CAPÍTULO 3: MULTIPLEXIÓN POR DIVISIÓN ORTOGONAL EN FRECUENCIA

3.1. Introducción

OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing, Modulación por División Ortogonal de Frecuencia) es un tipo de modulación multiportadora. El objetivo de ésta modulación es conseguir comunicaciones sin cable con altas velocidades de datos y exentas de Interferencias entre símbolos (ISI).

La señal enviada por un canal de comunicación como es el aire, se ve afectada por reflexiones de la onda en obstáculos intermedios, difracciones y otros fenómenos característicos del mismo. Así, al receptor llega la señal enviada (rayo directo), seguida de múltiples réplicas distorsionadas en amplitud y fase. Esto se conoce como **recepción multitrayecto**.

El problema es crítico cuando el retardo máximo de las señales reflejadas T_m es muy grande en comparación con el período de símbolo T_s. En concreto, en los canales actuales de banda ancha que proveen velocidades de datos muy altas, el período de símbolo deseado es a menudo mucho menor que el *delay spread* (dispersión de retardo) y por tanto la interferencia es severa.

Una técnica de control para los fenómenos asociados a la propagación multitrayectoria son esquemas de acceso múltiple robustos, modulaciones digitales apropiadas, esquemas de ecualización y codificación y arreglos de antenas. Pero se necesitan diseños específicos para cada sistema ya que dependen del entorno de propagación. Este hecho y la complejidad de los ecualizadores utilizados (al trabajar con altas tasas de bits deben poder almacenar varios símbolos sucesivos) hacen que la instalación se encarezca.

La modulación **multiportadora** es un método para conseguir eliminar los problemas derivados de medios dispersivos sin necesidad de utilizar un hardware excesivamente complejo. Para ello, divide el flujo de bits de gran ancho de banda en N subtramas para las que $T_s >> T_m$. Éstas N subtramas pueden ser enviadas a través de N canales paralelos con un ancho de banda más estrecho. De esta forma, la duración del tiempo de símbolo para cada subcanal ha incrementado ($T=L*T_s$) y, en consecuencia el problema de ISI se ve reducido. La velocidad de datos deseada, se mantiene.

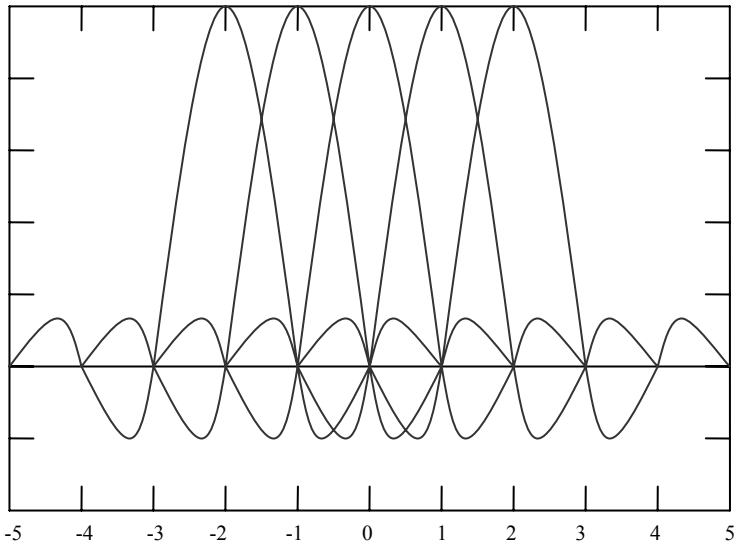


Fig 3.1. Espectro de señal OFDM en que se aprecia la ortogonalidad de las subportadoras

3.2. Modelo del sistema

Consideraremos el modelado genérico de sistemas OFDM de manera discreta en el tiempo. El esquema que se muestra a continuación, realiza la transmisión de símbolos provenientes de una fuente aleatoria.

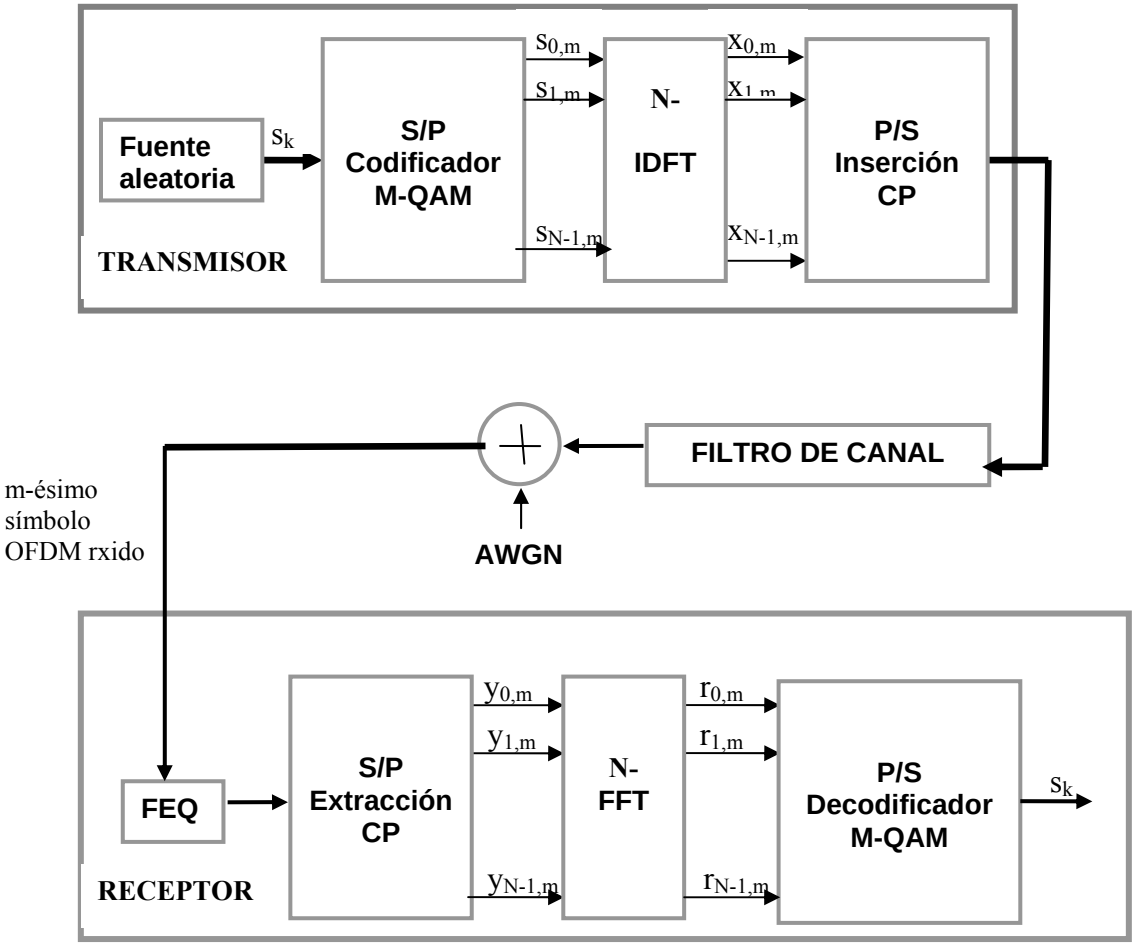


Figura 3.2. Modelo de sistema OFDM

En la figura 3.2, se propone el esquema de transmisión de un único símbolo OFDM (el m-ésimo símbolo OFDM). Cada símbolo OFDM estará formado por N símbolos procedentes del mapeo si se realiza la transformada N-IFFT, es decir, trabajamos con N subportadoras y un Prefijo Cíclico de longitud N_{cp}.

Los símbolos de datos son organizados en el codificador de forma paralela en N subtramas distintas. Cada subtrama será mapeada (M-PSK o M-QAM) teniendo a la salida N números complejos pertenecientes a una constelación M-aria. Cada s_k, modulará una subportadora de entre las N posibles en el bloque de modulación IFFT, que será realmente el símbolo OFDM. Así se genera x_m (señal mapeada en una constelación m-aria, modulada empleando la transformada IFFT y con un Prefijo Cíclico añadido).

Cualquier tipo de transmisión empleando un canal no ideal (como un canal radio multipath), hará que se expanda el símbolo OFDM pudiendo solaparse unos bloques de datos con otros. El Prefijo Cíclico (CP) se inserta para evitar interferencias ISI (entre símbolos), ICI (entre portadoras) y preservar la ortogonalidad entre los tonos.

Los símbolos OFDM con el Prefijo Cíclico ya añadido serán transmitidos por un canal radio digital que consideraremos LTI (sistema lineal invariante en el tiempo).

En el receptor, se realiza el proceso inverso: los datos son convertidos en serie de nuevo y se descarta el PC. Se utiliza un ecualizador en frecuencia FEQ para dar mayor fiabilidad a la estimación de los símbolos. El resultado es una estimación óptima de la información transmitida.

3.2.1 Modelo analítico

Básicamente, la señal OFDM es el resultado de sumar N subportadoras complejas ortogonales (indexadas en el esquema k=0,1,…N-1), cada una modulada independientemente.

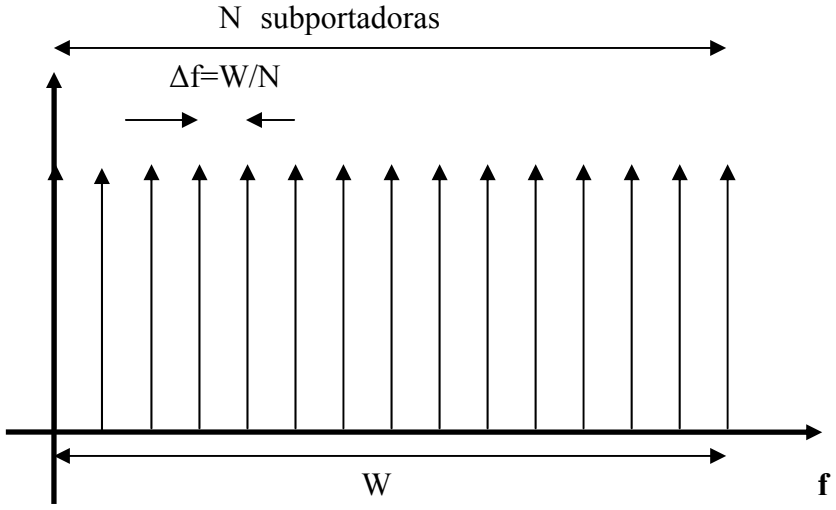


Figura 3.3. Subdivisión del ancho de banda del canal en N bandas

Como se aprecia en la figura 3.3, la secuencia de datos de entrada se agrupa en el transmisor en bloques de N símbolos de datos. Cada uno de ellos constituirá un símbolo OFDM tras su procesado y se representan por el vector $\mathbf{s_m} = [s_{0,m}, s_{1,m}, \ldots, s_{N-1,m}]$. A continuación, se aplica la transformada N-IDFT a cada bloque y se añade un prefijo de longitud N_{pc}. El resultado es una señal en banda base discreta en el tiempo del m-ésimo símbolo OFDM que se puede escribir como:

$$s(n) = \begin{cases} \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} x_{k,m} e^{j2\pi k(n-N)/N} & \text{si n Є [0, N+N}_{pc}\text{-1]} \\ 0 \end{cases} \qquad (3.1)$$

donde n es el índice de tiempo discreto.

La señal completa en el tiempo s(n) es la concatenación de todos los símbolos OFDM.

$$s(n) = \sum_{m=0}^{\infty} s_m\left(n - m\left(N + N_{cp}\right)\right) \qquad (3.2)$$

En general, la señal recibida es la suma de la convolución lineal con la respuesta discreta al impulso del canal h(n) y el ruido blanco, gaussiano y aditivo n(n). Se suponen transmisor y receptor perfectamente sincronizados. Basándonos en el hecho de que el Prefijo Cíclico es suficientemente largo para "acomodar" la respuesta al impulso del canal, es decir h(n) = 0 para n<0 y n>N_{pc}-1, podemos escribir:

$$r(n) = \sum_{\eta=0}^{N_{cp}-1} h(\eta)s(n-\eta) + n(n) \qquad (3.3)$$

En el receptor, la secuencia recibida es separada en bloques de longitud ($N+N_{pc}$) de los que se descarta el prefijo cíclico de cada uno de ellos. Así resulta el vector y_m.

El símbolo de datos recibido $\mathbf{r_{k,m}}$ se obtiene aplicando Transformada Discreta de Fourier (DFT) a éste vector $\mathbf{y_{k,m}}$, quedando $\mathbf{r_{k,m}}$:

$$y_{k,m} = \sum_{n=0}^{N-1} r(n) e^{-j2\pi kn/N} \qquad (3.4)$$

Sustituyendo r(n) de la ecuación (3.3) en la ecuación (3.4), ésta se puede escribir:

$$y_{k,m} = \sum_{n=0}^{N-1}\left(\sum_{\eta=0}^{N_{cp}-1} h(\eta)s_m\left(N_{cp}+n-\eta\right)\right)e^{2\pi kn/N} + \sum_{n=0}^{N-1} n(n)e^{j2\pi kn/N} \qquad (3.5)$$

Sustituyendo $s_m(n)$ de la ecuación (3.2), se llega al resultado siguiente:

$$y_{k,m} = \sum_{n=0}^{N-1}\left(\sum_{\eta=0}^{N_{cp}-1} h(\eta)\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} x_{k,m}e^{2\pi k(n-\eta)/N}\right)e^{-j2\pi kn/N} + n_{k,m} \qquad (3.6)$$

donde $n_{k,m} = \sum_{n=0}^{N-1} n(n)e^{-j2\pi kn/N}$ es la muestra k-ésima de n (n). Dado que n(n) es ruido blanco y gaussiano, $n_{k,m}$ también será ruido blanco y gaussiano.

