}(\theta)} \end{aligned} \quad (2.76)$$

Se puede demostrar que las ecuaciones anteriores se corresponden con un filtro paso de banda.

Si ahora ponemos los puertos 3 y 4 a circuito abierto ($I_3 = I_4 = 0$) llegaremos a las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} A = D &= \frac{Z_{0e} + Z_{0o}}{Z_{0e} - Z_{0o}} \cos(\theta) \\ B &= \frac{2j}{Z_{0e} - Z_{0o}} \operatorname{sen}(\theta) \\ C &= -j \frac{(Z_{0e} - Z_{0o})^2 + (Z_{0e} + Z_{0o})^2 \cos^2(\theta)}{2(Z_{0e} - Z_{0o}) \operatorname{sen}(\theta)} \end{aligned} \quad (2.77)$$

Si analizamos detenidamente las ecuaciones anteriores podremos afirmar que también se corresponden con un filtro paso de banda al igual que en el caso anterior.

Por tanto cualquiera de los sistemas anteriormente descritos serían válidos para la creación de nuestro filtro de microondas.

Si comparamos la matriz de parámetros ABCD del acoplador con la de un transformador podemos ver las similitudes que existen entre ambos y si identificamos términos cuando $\theta \rightarrow \pi/2$, vemos que las ecuaciones que nos describen el comportamiento de un filtro de líneas acopladas viene dado por:

$$\begin{aligned} \frac{Z_{0e}}{Z_0} &= 1 + jZ_0 + (jZ_0)^2 \\ \frac{Z_{0o}}{Z_0} &= 1 - jZ_0 + (jZ_0)^2 \end{aligned} \quad (2.78)$$

El método descrito hasta ahora permite el diseño de filtros de líneas acopladas igual al mostrado en la siguiente figura:

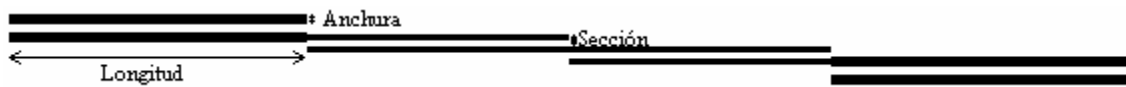


Figura 2.25: Layout de filtro con acopladores

Este tipo de filtros presenta la gran ventaja de que la anchura total del mismo es prácticamente despreciable ya que a frecuencias elevadas la anchura de las líneas es de unas pocas unidades de milímetros mientras que las secciones vienen a ser de centenares de micras; por lo que el ancho total del filtro es insignificante. Por el contrario presenta un gran inconveniente que en ciertas ocasiones puede provocar que el filtro no sea válido y es, que la longitud total del filtro puede llegar a ser considerable si la frecuencia no es lo suficientemente elevada. Para tener una referencia diremos que la longitud de un acoplador a una frecuencia de 1,5Ghz puede ser de unos 30mm, por lo que si disponemos de un número elevado de acopladores la longitud total del filtro puede ser demasiado elevada.

Para evitar tales desproporciones entre la longitud del filtro y la anchura de éste lo que suele hacerse es plegar el filtro de tal forma que el resultado final sea más compacto y posea unas dimensiones finales más prácticas. En principio, el primer método para realizar el plegado que se nos puede ocurrir sea el de incluir líneas de transmisión entre los diferentes acopladores de longitud $\lambda/2$. Este método que, al menos a un nivel teórico, debería funcionar correctamente no resulta ser tan bueno y los resultados obtenidos se alejan bastante de los que obtenemos en un principio con los acopladores conectados directamente en cascada.

Lo que vamos a hacer a partir de ahora es plantear un método, partiendo de las ecuaciones iniciales en las que consideraremos la inclusión de líneas de transmisión entre cada dos acopladores. Por tanto vamos a considerar la siguiente estructura básica:

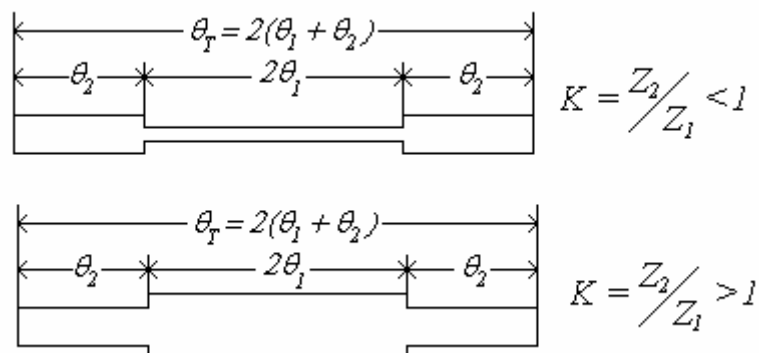


Figura 2.26: Filtro con acopladores y líneas de transmisión

El procedimiento que vamos a seguir para el cálculo de las ecuaciones de los acopladores va a ser parecido al que se usaría en el de las líneas acopladas que vimos anteriormente. Para ellos lo primero que debemos calcular es la admitancia de dicha estructura. Si hacemos esto debemos obtener un resultado como el siguiente:

$$Y_i = jY_2 \frac{2(K \tan(\theta_1) + \tan(\theta_2))(K - \tan(\theta_1)\tan(\theta_2))}{K(1 - \tan^2(\theta_1))(1 - \tan^2(\theta_2)) - 2(1 + K^2)\tan(\theta_1)\tan(\theta_2)} \quad (2.79)$$

Donde “K” está definido como $K = Z_2/Z_1$. Para calcular la condición de resonancia hacemos $Y_i = 0$. De esta forma tendremos que:

$$K = \tan(\theta_1)\tan(\theta_2) \quad (2.80)$$

Donde podemos distinguir:

$$\tan\left(\frac{\theta_T}{2}\right) = \frac{1}{1-K} \left(\frac{K}{\tan(\theta_1)} + \tan(\theta_1) \right) \quad \text{si } K \neq 1 \quad (2.81)$$

$$\theta_T = \pi \quad \text{si } K = 1 \quad (2.82)$$

Si calculamos ahora los valores que hacen mínimo el resonador de θ_T tenemos que se cumple para:

$$\theta_1 = \theta_2 = \tan^{-1}(\sqrt{K}) \quad (2.83)$$

Por tanto a partir de ahora consideramos que $\theta_1 = \theta_2 = \theta$. Por tanto ya podemos escribir las impedancias características Z_{oo} y Z_{oe} en función de los parámetros anteriores.

$$\begin{aligned} \frac{Z_{oe}}{Z_o} &= \frac{1 + (J/Y_0) \operatorname{cosec}(\theta) + (J/Y_0)}{1 - (J/Y_0)^2 \cot^2 \theta} \\ \frac{Z_{oo}}{Z_o} &= \frac{1 - (J/Y_0) \operatorname{cosec}(\theta) + (J/Y_0)}{1 - (J/Y_0)^2 \cot^2 \theta} \end{aligned} \quad (2.84)$$

Para simplificar las ecuaciones supondremos que $\theta = \pi/2$. Teniendo en cuenta esto podemos escribir:

$$\begin{aligned} \frac{Z_{oe}}{Z_o} &= 1 + \left(\frac{Z_0}{K}\right) + \left(\frac{Z_0}{K}\right)^2 \\ \frac{Z_{oo}}{Z_o} &= 1 - \left(\frac{Z_0}{K}\right) + \left(\frac{Z_0}{K}\right)^2 \end{aligned} \quad (2.85)$$

Donde $Z_0/K = J/Y_0$. El valor de los transformadores equivalentes de cada acoplador será:

$$\begin{aligned} J_1 &= \sqrt{\frac{2w\theta_0}{g_0 g_1}} \\ J_{j+1} &= \frac{2w\theta_0}{\sqrt{g_j g_{j+1}}} \end{aligned} \quad (2.86)$$

Donde $w = (w_2 - w_1) / w_0$ es el ancho relativo del filtro.

De esta forma podemos conseguir filtros con la siguiente estructura:

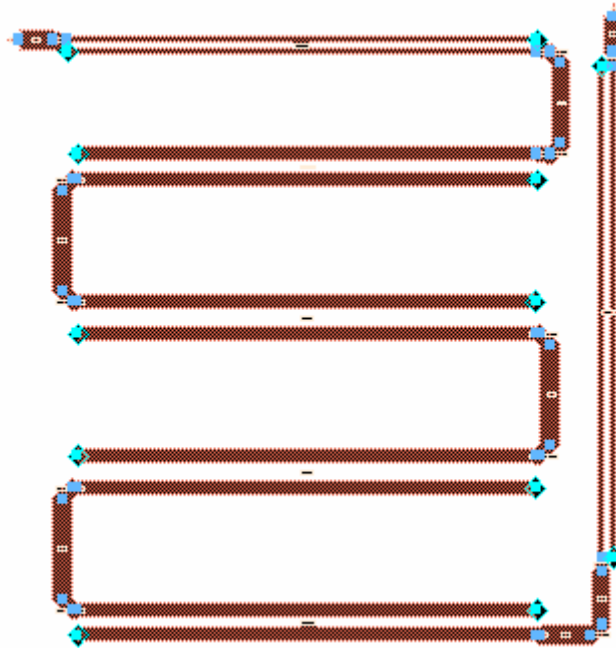


Figura 2.27: Ejemplo de filtro con acopladores

En este caso se han utilizado líneas de transmisión acodadas para crear los ángulos de 90° [18]. Aunque también podríamos haber hecho uso de otro tipo de configuración en el que las líneas que unen los acopladores fueran curvilíneas. Cualquiera de las dos configuraciones sería una opción válida.

Estos tipos de configuraciones son perfectamente válidos siempre que utilicemos frecuencias por encima del gigahercio ya que para frecuencias en torno a los centenares de megahercios se nos presentan dos problemas. El primero de ellos se explicó anteriormente y es que a frecuencias tan bajas las longitudes de los acopladores pueden llegar a ser del orden de centenas de milímetros por lo que en el momento que disponemos de un filtro de unos 6 acopladores la longitud total de éste puede superar el metro sin problemas. Ante esto la solución propuesta nos resolvería el problema en gran medida ya que nos permite disminuir la longitud total del filtro, pero si observamos las longitudes que deberían poseer las líneas de transmisión observaríamos que pueden llegar a alcanzar las unidades de metro por lo que el problema más que solucionarse se complica aún más. Por tanto podemos concluir que la solución analizada no nos sirve si pretendemos trabajar con frecuencias en torno a los megahercios o menores. Como solución a este problema vamos a plantear otro método que, si bien está indicado para frecuencias bajas, podrá utilizarse para cualquier frecuencia de trabajo que estemos utilizando y que incluso, en algunos casos, puede llegar a mejorar los resultados de los filtros descritos hasta ahora.

Lo que vamos a hacer no es explicar otro método de síntesis de filtros de microondas sino intentar mejorar uno que ya conocemos. En este caso vamos a basarnos en filtro de líneas acopladas básico que ya ha sido explicado. Lo que vamos a hacer es intentar convertir estos acopladores rectilíneos en acopladores curvos con lo que seremos capaces de compactar el filtro sin introducir ningún tipo de elemento adicional. Para hacer esto vamos a hacer uso de acopladores curvos en los que tendremos que tener en cuenta que su acoplamiento no es igual al del rectilíneo.



Figura 2.28: Comparación entre acopladores rectilíneos y curvilíneos

En esta figura se puede observar como conseguimos curvar un acoplador rectilíneo manteniendo la anchura de la línea y la separación entre ellas. Debemos buscar que la longitud media entre la menor longitud posible y la mayor posible del acoplador curvilíneo sea exactamente la del rectilíneo. Aquí reside la gran diferencia entre ambos acopladores. Aunque en principio puede parecer que el hecho de poseer características físicas semejantes conlleve un comportamiento eléctrico parecido, esto no es verdad y de hecho las diferencias pueden llegar a ser apreciables.

Nosotros lo que vamos a intentar que las zonas curvadas de los acopladores sean lo más pequeñas posibles para su influencia en la respuesta del filtro no sea muy significativa y además vamos a intentar que cada acoplador posea dos zonas curvadas para que las anomalías que puedan generarse se compensen. Es decir buscamos una estructura parecida a la siguiente:

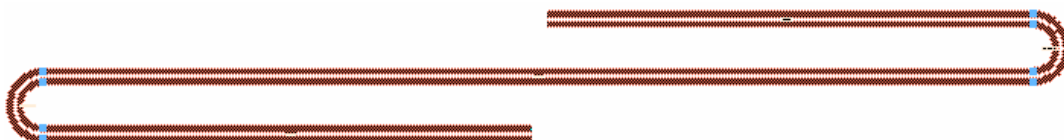


Figura 2.29: Ejemplo de acoplador curvado

Como podemos apreciar la figura anterior representa un único acoplador en el que se han realizado dos curvas, una hacia derechas y otra hacia izquierdas.

Para comprobar si el funcionamiento del bloque anterior es válido he simulado el comportamiento del sistema anterior con el mismo filtro sin curvaturas. Evidentemente

aparecen ciertas diferencias apreciables en mayor o menor medida debido a las modificaciones de la estructura pero que se pueden corregir fácilmente introduciendo pequeños ajustes en la longitud final del acoplador.