Como h(η) = 0 para todo η > N_{cp}-1, η tomará valores de 0 a N-1 en lugar de 0 a N_{cp}-1. Reordenando y agrupando todas las fórmulas anteriores;

$$y_{k,m} = \underbrace{\sum_{n=0}^{N-1}\left(\underbrace{\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\left(\sum_{\eta=0}^{N-1} h(\eta)e^{-j2\pi kn/N}\right)x_{k,m}e^{j2\pi kn/N}}_{\text{IDFT}}\right)e^{-j2\pi kn/N}}_{\text{DFT}} + n_{k,m} \qquad (3.7)$$

La primera parte de ésta expresión consiste en una operación IDFT "anidada" en una operación DFT. La suma interior es la k-ésima muestra de la transformada DFT de h(n) o h_k. Luego traducimos la ecuación como:

$$y_{k,m} = h_k x_{k,m} + n_{k,m} \qquad (3.8)$$

Esta fórmula demuestra que el símbolo de datos recibido $y_{k,m}$ en cada subportadora k, es igual al símbolo de datos transmitido $x_{k,m}$ multiplicado por el coeficiente h_k correspondiente a ésa frecuencia f_k del canal sumado a la contribución de la transformada del ruido $n_{k,m}$.

Empleando el símbolo $y_{k,m}$ recibido, puede ser estimado el símbolo $x_{k,m}$ utilizando un ecualizador **FEQ** simple. El ecualizador divide cada símbolo $y_{k,m}$ entre su coeficiente correspondiente del canal h_k. El resultado de éste paso es la estimación $\widetilde{x}_{k,m}$.

3.2.2 Intervalo de guarda y extensión cíclica

Una de las mayores ventajas de OFDM es su eficiencia atajando los efectos de retardos del canal multitrayectoria. En la mayoría de aplicaciones de OFDM, se inserta un intervalo de guarda entre los símbolos OFDM para prevenir las interferencias intersímbolo (ISI). Este intervalo de guarda se elige con duración mayor que el máximo retardo de entre todas las subportadoras de forma que las componentes debidas al retardo de un símbolo no interfieran en el siguiente. Consiste normalmente en una ristra de ceros.

Sin embargo, en ese caso, mientras que ISI no afecta, la interferencia interportadora (ICI) puede causar la pérdida de ortogonalidad entre subportadoras. Para anticiparnos al problema ICI, normalmente el símbolo OFDM se extiende cíclicamente en el intervalo de guarda. Así, cualquier réplica directa o retrasada de la señal continuará teniendo un número entero de ciclos. Esto asegura la ortogonalidad de los distintos subcanales siempre que el retardo sea menor al intervalo de guarda elegido.

La extensión cíclica (CE) se implementa como un prefijo cíclico (CP) como se muestra en la figura del símbolo OFDM extendido.

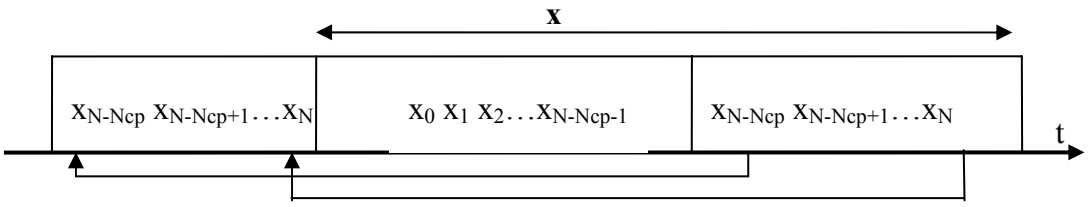


Figura 3.4. Símbolo OFDM tras la introducción del Prefijo Cíclico

Se define la duración del PC (en número de muestras) por el entero Npc, que debe ser mayor que la longitud de la respuesta al impulso del canal para evitar efectivamente ISI e ICI. Se copian y pegan al principio los Ncp últimos bits del símbolo: $x(-1) = x(N-1); x(-2) = x(N-2); ... x(-Ncp) = x(N-Ncp)$.

La energía que se debe transmitir incrementa con la longitud del prefijo cíclico. La pérdida en SNR debida a la inserción del CP es:

$$SNR_{loss} = -10\log_{10}\left(1-\frac{N_{cp}}{N_T}\right) \qquad (3.9)$$

donde N_{cp} es la longitud del prefijo cíclico y $N_T = N_{cp}+N$, siendo N la longitud de un símbolo OFDM.

3.3. Características de un sistema OFDM

3.3.1. Ventajas

- Elevada **eficiencia espectral** al utilizar múltiples portadoras que pueden ser ubicadas en un ancho de banda muy reducido permitiendo así transmitir elevadas tasas de información por segundo y por ancho de banda.
- **Resistencia ante interferencias multitrayecto**: si un determinado rango de frecuencias sufre interferencias severas, dicho rango puede ser deshabilitado para la transmisión.
- Así mismo, como se especifica en el capítulo 4, las **velocidades** superior e inferior **pueden variar** según el empleo de más o menos portadoras en función del propósito de la comunicación.
- **Eliminación** de Interferencias Interportadora (**ICI**) e Intersímbolo (**ISI**) al introducir el Prefijo Cíclico (CP).

- Al emplear una **estructura** IDFT / DFT, hace que ésta sea muy **repetitiva**. Es decir, se prefiere a la complejidad requerida por los filtros cuando se trabaja con sistemas de portadora única.

3.3.2 Inconvenientes

- Son altamente **sensibles al offset** en frecuencia y a los **ruidos de fase**. La presencia de una distorsión no lineal en la cadena de transmisión afectan de manera crítica las prestaciones de estos sistemas imponiendo severos límites a su viabilidad. Por ello, cobran gran importancia los circuitos de sincronización que se estudian en el apartado siguiente.
- Son necesarios intervalos de guarda con prefijo cíclico para garantizar la ortogonalidad de las portadoras. Con el coste en energía que conllevan, empeorando el rendimiento.

3.4. Sincronización en OFDM

Los módems multiportadora requieren de un esquema de sincronización fiable. La transmisión en paralelo de N símbolos, hace que la duración del símbolo sea mayor y consecuentemente sea más sensible al offset. En otras palabras, en transmisión con una portadora, un pequeño desplazamiento en el tiempo crea interferencia entre símbolos, pero no afecta a la ortogonalidad de las formas de onda como ocurre con los sistemas multiportadora.

El offset en frecuencia resulta muy perjudicial en sistemas OFDM, teniendo un papel importante en el diseño del mismo. Así mismo, el ruido de fase resulta especialmente dañino en transmisión sin cable OFDM. Ambos aspectos se pueden ver gráficamente para su mejor comprensión en el apartado 3.4.3.

La transmisión en el aire tiene lugar en el espectro de radiofrecuencia (RF). La primera tarea del receptor será "bajar" la señal recibida de las portadoras a la banda base. A continuación tiene lugar la detección de símbolo. Y una vez que el símbolo es detectado, se estiman el offset de temporización y el offset frecuencial.

En éste apartado, se estudiarán, para empezar, la arquitectura de los sistemas de sincronización. Y a continuación, la sincronización de símbolo, offset en frecuencia, sincronización de trama y offset temporal por este orden, así como distintas estructuras que tratan de optimizar la recepción sincronizada en el receptor.

3.4.1 Arquitectura del sistema de sincronización

Una secuencia de sincronización de un sistema OFDM se muestra en la figura 3.5. Al comienzo de la misma, se requiere un paquete con información temporal acerca del símbolo OFDM. Entonces se realiza una corrección en frecuencia (bloque FEQ de la figura 3.2) con anterioridad al bloque DFT para reducir los efectos de interferencia intercanal. Posteriormente, se implantan dos niveles más de afinamiento y ajuste de offset en tiempo y en frecuencia. En general la corrección en tiempo y en frecuencia de una trama necesitará de muchos recursos hardware y software.

Las técnicas de corrección en tiempo y en frecuencia en OFDM pueden clasificarse en dos categorías: data-aided y técnicas no lineales.

La técnica data-aided utiliza un patrón conocido de bits o señal piloto para estimar el offset frecuencial. Se aplican a muchos sistemas de comunicación digital y en particular a Wireless LAN 802.11a.

Las técnicas no lineales utilizan las características ciclo estacionarias de la señal para extraer el armónico deseado aplicando operaciones no lineales.

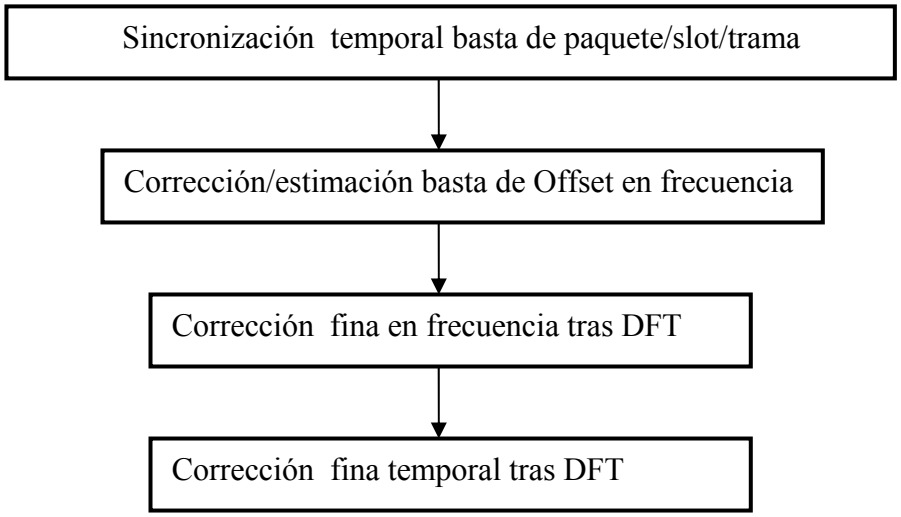


Figura 3.5. Diagrama de bloques de la organización al realizar las estimaciones/correcciones de offset temporal y en frecuencia

3.4.2 Sincronización de símbolo

Las secuencias de bits de entrada son agrupadas en símbolos. A continuación convertidas en formas de onda y enviadas a través del canal físico. Estas señales transmitidas llevan asociados parámetros de referencia temporal, en frecuencia y en fase para detectar símbolo a símbolo la señal transmitida. Para una recepción correcta en el detector, se requieren dichos parámetros.

En el receptor, se procesa la forma de onda recibida y se identifican los límites de cada símbolo OFDM. Si no es así, se produce interferencia entre símbolos. Generalmente, una secuencia-preámbulo conocida por el receptor, se introduce al inicio de cada símbolo y el receptor buscará dicho campo. En el apartado 4.4.2.1 del capítulo 4, se describe con detalle la estructura del campo “Preamble” que lleva a cabo la sincronización de símbolo en el estándar 802.11a.

3.4.3 Estimación del offset en frecuencia

El offset en frecuencia es un factor crítico en el diseño de un sistema OFDM. Puede verse como errores en los instantes en que es muestreada en frecuencia la señal durante la demodulación en el bloque DFT. Tiene dos consecuencias fundamentales que se muestran en la figura siguiente, en que se aprecia cómo la amplitud de la subportadora se reduce (dado que las senoides no se muestrean en su máximo) y aparecen interferencias ICI con la subportadoras adyacentes debido a la pérdida de ortogonalidad.

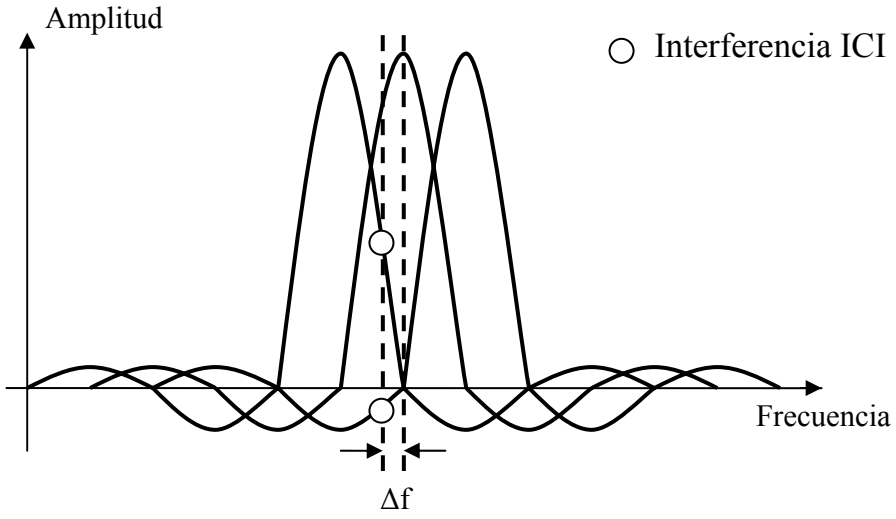


figura 3.6. Espectro en frecuencia de tres subportadoras individuales donde se muestra el efecto de offset en frecuencia

Se debe al mal ajuste de los osciladores en ambos extremos de la comunicación, haciendo que la señal recibida tenga un factor añadido y no deseado $e^{j2\pi\Delta ft}$. Así pues, las subportadoras pueden estar desplazadas en Δf de su posición original. Es decir, el offset en frecuencia provoca una rotación de subportadoras dentro de la constelación de señales utilizada, mayor cuanto más cerca se encuentren de los extremos de la banda de frecuencias. Veamos el efecto del offset frecuencial analíticamente. Una señal OFDM transmitida puede representarse por:

$$x(t) = \sum_{k=-k_1}^{N+k_2+1} \sum_{n=0}^{N-1} D_k e^{j2\pi\frac{nk}{N}} w\left(t - \frac{k}{f_s}\right) \quad , \quad \text{para } \frac{-k_1}{f_s} < t < \frac{N}{f_s} \qquad (3.10)$$

donde $k_{1=Npc}$ es la longitud del pre-fijo del símbolo OFDM de longitud N y w(t) es la función ventana en el dominio del tiempo.

La señal recibida en el receptor y(t) es filtrada y muestreada con una tasa 1/T. Esta señal muestreada a la salida del bloque que realiza la Transformada Discreta de Fourier (DFT), utilizando un canal ideal puede representarse como:

$$y_n = \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c\left(f + \frac{Nk}{T} \right) \right] \otimes TW(fT) \Big|_{f=\frac{\pi}{T}} \tag{3.11}$$

donde $X_c(f)$ es la Transformada de Fourier del equivalente analógico repetido periódicamente de la señal generada por el bloque IFFT del transmisor. El espectro de $X_c(f)$ estará situado en $\pm k/T$ y W(f) es la transformada de Fourier de la ventana w(t).

Asumiendo que la ventana temporal tiene un offset en fase de τ y que dicho offset no cambia durante la transmisión de un símbolo OFDM, la señal recibida en un canal no dispersivo puede simplificarse:

$$y_k = \sum_{n=0}^{N-1} D_n e^{j\varphi} e^{j2\pi \frac{n}{N} f_s t} \Big|_{t=\frac{k+\tau}{f_s}} \tag{3.12}$$

donde φ representa la distorsión de retardo de la envolvente. Tras aplicar Transformada de Fourier en el receptor,

$$\widetilde{D}_m = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} D_n e^{j\pi \frac{n}{N} k} e^{j\left(\varphi + 2\pi \frac{n}{N} \tau\right)} e^{-j2\pi \frac{m}{N} k} = \tag{3.13}$$

$$= \sum_{n=0}^{N-1} D_n e^{j\left(\varphi + 2\pi \frac{n}{N} \tau\right)} \sum_{k=0}^{N-1} e^{-j2\pi \frac{k}{N}(n-m)} =$$

$$= \begin{cases} 0, n \neq m \\ D_m e^{j\left(\varphi + 2\pi \frac{n}{N} \tau\right)}, n = m \end{cases}$$

Queda demostrado que la distorsión de retardo no afecta la ortogonalidad de las subportadoras (da lugar a la misma rotación de la constelación para cada una de ellas) y el efecto del offset en frecuencia es una rotación de la constelación que cambia linealmente con la fase de las subportadoras. De forma más general, puede demostrarse

que empleando un filtro de roll-off α y en presencia de un canal dispersivo de respuesta al impulso h(t), los datos detectados se encuentran atenuados y rotados en fase;

$$\widetilde{D}_m = \gamma_m(\tau) D_m \tag{3.14}$$

donde (3.15)

$$\gamma_m(\tau) = \begin{cases} H\left(\frac{m}{NT}\right) e^{j2\pi \frac{m}{NT}\tau}, 0 \le \frac{m}{N} \le \frac{1-\alpha}{2} \\ H\left(\frac{m}{NT}\right) e^{j2\pi \frac{m}{NT}\tau} + H\left(\frac{m-n}{NT}\right) e^{j2\pi \frac{m-N}{NT}\tau}, \frac{1-\alpha}{2} \le \frac{m}{N} \le \frac{1+\alpha}{2} \\ H\left(\frac{m-n}{NT}\right) e^{j2\pi \frac{m-N}{NT}\tau}, \frac{1+\alpha}{2} \le \frac{m}{N} \le 1 \end{cases}$$

y H(m/NT) es la Transformada de Fourier de h(t) en la frecuencia m/NT.

En un canal no dispersivo con pulso rectangular, la interferencia causada por el offset en frecuencia puede llegar a ser muy limitadora. La señal muestreada es;

$$y_k = \sum_{n=0}^{N-1} D_k e^{j2\pi\left(\frac{n}{N} f_s + \delta f\right)}\Big|_{t=\frac{k}{f_s}} = \tag{3.16}$$

$$= \sum_{n=0}^{N-1} D_k e^{j2\pi\left(\frac{n}{N_s} + \frac{\delta f}{f_s}\right)k}$$

Tras DFT tenemos:

$$\widetilde{D}_m = D_m \left(\frac{e^{j2\pi\Delta f} - 1}{e^{j2\pi \frac{\Delta f}{N}} - 1} \right) + \sum_{n=0}^{N-1} D_n \sum_{k=0}^{N-1} e^{j2\pi \frac{k}{N}(n-m+\Delta f)} + N_m \tag{3.17}$$

donde $\Delta f = \frac{n\delta f}{f_s}$ es la desviación relativa en frecuencia. Como queda patente en esta ecuación, además de atenuación de la señal deseada, hay interferencias entre varios símbolos de diferentes subportadoras. Este efecto da lugar a una ICI significativa y es uno de los efectos más nocivos en el diseño de sistemas OFDM.

Una elección adecuada de la **ventana** tiene un impacto significativo en la sensibilidad del receptor al offset en frecuencia. Una técnica de diseño razonable consiste en optimizar ICI eligiendo un offset en frecuencia aceptable y la ventada apropiada.

Para ello, la función ventana $w_n = w(t)\big|_{t=nT}$ debe estar definida de tal forma que los cruces por cero de su Transformada de Fourier sean múltiplos de la frecuencia de símbolo;

$$W_m = W(w)\big|_{w=2\pi m f_s = \delta_m} \tag{3.18}$$

Una función *sinc* de la forma:

$$\frac{\sin(wn)}{wn} \times g(n)$$

verifica que para cualquier función diferenciable, g(n) satisface la condición de la ecuación (3.18). Otra propiedad interesante de la función sinc es su baja tasa de cambios en las proximidades de los puntos de muestreo en frecuencia. Una elección muy común es la del coseno alzado en el tiempo.

$$w_{rc}(t) = \begin{cases} T, 0 \le |t| \le \dfrac{1-\beta}{2T} \\ \dfrac{\sin(\pi m)}{\pi m} \times \dfrac{\cos(\beta \pi m)}{1 - 4\beta^2 \dfrac{t^2}{T^2}}, \dfrac{1-\beta}{2T} \le |t| \le \dfrac{1+\beta}{2T} \\ 0, e.o.c. \end{cases} \tag{3.19}$$

donde β es el factor roll-off de la forma del pulso en el dominio del tiempo. Un mayor factor roll-off requerirá una extensión cíclica de mayor longitud que consume por tanto un mayor ancho de banda.

Analíticamente, la presencia de offset frecuencial de portadora para un canal AWGN da lugar a una degradación en la BER (tasa de error de bit). Se define el offset frecuencial relativo normalizado por el espacio entre subcanales como:

$$\Delta F = \frac{\Delta f}{W/N} \tag{3.20}$$

donde Δf es el offset frecuencial, N el número de subportadoras y W el ancho de banda de la señal OFDM. La degradación D (dB) que sufre la SNR puede aproximarse por:

$$D(dB) \approx \frac{10}{3\ln 10}(\pi \Delta F)^2 \frac{E_s}{N_0} = \frac{10}{3\ln 10}\left(\pi \frac{\Delta f N}{W}\right)^2 \frac{E_s}{N_0} \tag{3.21}$$

Se observa cómo D aumenta con el cuadrado del número de canales si mantenemos el ancho de banda y el offset de fase constantes.

Existen dos esquemas posibles de sincronización de portadora: algoritmos basados en el uso de pilotos y aprovechamiento de las características de prefijo cíclico.

En los algoritmos basados en el uso de pilotos, algunas portadoras se utilizan para la transmisión de símbolos conocidos. Así se pueden estimar las rotaciones de fase que tienen una correspondencia directa con el offset frecuencial. Éste es el caso del estándar 802.11a, que reserva cuatro portadoras de las cincuenta y dos para éste fin.

Las técnicas basadas en el Prefijo Cíclico, utilizan la redundancia introducida para crear una función que alcanza su máximo en el instante de offset nulo o utilizando estimación de máxima verosimilitud.

3.4.4 Estimación del offset temporal y sincronización de trama

Para la estimación de trama, una secuencia piloto o de entrenamiento debe ser transmitida con los datos. Se podrá medir la diferencia de fase enviando la secuencia de entrenamiento en cada bloque y midiendo la diferencia de fase entre ellas. Este patrón

se repetirá para todas ellas. La aproximación resultante es fiable dado que los ruidos aditivos son distintos en cada una de ellas y la convergencia de la estimación muy rápida.

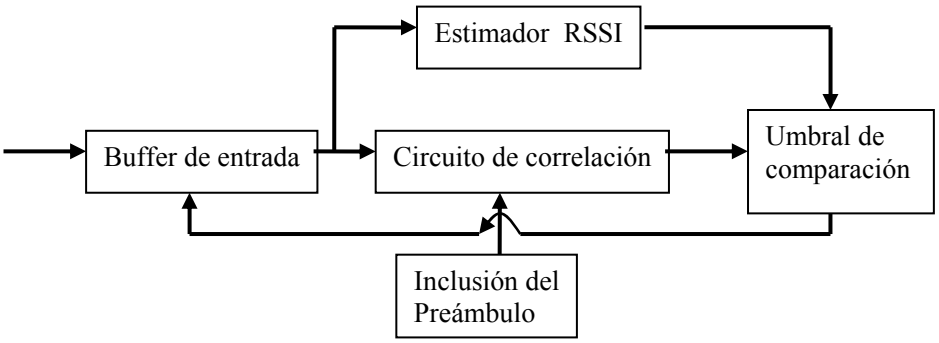


Figura 3.7. Diagrama de bloques de la sincronización de trama

Dado que el offset temporal no afecta a la ortogonalidad de los símbolos, éste puede compensarse tras el bloque DFT en el receptor. El efecto del offset temporal como se aprecia en la ecuación (3.8), es una rotación que incrementa linealmente con el orden de la subportadora.

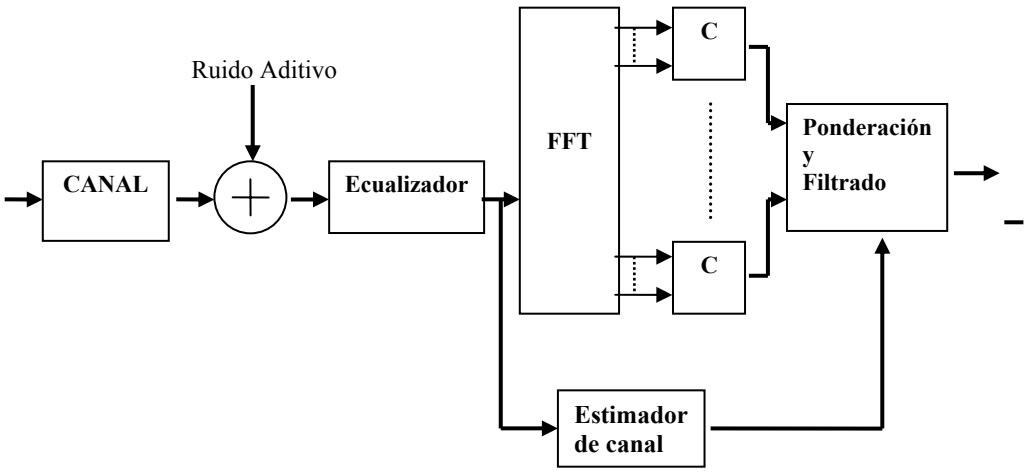


Figura 3.8. Estimador del offset temporal

Es interesante resaltar la relación entre la sincronización temporal y en frecuencia. La sincronización frecuencial, puede simplificarse disminuyendo el número de subcanales que se utilizan en el sistema OFDM, aumentando el espacio entre ellos. Esto dificulta la sincronización temporal dado que al disminuir N, disminuye también la longitud de los símbolos.

Ambas sincronizaciones se encuentran relacionadas por la siguiente relación matemática:

$$\Delta f_c \, {}^{N}\!/_{W} = 1 \qquad (3.22)$$

Donde

Δf_c es la banda frecuencial que separa las portadoras

N es el número de subportadoras en el canal

W es el ancho de banda total del canal

3.5. Ecualización

La gran ventaja de los sistemas multiportadora es su robustez frente a interferencias: la mayor duración de los símbolos OFDM provoca inmunidad contra retardos multitrayecto e interferencias intersímbolo (ISI). Siempre que la dispersión del canal no tenga mayor longitud que el intervalo de guarda del símbolo OFDM, las características del sistema no se degradarán por ISI y no se requerirá ecualización en el dominio del tiempo.

Sin embargo, en caso de trabajar con canales con elevadas tasas de datos, un ecualizador temporal es inviable. En estos casos, el propósito de la ecualización no es terminar completamente con las interferencias sino restringirlas a límites tolerables.

En los ecualizadores en el dominio de la frecuencia, la ausencia ya de interferencias, se utiliza para compensar la ganancia compleja del canal en la frecuencia de cada subportadora.

En éste apartado, se repasan ambas formas de ecualización. En las simulaciones que se van a realizar, al emplear sistema multiportadora, se incluye también un

ecualizador en frecuencia. Es una gran ventaja al utilizar sistemas OFDM: ecualizar en frecuencia significa simplemente dividir el coeficiente de cada subportadora entre el correspondiente coeficiente en frecuencia del canal.

3.5.1 Ecualización en el dominio del tiempo

Los ecualizadores en el dominio del tiempo para sistemas multiportadora, se basan en un tipo de ecualizador denominado de decisión "*feedback*" o retroalimentado.

Un ecualizador *feedback* está formado como se muestra en la figura 3.9, por un bucle retroalimentado, un filtro ajustado, un filtro "*forward*" o hacia delante, un filtro "*backward*" o hacia atrás y un cuantizador.

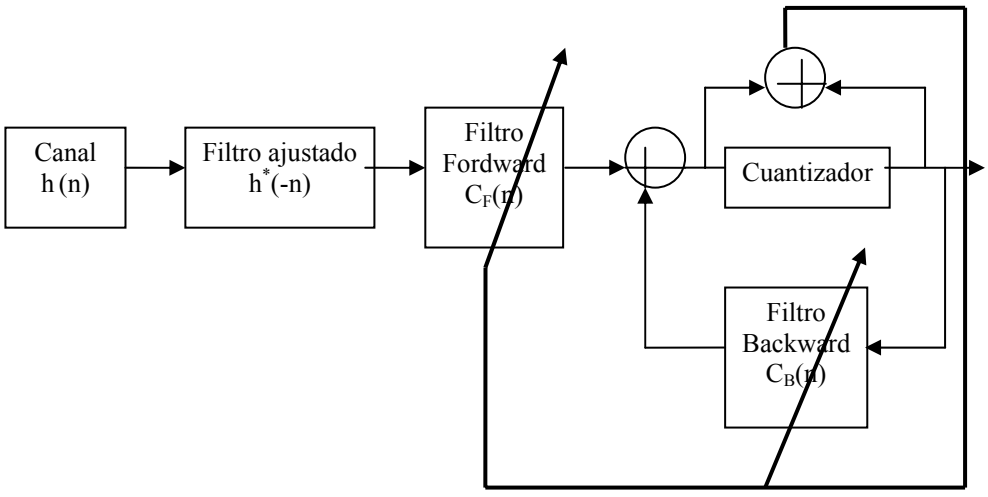


Figura 3.9. Ecualizador de decisión feedback

Normalmente, los filtros ajustado y hacia delante irán integrados en un mismo bloque.

Nos centraremos en el ecualizador MSE o de mínimos cuadrados. En este caso, el filtro fordward $C_F(n)$ servirá para "blanquear" el ruido. Es decir, minimizará la interferencia intersímbolo y la potencia de ruido a la entrada del cuantizador. El filtro

backward $C_B(n)$ elimina la interferencia debida a los símbolos previos, luego $1 + C_B(n)$ debe ser un filtro causal. Así pues, la salida debe tener solamente interferencia debida a los símbolos posteriores. Y al tratarse de un bucle retroalimentado, éstas también serán, a su vez, eliminadas.

h(n) es la respuesta al impulso del canal y h(n) es la respuesta impulsiva del filtro ajustado.

$$h(n) * h^*(-n) * C_F(n) = 1 + C_B(n) \tag{3.22}$$

Por otra parte, la varianza del ruido a la salida del filtro ajustado, que es la que debe eliminar el filtro *fordward* es:

$$\sigma^2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} S_h\left(e^{jwt}\right) dw \tag{3.23}$$

donde $S_h(w)$ es espectro densidad de potencia de la respuesta impulsiva del canal. Si rescribimos la ecuación x en el dominio de la frecuencia:

$$C_F(z) = \frac{1 + C_B(z)}{H(z) H^{*-1}\left(z^{-1}\right)} \tag{3.24}$$

Por último, para "blanquear" un proceso estocástico con espectro $\sigma^2 S_h(z)$, se debe satisfacer la ecuación siguiente:

$$\sigma^2 S_h(z) \frac{1 + C_B(z)}{H(z) H^{*-1}\left(z^{-1}\right)} \frac{1 + C_B^*\left(z^{*-1}\right)}{H^*\left(z^{*-1}\right) H(z)} = \sigma_{DFE}^2 \tag{3.25}$$

donde σ_{DFE}^2 es el espectro de potencia del filtro *fordward*. FE-DFE (*Frequency Domain Feedfordward Filter*) es un filtro normalmente utilizado para trabajar en modulaciones con una sóla portadora y que realiza las estimaciones "hacia delante" en el dominio de la frecuencia.

3.5.2. Ecualización en el dominio de la frecuencia

Una vez que nos aseguramos de que la ortogonalidad de las subportadoras se mantiene gracias a la inclusión del Prefijo Cíclico y a la ecualización en el dominio del tiempo, entonces la ecualización en el dominio de la frecuencia es un proceso muy simple. Ésta es una de las ventajas clave de trabajar con sistemas OFDM.

Tras la demodulación, las subportadoras se ven sometidas a distintas atenuaciones en amplitud y desplazamientos en fase, pero no existe relación entre ambas. Así, la ecualización en el dominio de la frecuencia consiste en el ajuste por separado de ganancia y fase o equivalentemente en el ajuste individual de las regiones de decisión. En el caso en que la constelación consiste en puntos de igual amplitud, como PSK, la ecualización es aún más simple ya que sólo la fase necesita ser corregida para cada subportadora. La amplitud no tiene efecto en las decisiones.

En la figura siguiente, se presenta el diagrama simplificado del emplazamiento del ecualizador frecuencial. Consiste en un equipo de multiplicadores complejos $\{A_k\}$, uno por cada subportadora.

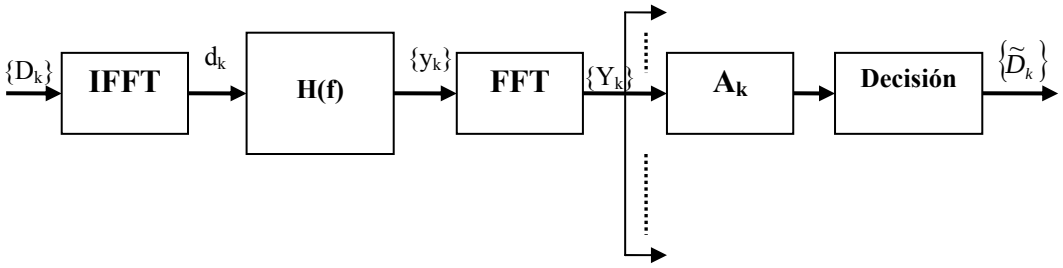


Figura 3.10. Sistema OFDM con ecualización en el dominio de la frecuencia

La función de transferencia del canal H(f) en la figura, incluye el canal, los filtros de transmisión y recepción y cualquier ecualizador en el dominio del tiempo si lo hubiese. En el análisis siguiente se supone que ambas amplitud y fase necesitan ser corregidas, y la ecualización consiste en multiplicar cada componente ya demodulada por una cantidad tal que se utilice un conjunto de regiones de decisión fijo y definido.

La señal presentada al demodulador es:

$$y(t) = \sum_{n=0}^{N-1} d_n h\left(t - n\frac{T}{N}\right) \tag{3.26}$$

La k-ésima salida del demodulador es, por tanto:

$$Y_K(f) = D_k H_k \quad , \text{k} = 0, 1, \ldots, \text{N-1} \tag{3.27}$$

donde H_k son muestras de H(f)

$$H_k = h\left(\frac{k}{T}\right) \tag{3.28}$$

Cada salida es igual al símbolo de datos en la entrada multiplicada por una cantidad compleja que difiere para cada salida.

Ésta aproximación es óptima bajo condiciones de elevada Relación Señal a Ruido (SNR). Además, produce la mínima probabilidad de error y es un estimador no sesgado. De la entrada de datos D_k.

Sin embargo, si el criterio para optimizar es el LMS (Least Mean Square) de los mínimos cuadrados, entonces los multiplicadores óptimos serán:

$$A_k = \frac{1}{H_k}\frac{1}{1 + \dfrac{\sigma_k^2}{|D_k H_k|^2}} \tag{3.29}$$

donde σ_k es la potencia del ruido de la subportadora demodulada.

Este valor de A_k produce un estimador sesgado y no minimiza la probabilidad de error.

Como característica práctica de implementación, para constelaciones con varias amplitudes, es deseable tener una “parrilla fija” de regiones de decisión. Así, los $\{A_k\}$ pueden estar escalados en amplitud de forma que la separación de los puntos de la constelación es siempre constante.

En principio, la ecualización en el dominio de la frecuencia en caso de que la ortogonalidad de los símbolos OFDM se haya perdido debido a interferencias interportadora es viable. Pero en éste caso, en lugar de emplear un multiplicador por subcanal, se requiere una matriz de multiplicación. Conllevará una gran carga computacional, en comparación con el caso estudiado.

Durante la inicialización del sistema, señales periódicas de test serán empleadas repetidas veces para adaptar el ecualizador frecuencial. Las salidas del demodulador son promediadas tras varios períodos para minimizar los efectos del ruido y los recíprocos de dichos valores medidos se utilizan en los multiplicadores.

El algoritmo LMS que se muestra a continuación y que trabaja con una sola variable, adapta los valores dados por la ecuación (1).

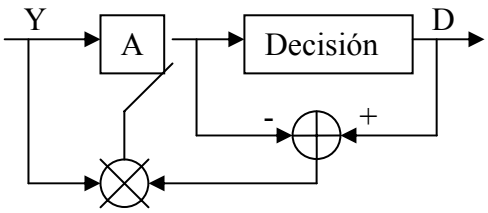


Fig 3.11. Adaptación LMS de un ecualizador frecuencial

3.6. Simulaciones

Las simulaciones que se realizan a continuación constituyen un proceso para llegar a entender bien el funcionamiento de OFDM partiendo del sistema más simple de comunicación digital que existe y añadiendo pasos hasta llegar al modulador OFDM como tal. Las simulaciones son realizadas empleando el programa Matlab 7.0 y el código de las funciones más importantes se encuentra en anexo.

Nota.-Con objeto de facilitar la comprensión del código que realizará las simulaciones, se introducen los siguientes índices que preceden a las variables y su significado.

n_variable: número

v_variable: vector

m_variable: matriz

3.6.1. Modelos de canal empleados

Un modelo de canal es la representación matemática de las características de transferencia del medio físico. El modelo de canal utilizado está formado por un filtro lineal e invariante en el tiempo y el ruido gaussiano y aditivo como muestra la figura x.x.

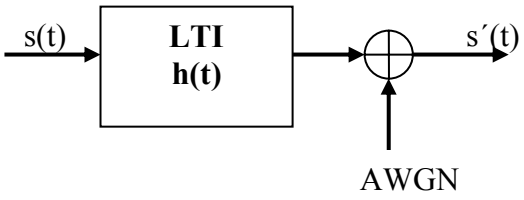


Figura 3.12. Modelo de canal empleado en las simulaciones

CANAL IDEAL

Un canal ideal, es aquel en que tan sólo llega al receptor el rayo directo sin retardo, es decir, h(t)=δ(t). De ésta forma, la transmisión de los símbolos sólo se ve afectada el ruido blanco y gaussiano.

En las simulaciones, se define como**: v_canal_ideal**=[1]

CANAL MULTITRAYECTO

El canal multitrayecto se caracteriza por estar formado por múltiples rayos que llegarán al receptor atenuados y con determinado retardo respecto al rayo directo. La fórmula 3.30 muestra un canal multitrayecto general:

$$h(n) = \sum_{n=0}^{N} A_n \delta(t - \tau_n) \qquad 0<n<N \tag{3.30}$$

De ésta forma, la señal llegará al receptor en forma de superposición de múltiples réplicas retardadas y atenuadas.

El canal multitrayecto empleado en las simulaciones, es un canal multitrayecto real que se denomina CE-BEM (Complex Exponential-Basis Expansion Model) y que se caracteriza porque la variación en el tiempo de cada tap se expresa como la superposición de un número fijo de funciones base que son, en este caso, funciones exponenciales. Se define como:

v_canal_mult=[1 0 0 0 0 1/exp(1) 0 0 0 0 1/exp(2)]

Así, la señal en el receptor será:

$$y(n) = x(t) + \frac{1}{\exp(1)} x(t - \tau_1) + \frac{1}{\exp(2)} x(t - \tau 2) \tag{3.30}$$

Los valores que tomen los retardos τ_1 y τ_2 dependerán de la duración de cada tap. Es decir, τ_1=5* τ_{TAP} y τ_2=10* τ_{TAP}. Y la duración de cada tap dependerá del régimen binario y de la codificación con que supongamos que estamos trabajando.

Nota.-Un tap es un símbolo de la codificación (un símbolo BPSK, QPSK, 16QAM o 64QAM).

Por ejemplo, si suponemos codificación BPSK: R_b=2Mbps, entonces T_b=0.5μs.

$T_{symBPSK}$= $\tau_{TAP\text{-}BPSK}$=0.5 μs

Y si se supone modulación QPSK: R_b=2Mbps, entonces T_b=0.5μs.

$T_{symQPSK}$= $\tau_{TAP\text{-}QPSK}$=0.5 μs*2=1 μs

3.6.2. Sistema básico con una única portadora

El sistema de comunicación digital más elemental que existe, se muestra en la figura 3.13. Se parte del estudio de éste sistema que, además será el que menos recursos requiera debido a su sencillez.

Se realizan varias suposiciones al implementar el sistema con objeto de facilitar su comprensión. El sistema es banda base por su analogía con señales paso de banda y para mayor facilidad al implementar a continuación el código en matlab. Además, partimos de una fuente de información digital, es decir, se quieren transmitir bits que tomarán el valor 0 y 1 de forma aleatoria y con la misma probabilidad. En caso contrario, si trabajásemos partiendo de señales analógicas, incluiríamos previamente en el esquema del sistema un codificador de fuente (muestreador, cuantizador y codificador).

- Esquema del sistema

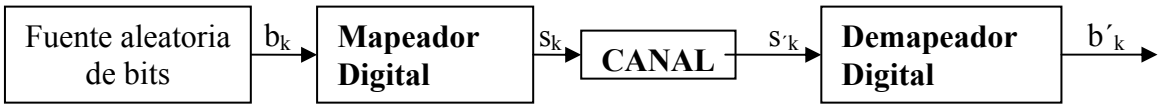


Figura 3.13. Sistema de comunicación digital con una única portadora

El sistema propuesto está compuesto básicamente por mapeador (transmisor) y demapeador (receptor). Ambos mapeador y demapeador digital pueden implementarse empleando distintas técnicas (BPSK, QPSK, 16QAM, 64QAM) en función de las características que quieran conseguirse en transmisión. En general, se lleva a cabo un compromiso entre velocidad de datos R_b y probabilidad de error de bit (ber).

Nota.- En éste documento se habla indistintamente de codificador y maleador para la función que realiza la conversión de bits a símbolos BPSK, QPSK, 16QAM o 64QAM.

A continuación se propone el esquema de codificador QPSK que, en la práctica es siempre el que optimiza ambos.

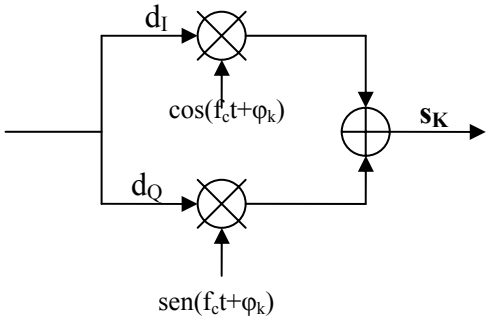


Figura 3.14. Codificador QPSK

Para facilitar los cálculos, trabajaremos en banda base, tomando así los símbolos QPSK los siguientes valores:

	φ_k	s_k	símbolo QPSK
s_1	45º	00	0.7071+0.7071j
s_2	135º	01	-0.7071+0.7071j
s_3	225º	10	-0.7071-0.7071j
s_4	315º	11	0.7071-0.7071j

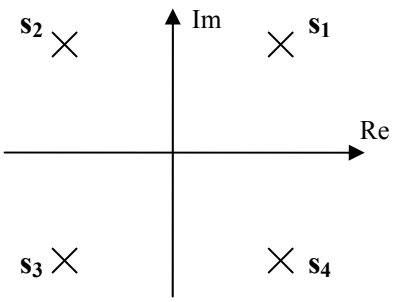


Figura 3.15 Tabla con mapeo de los símbolos y constelación QPSK

- Implementación en Matlab

La función que implementa éste sistema en Matlab es **sist_basico.m** (en anexo).

Toma como entradas:

- **n_max_sim** es el número de símbolos de la constelación que se van a utilizar para, aplicando el método Montecarlo, estimar la probabilidad de error de bit con una S/N determinada. Al final, se dividirá la tasa media obtenida entre n_max_sim. Cuanto mayor sea n_max_sim, más convergerá la curva.
- **n_EbNo_dB** es la relación S/N en dB para la cual se está estudiando la ber en los n_max_sim símbolos
- **n_cod_tipo** es el tipo de codificación empleado.
  - 1: modulación BPSK
  - 2: modulación QPSK
  - 4: modulación 16-QAM
  - 6: modulación 64-QAM
- **v_canal**: canal utilizado por el sistema. Al ser ideal, v_canal=[1].

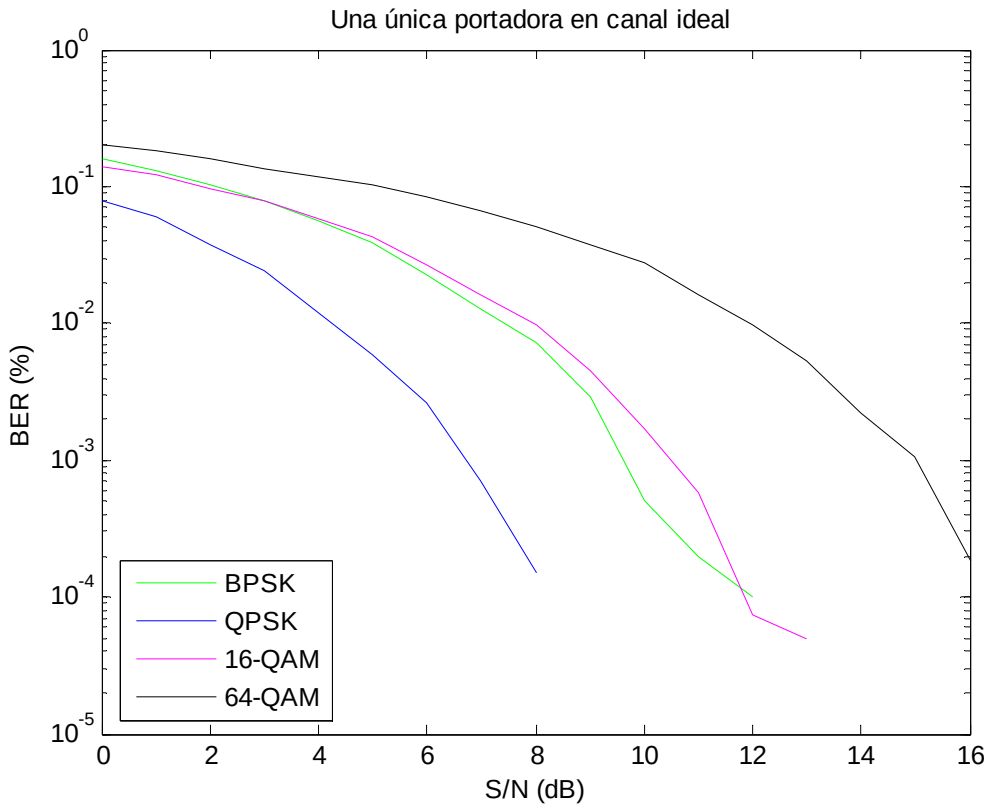
La función sist_basico.m llama a las funciones **mapeador.m** y **demapeador.m**, que se encargarán de codificar y decodificar los datos respectivamente empleando la constelación que señale **n_cod_tipo**. Así mismo, los archivos **ENC2.mat**, **ENC4.mat**, **ENC16.mat** y **ENC64.mat** contienen la correspondencia entre bits-símbolo de cada modulación.

La salida es **n_ber**, la tasa de error de bit para la relación S/N n_EbNo_dB al estimarla en n_max_sim símbolos de la constelación.

- Resultados

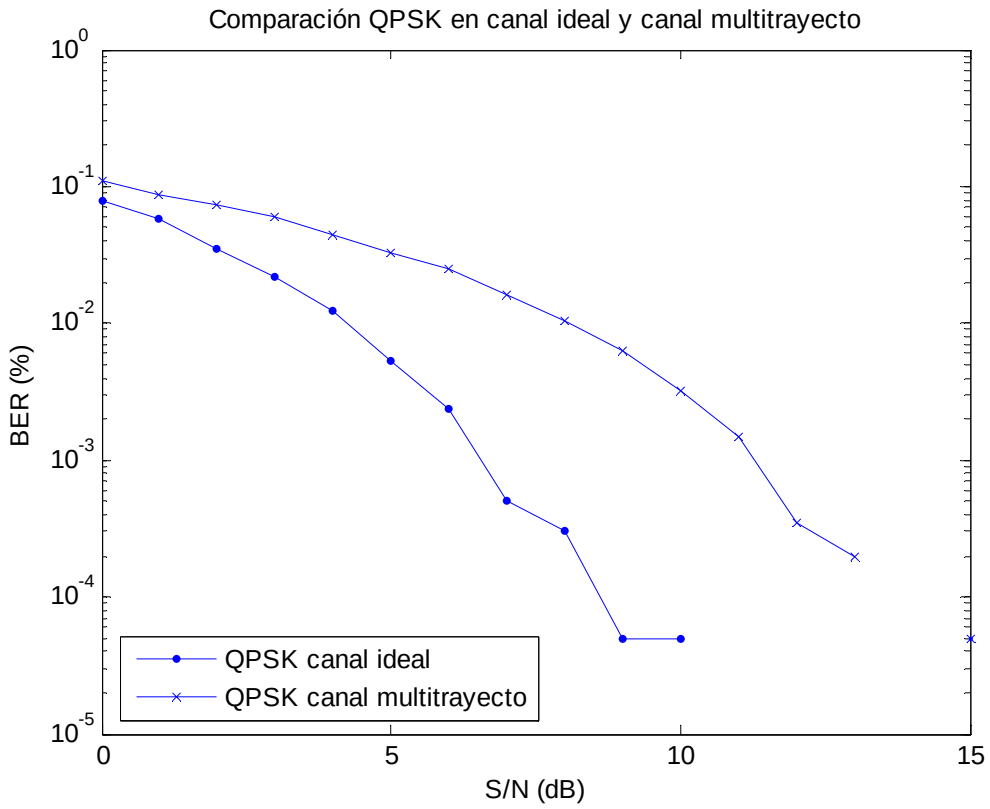
Aunque sólo se ha visto con mayor detalle en qué consiste una modulación QPSK, las simulaciones se han realizado tanto empleando modulación QPSK, BPSK, 16-QAM y 64-QAM.

La simulación 1, es una gráfica que muestra los resultados de tasa de error de bit (%) frente a relación S/N en dB. Para tener una buena estimación, se han empleado 10^4 símbolos de cada modulación para cada S/N.



Simulación 1. Una única portadora en canal ideal

La simulación 2 muestra el efecto en una modulación QPSK al emplear el canal multitrayecto canal_mult propuesto en el apartado 3.6.1 en un sistema de comunicación básico. Vemos cómo se degradan las características de transmisión. Es por esto y debido a que en la práctica los canales sin cable son multitrayecto, que se plantea la forma de mejorar el esquema utilizado.



Simulación 2. Degradación de la transmisión al incluir múltiples trayectos

3.6.3. Sistema básico multiportadora

A continuación, se plantea la posibilidad de dividir el espectro en frecuencia en distintas frecuencias y emplear un ecualizador. Es decir, de modular en frecuencia, pues el hecho de dividir el espectro en frecuencia para enviar los datos (capítulo 2) con distintas portadoras, aporta los beneficios citados.

- Esquema del sistema

En el apartado 3.7.2, utilizábamos codificación QPSK. Pero en realidad se utiliza una única portadora. Luego según el estudio realizado en el capítulo 2, no puede hablarse verdaderamente de modulación, sino de mapeo de lo símbolos.

Ahora va a utilizarse el esquema de codificación QPSK pero repetido para 4 portadoras. Es decir, algunos símbolos irán codificados empleando codificación QPSK con la portadora f_{c1}, otros con f_{c2}, f_{c3} y f_{c4} como muestra el esquema de la figura 3.16.

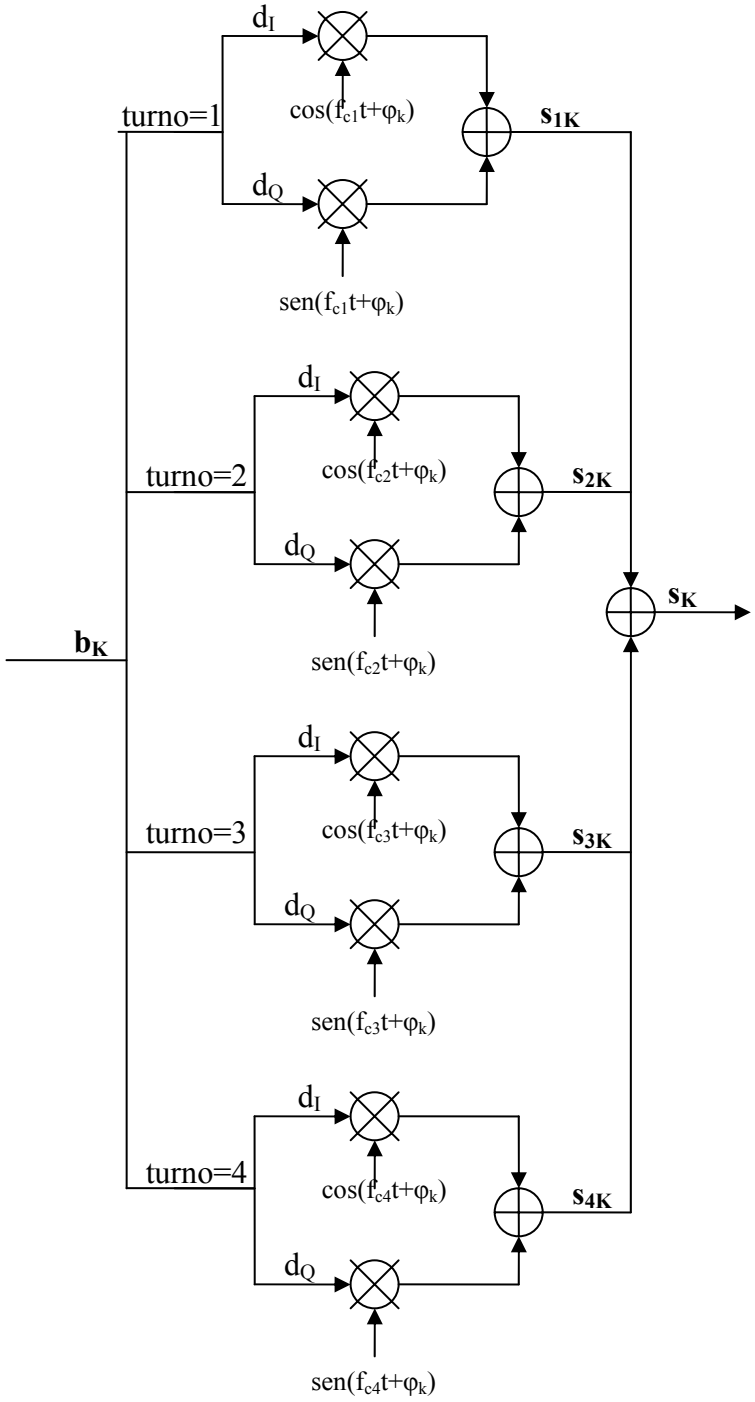


Figura 3.16. Modulador multiportadora

- Implementación en Matlab

La función que implementa éste sistema en Matlab es **sist_multiportadora.m** (en anexo). Este sistema sí será un modulador propiamente dicho puesto que está "situando" los símbolos a distintas frecuencias.

Toma como entradas:

- **n_max_sim**
- **n_EbNo_dB**
- **v_canal**

La función sist_multiportadora.m llama a las funciones **modulador.m** y **demodulador.m**, que se encargarán de modular y demodular los datos respectivamente empleando una codificación QPSK. La diferencia con el sistema básico QPSK es que ahora se van a utilizar varias frecuencias portadoras (4 en este caso), según el valor de la variable turno en cada caso. Turno tomará los valores turno=1, 2, 3, 4 en función de que la frecuencia portadora que vaya a utilizarse para modular el símbolo s_k sea f_{c1}, f_{c2}, f_{c3} o f_{c4}.

Para la simulación 3, se han tomado los siguientes valores:

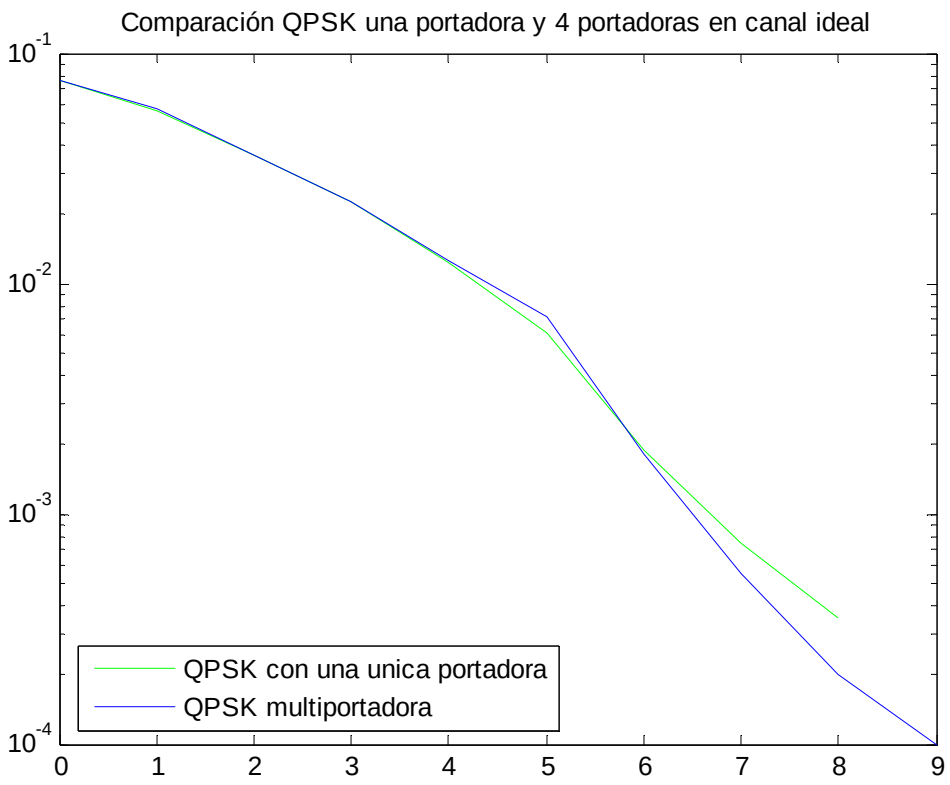
f_{c1}=0 rad, f_{c2}=π/16 rad, f_{c3}=π/8 rad, f_{c4}=π/4 rad

Luego estamos trabajando en la banda entre 0 y 2π rad, en banda base.

La salida es **n_ber.**

- Resultados

En la simulación 3, se realiza una comparación entre el sistema básico construido en el apartado 3.7.3 y el sistema multiportadora de éste apartado. Se emplea canal ideal v_canal_ideal y simulación Montecarlo con n_max_sim=10^4 símbolos QPSK de entrada.



Simulación 3. Comparación entre sistema básico-sistema multiportadora

3.6.4. Modulador OFDM

En los capítulos 1 y 2, se muestran los beneficios que supone emplear un sistema multiportadora. Sin embargo, al realizar las simulaciones, se comprueba que el resultado es el mismo. Y además:

- Al emplear varias frecuencias portadoras, necesitamos un oscilador conectado a dichas frecuencias, lo cual hace el sistema más costoso.
- El ancho de banda es mayor (aproximadamente el doble) si se intentan evitar los solapamientos.

Tal y como se ha planteado, los sistemas multiportadora no sólo no introducen mejoras sino que suponen inconvenientes. Un sistema multiportadora OFDM se diseña de forma que estos dos inconvenientes planteados no afecten.

En 1971 Weinstein y Ebert proponen por primera vez la transformada FFT como una forma de modular la señal. Porque **OFDM** no es más que una **modulación multiportadora** en que el papel de modular, de colocar los símbolos en frecuencias distintas, lo realiza la transformada DFT.

- Esquema del sistema

El diagrama de bloques básico de un sistema OFDM es el siguiente:

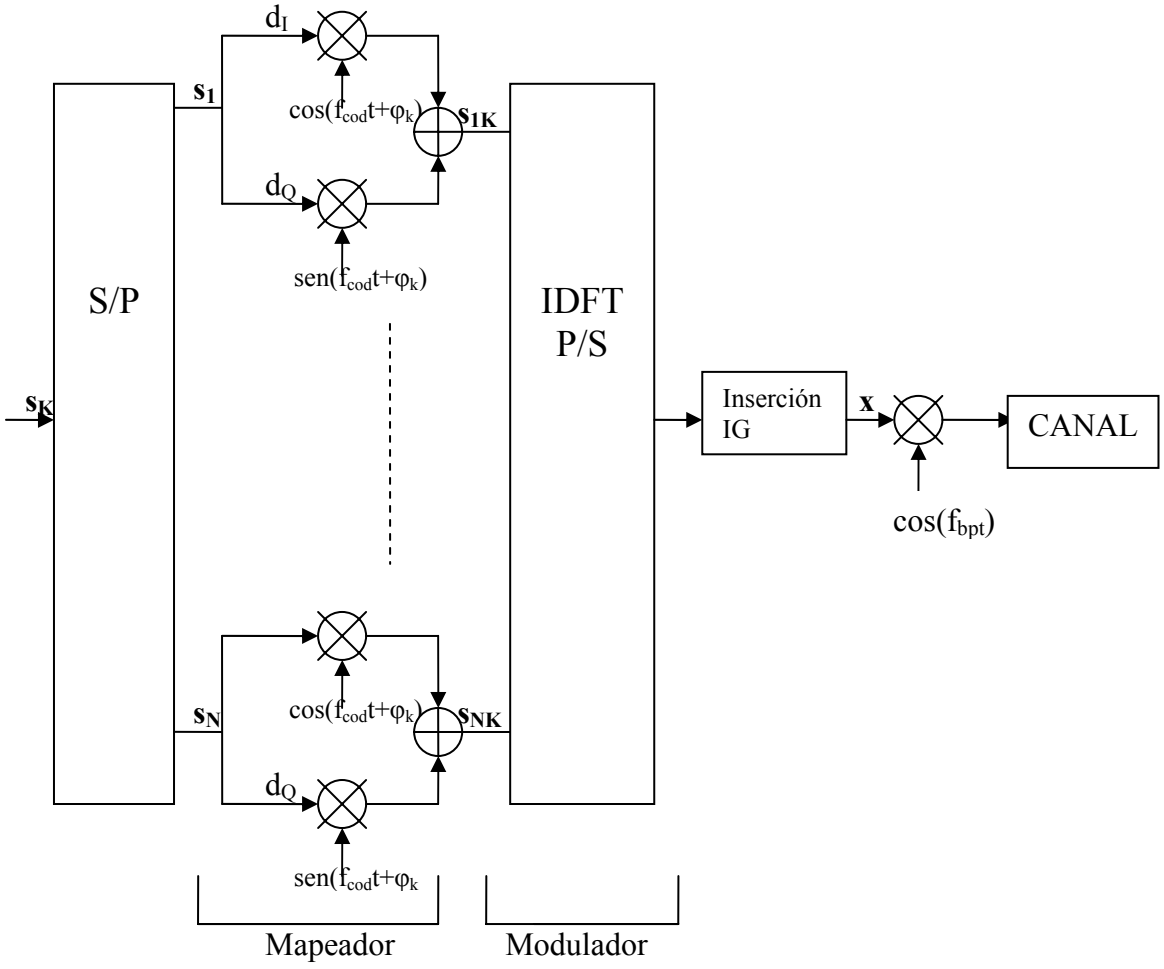


Figura 3.17. Esquema del transmisor OFDM

El receptor es análogo al transmisor.

$s_1, s_2, \ldots. s_N$ son N símbolos binarios

$s_{1k}, s_{2k}, \ldots. s_{Nk}$ son N símbolos codificados empleando codificación QPSK (por ejemplo).

$\bar{x}$ es un símbolo OFDM constituido por N símbolos QPSK modulados empleando la Transformada IDFT.

Básicamente el funcionamiento del transmisor es el siguiente: irá tomando los bits de entrada para formar N símbolos de la codificación en el mapeador. A éstos N símbolos se les realiza la Transformada IDFT de N puntos quedando formado el primer símbolo OFDM y se envían al canal. A continuación se realiza este proceso para los N símbolos siguientes. Y así sucesivamente.

A continuación se demuestra cómo efectivamente, al aplicar IDFT a una señal, la estamos modulando en frecuencia.

La transformada IDFT se define como:

$$x(n) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{j2\pi k\frac{n}{N}} \qquad \text{n =0,….,N-1}$$

Y a su vez, ésta expresión podemos escribirla:

$$x(n) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X(k)\left[\cos(2\pi k\frac{n}{N}) + jsen(2\pi k\frac{n}{N})\right] \quad \text{n =0,….,N-1}$$

Como se ve, la señal x(n) es el resultado de modular X(k) con N subportadoras. Para que resulte más claro, se desarrollan a continuación algunas de las muestras de x(n) suponiendo que N=64 (como es el caso de la norma WLAN 802.11a). Con un número distinto de subportadoras, el desarrollo sería análogo.

$$x(0) = \frac{1}{64}\sum_{k=0}^{63} X(k)$$

$$x(1) = \frac{1}{64}\sum_{k=0}^{63} X(k)\left[\cos(2\pi k\frac{1}{64}) + jsen(2\pi k\frac{1}{64})\right] = \frac{X(0)}{64}[1+j] + \frac{X(1)}{64}\left[\cos\left(\frac{2\pi}{64}\right) + jsen\left(\frac{2\pi}{64}\right)\right] +$$

$$+ \frac{X(2)}{64}\left[\cos\left(\frac{4\pi}{64}\right) + jsen\left(\frac{4\pi}{64}\right)\right] + \ldots.. + \frac{X(63)}{64}\left[\cos\left(\frac{126\pi}{64}\right) + jsen\left(\frac{126\pi}{64}\right)\right]$$

$$x(2)=\frac{1}{64}\sum_{k=0}^{63}X(k)\left[\cos(2\pi k\frac{2}{64})+jsen(2\pi k\frac{2}{64})\right]=\frac{X(0)}{64}[1+j]+\frac{X(1)}{64}\left[\cos\left(\frac{4\pi}{64}\right)+jsen\left(\frac{4\pi}{64}\right)\right]$$
$$+\frac{X(2)}{64}\left[\cos\left(\frac{8\pi}{64}\right)+jsen\left(\frac{8\pi}{64}\right)\right]+.....+\frac{X(63)}{64}\left[\cos\left(\frac{252\pi}{64}\right)+jsen\left(\frac{252\pi}{64}\right)\right]$$

….

$$x(62)=\frac{1}{64}\sum_{k=0}^{63}X(k)\left[\cos(2\pi k\frac{62}{64})+jsen(2\pi k\frac{62}{64})\right]=\frac{X(0)}{64}[1+j]+\frac{X(1)}{64}\left[\cos\left(\frac{124\pi}{64}\right)+jsen\left(\frac{124\pi}{64}\right)\right]$$
$$+\frac{X(2)}{64}\left[\cos\left(\frac{248\pi}{64}\right)+jsen\left(\frac{248\pi}{64}\right)\right]+.....+\frac{X(63)}{64}\left[\cos\left(\frac{7812\pi}{64}\right)+jsen\left(\frac{7812\pi}{64}\right)\right]$$

$$x(63)=\frac{1}{64}\sum_{k=0}^{63}X(k)\left[\cos(2\pi k\frac{63}{64})+jsen(2\pi k\frac{63}{64})\right]=\frac{X(0)}{64}[1+j]+\frac{X(1)}{64}\left[\cos\left(\frac{126\pi}{64}\right)+jsen\left(\frac{126\pi}{64}\right)\right]$$
$$+\frac{X(2)}{64}\left[\cos\left(\frac{252\pi}{64}\right)+jsen\left(\frac{252\pi}{64}\right)\right]+.....+\frac{X(63)}{64}\left[\cos\left(\frac{7938\pi}{64}\right)+jsen\left(\frac{7938\pi}{64}\right)\right]$$

Aunque las fórmulas pueden parecer complicadas, cuando situamos en el espectro cada una de ellas, vemos que el resultado es el que muestra la figura 3.18. La transformada IDFT ha dividido el espectro en frecuencia en N subcanales y los símbolos X(k) se van colocando de la siguiente forma:

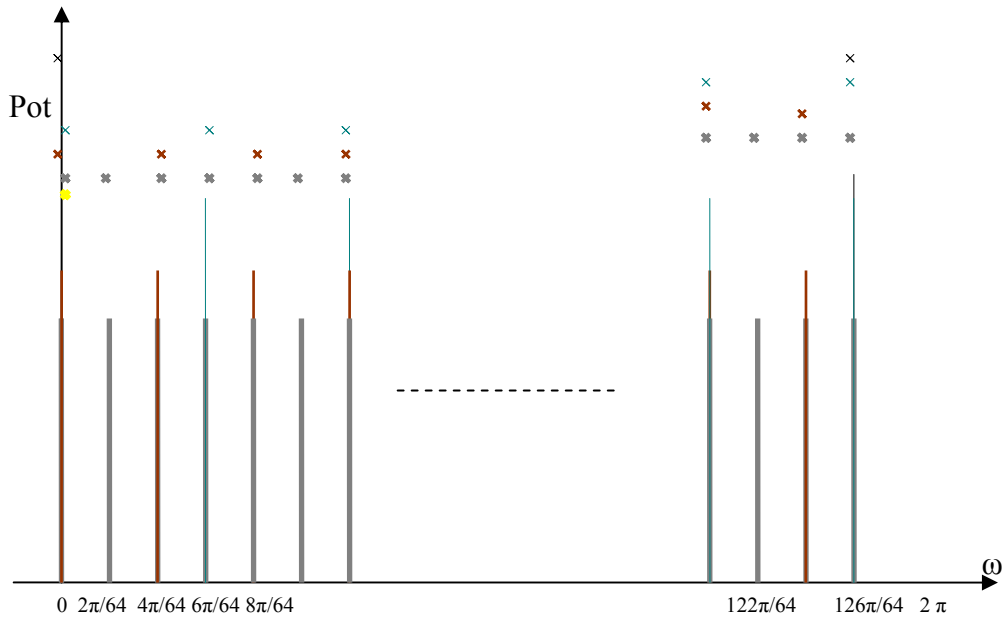


Figura 3.18. Espectro de una señal OFDM

Comparando con las fórmulas, se ve que:

- las muestras amarillas de señal se corresponden con x(0) y es el nivel de continua de la señal
- las muestras grises de señal se corresponden con x(1)
- las muestras marrón se corresponden con x(2)
- las muestras azul se corresponden con x(3)
- las muestras negro se corresponden con x(63)

Así, estamos solventando los dos problemas planteados al principio de éste apartado en modulaciones multiportadora:

- Seguimos empleando modulación multiportadora como demuestra el pequeño desarrollo de la transformada IDFT realizado y el espectro de la figura 3.18., pero no incrementará el costo puesto que ya no hace falta un oscilador. El modulador es la transformada IDFT y el demodulador es la transformada DFT.
- El ancho de banda no se ve notablemente incrementado puesto que la separación entre subportadoras es la mínima: $2\pi/N$. Por ello, la eficiencia espectral es máxima.

Aunque en la figura 3.17, se propone un sistema paso de banda (al multiplicar por el $\cos(2\pi f_{bp})$), las simulaciones se realizan en banda base.

3.6.4.1. Aleatorizador/desaleatorizador y entrelazador/desentrelazador

En los sistemas OFDM, antes de introducir la ristra de bits de entrada en el, modulador OFDM se utilizan un aleatorizador y un entrelazador previos como muestra la figura 3.19.

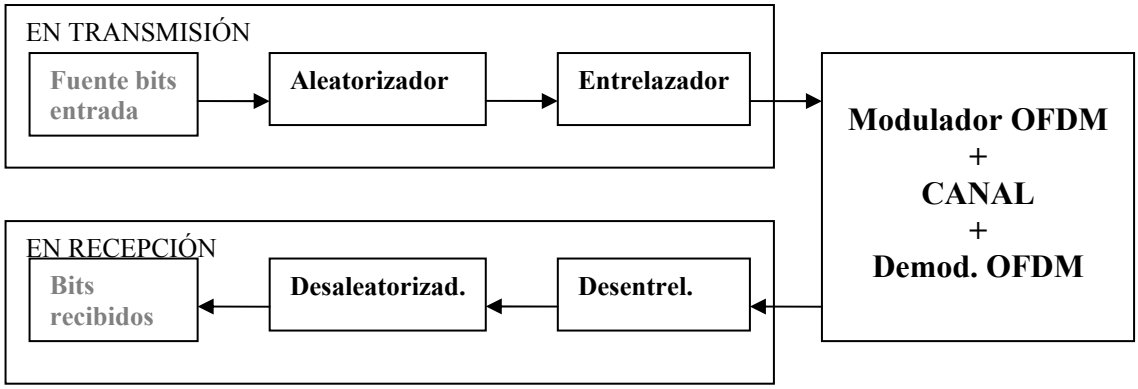


Figura 3.19. Aleatorizador/desaleatorizador y entrelazador/desentrelazador en sistema OFDM

En el apartado 4.3.1.1 se presenta su funcionalidad con mayor detalle, pero a continuación se estudian el aleatorizador/ desaleatorizador y el entrelazador/ desentrelazador que van a ser implementados en las simulaciones.

- **Aleatorizador/Desaleatorizador**

Actúa sobre la señal digital d_entrada para evitar largas secuencias de ceros o unos distribuyendo así la potencia en el espectro. Para esto lo que hace es componer la señal con una secuencia pseudo aleatoria (PRBS, Pseudo Random Binary Sequence) generada por el circuito lógico que se muestra en la figura 3.20.

El aleatorizador empleado en las simulaciones es autosincronizado y trabaja con tres registros X, Y y Z que se inicializan a 0. En el bloque receptor se aplicará la función inversa para desaleatorizar.

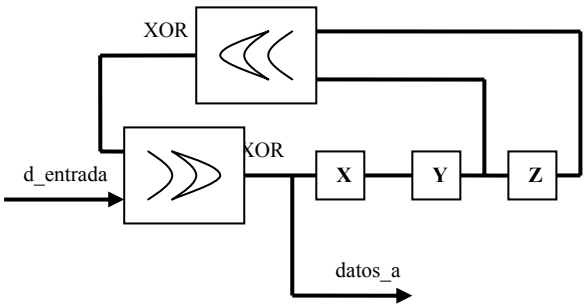


Figura 3.20. Pseudo aleatorizador de tres registros empleado en la simulación

Se presenta en la tabla 3.21 un ejemplo del funcionamiento del aleatorizador propuesto donde los primeros 10 bits de las secuencias de datos de entrada y datos ya aleatorizados son los que se muestran a continuación.

d_entrada = 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 datos_a = 0 1 1 1 0 0 0 1 0 1

n	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
d_entrada(n)	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0
a	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1
x	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0
y	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1
z	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
datos_a(n)	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1

Tabla 3.21 Ejemplo de funcionamiento del aleatorizador

La función asociada a este bloque es: **aleatorizador.m.** En el receptor, la función **desaleatorizador.m** realizará el proceso inverso.

- **Entrelazador/Desentrelazador**

El bloque entrelazador realiza un cambio en el orden de los bits de la secuencia a transmitir para separar en el tiempo bits de una misma palabra.

El algoritmo entrelazador escribe los bits de entrada en las columnas de una matriz y los lee en filas. Así, los bits de una misma palabra serán separados antes de la transmisión para que una posible ráfaga no provoque errores en una palabra que no podrán ser recuperados luego por los algoritmos correctores de errores.

En las simulaciones que van a realizarse, se emplea un entrelazador de bloque de profundidad de entrelazado p = n_max_sim*N*n_cod_tipo.

Se presenta en la tabla x.x un ejemplo del funcionamiento del entrelazador propuesto donde las secuencias datos_ac de entrada al entrelazador y datos_ace de salida del mismo son las que se muestran a continuación. Se está trabajando con

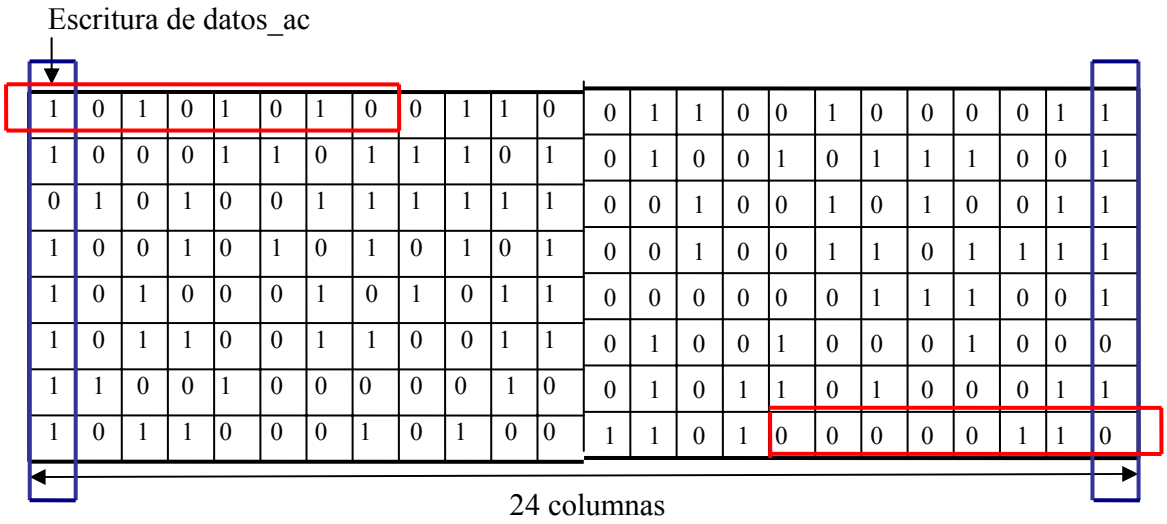
codificación BPSK (n_cod_tipo=1), n_max_sim=8 y N=24, luego la matriz será de dimensión (8,24).

datos_ac = 11011111 00100010100011010011 0 1110000100101000 0

1010110001110101011010001111000110101110011111000

0000000111000111101100000000001101000110101100000

0101101001101000010111000001000110110011 11111010



datos_ace = 10101010 01101000110111010101001111111001010101010

101000101011 10110011001111001000001010110001010 0

0110010000110100101110010001001010011001001101111

0000001110010100100010000101101000111101 00000110

La función asociada a este bloque es: **interleaver.m.** En el receptor, la función **deinterleaver.m** realizará el proceso inverso.

3.6.4.2. Sin Prefijo Cíclico

- Implementación en Matlab

En este apartado se realiza la simulación del sistema propuesto en la figura 3.17 pero sin el bloque "Inserción IG", luego es un sistema OFDM sin Prefijo Cíclico. Se utiliza para ello el sistema OFDM codificado en Matlab que incluye todos los bloques pero configurados de forma que la longitud del intervalo de guarda sea cero.

Nota.- La modulación OFDM tiene sentido al ir "pasando" a través del canal símbolo OFDM a símbolo OFDM. Es decir, los símbolos codificados QPSK se van agrupando en grupos de N. A esos N símbolos codificados se les realiza la transformada IDFT de N puntos y queda formado un símbolo OFDM. A continuación se repite el proceso con los N símbolos codificados siguientes y así sucesivamente.

La función que implementa éste sistema en Matlab es **sist_ofdm.m** (en anexo), pero configurada de forma que la longitud del Prefijo será Ng=0.

Toma como entradas:

- **n_EbNo_dB**
- **u0** es la eficiencia del canal. Está determinada por la longitud del intervalo de guarda del símbolo OFDM. Se define por:

$$u0 = \frac{N}{N + Ng}$$

  donde Ng es la longitud del prefijo cíclico en número de símbolos de la codificación

  En éste apartado vamos a considerar que aún no tiene intervalo de guarda, por tanto u0=1 y Ng=0.

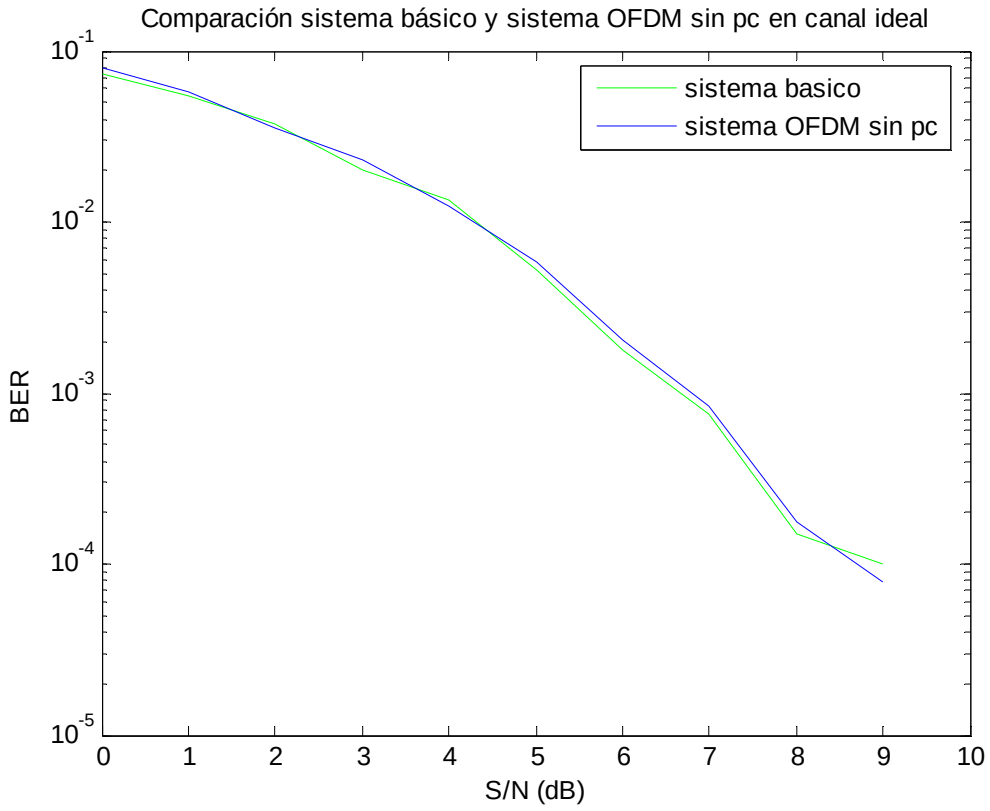
- **N** es el número de portadoras en cada símbolo OFDM. Se realiza por tanto la transformada IDFT/DFT de N puntos.
- **n_max_sim**

- **n_mod_tipo**
- **v_canal**

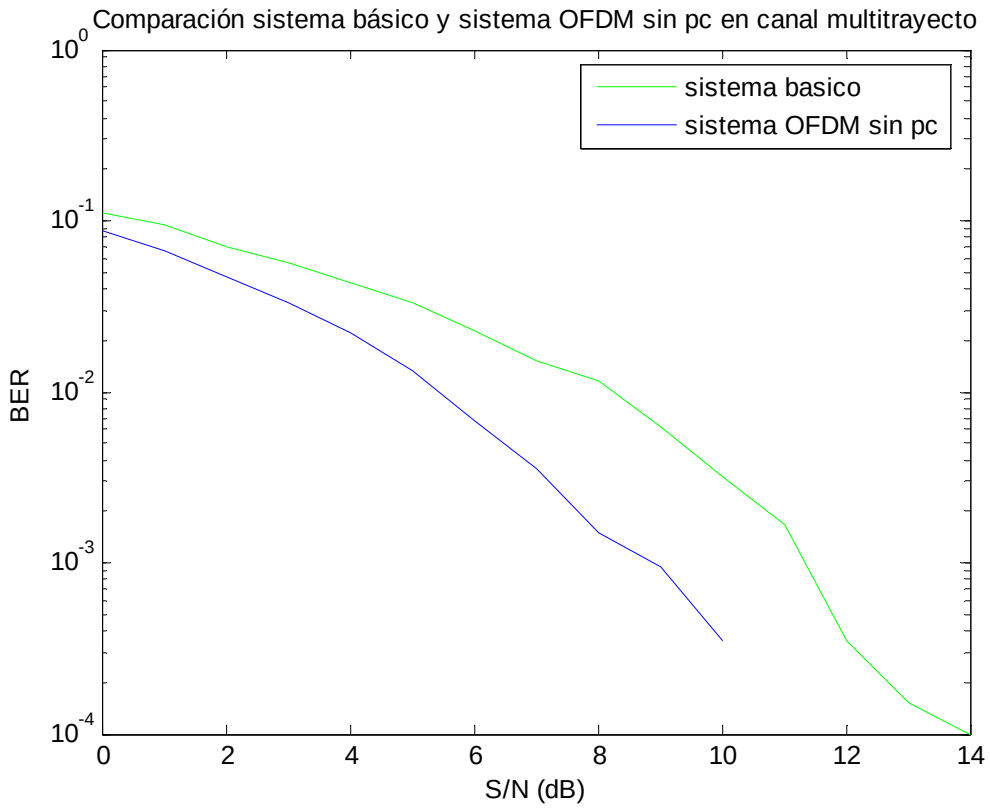
La salida es **n_ber**, tasa de error de bit.

- Resultados

Las simulaciones 4 y 5 muestran la comparación entre un sistema básico y el sistema OFDM sin intervalo de guarda en un canal ideal y en un canal multitrayecto respectivamente.



Simulación 4. Comparación de sistema básico y sistema OFDM sin Prefijo Cíclico en canal ideal



Simulación 5. Comparación de sistema básico y sistema OFDM sin Prefijo Cíclico en canal multitrayecto.

3.6.4.3. Con Prefijo Cíclico

Observando las simulaciones 4 y 5, queda patente la ventaja que supone la modulación OFDM en la tasa de error de bit.

Sin embargo, cuando las interferencias son severas, puede ocurrir lo siguiente: se introduce offset en frecuencia que, como muestra la figura 3.19, hará que las subportadoras interfieran entre sí (ICI) y dejen de ser ortogonales. Además, la señal en el receptor no se muestrea en su máximo con la consiguiente pérdida de información correspondiente a ese símbolo.

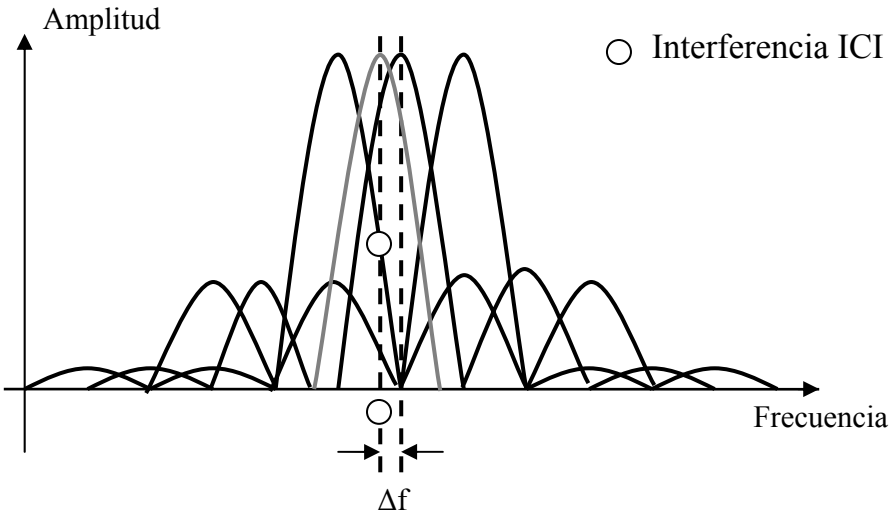


Figura 3.19. Efecto en la modulación del offset en frecuencia

Es para evitar estas interferencias que se introduce el Prefijo Cíclico. El objetivo del Prefijo Cíclico es hacer que, en caso de que afecte offset en frecuencia, no se pierda la ortogonalidad de las subportadoras y no se pierda de esta forma, información. A continuación se muestra un símbolo OFDM con su PC:

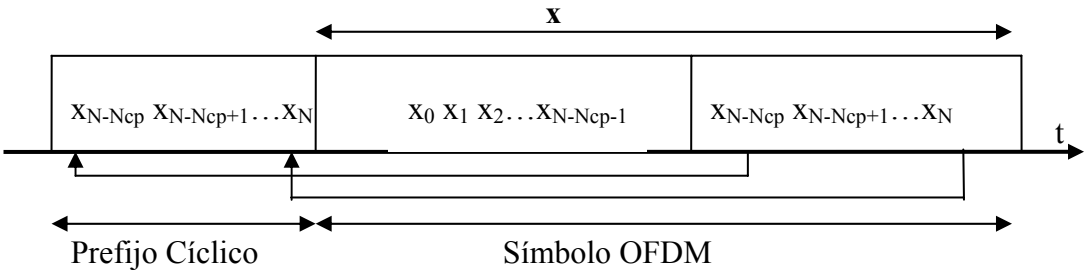


Figura 3.20. Símbolo OFDM con Prefijo Cíclico

Cuanto mayor sea la longitud del Prefijo Cíclico, mayor fiabilidad tendrá el sistema pero menor eficiencia.

- Implementación en Matlab

En este apartado se realiza la simulación del sistema propuesto en la figura x.x., que es un sistema OFDM con Prefijo Cíclico.

La función que implementa éste sistema en Matlab es **sist_ofdm.m** (en anexo), configurada de forma que la longitud del Prefijo será Ng=16 y la eficiencia por tanto u0=0.8 suponiendo N=64 subportadoras.

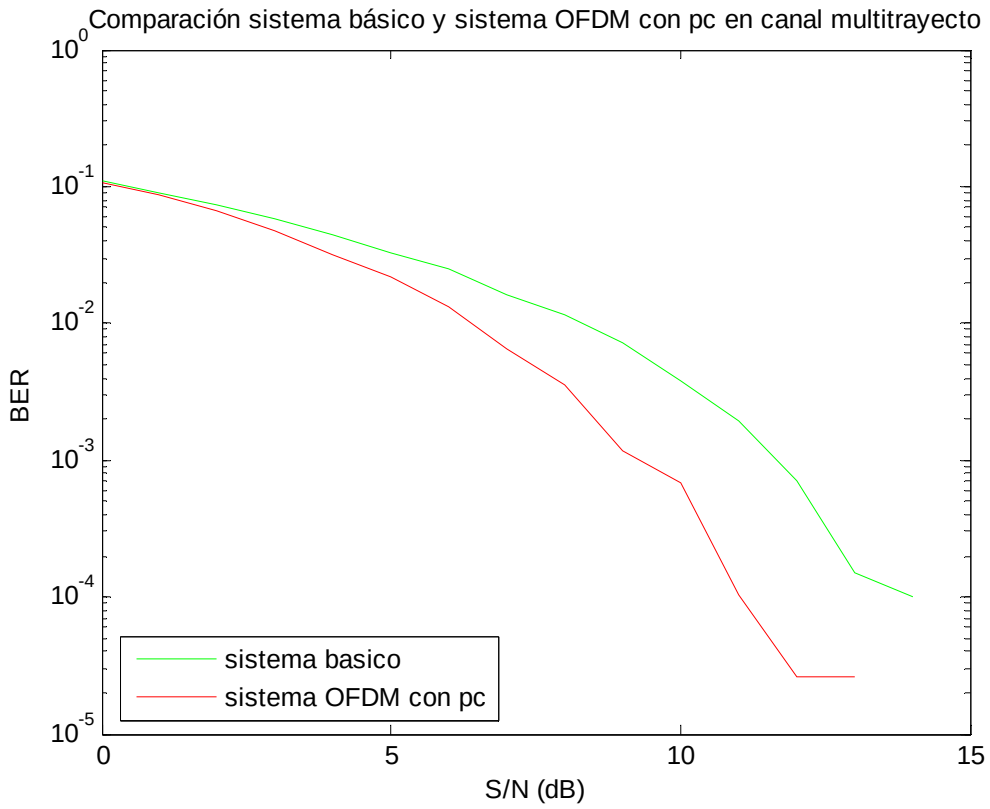
Toma como entradas:

- **n_EbNo_dB**
- **u0** eficiencia del canal. En la simulación 6 toma valor u0=0.8. **Ng** es la longitud del prefijo cíclico. Ng=16.
- **N** es el número de portadoras en cada símbolo OFDM.
- **n_max_sim**
- **n_mod_tipo**
- **v_canal**

La salida es **n_ber**, tasa de error de bit.

- Resultados

La simulación 6 muestra la comparación entre un sistema básico y el sistema OFDM con PC en un canal multitrayecto.



Simulación 6. Comparación sistema básico y sistema OFDM en canal multitrayecto

Como hemos podido comprobar, con el proceso que conlleva la construcción de un sistema OFDM, hemos conseguido mejorar considerablemente las características de la comunicación frente a errores sin que resulte costoso y sin aumentar considerablemente el ancho de banda.