

Trabajo Fin de Grado  
Grado en Ingeniería en de las Tecnologías  
Industriales

Determinación de la resistencia a cizalladura en  
compuestos grafito - epoxy mediante ensayos  
biaxiales

Autor: Daniel Velázquez Ojeda

Tutores: Alberto Barroso Caro

Juan Carlos Marín Vallejo

Dep. Mecánica de Medios Continuos y  
Teoría de Estructuras  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2026





Trabajo Fin de Grado  
Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales

# **Determinación de la resistencia a cizalladura en compuestos grafito – epoxy mediante ensayos biaxiales**

Autor:

Daniel Velázquez Ojeda

Tutores:

Alberto Barroso Caro

Juan Carlos Marín Vallejo

Departamento de Mecánica de Medios Continuos

y Teoría de Estructuras

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2026



Trabajo Fin de Grado: Determinación de la resistencia a cizalladura en compuestos grafito – epoxi mediante ensayos biaxiales.

Autor: Daniel Velázquez Ojeda

Tutores: Alberto Barroso Caro  
Juan Carlos Marín Vallejo

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2026

El Secretario del Tribunal



*A mi familia*  
*A mis maestros*



# Agradecimientos

---

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento a todas las personas que me han acompañado a lo largo de este camino.

En primer lugar, a mi familia, por su apoyo incondicional, por creer en mí incluso en los momentos en los que yo dudaba y por estar siempre presente, aunque no siempre pudieran estar a mi lado.

A mis compañeros de clase, con quienes compartí horas de clase, estudio y, en la mayoría de las ocasiones, de risas. A los de siempre, que han sido un apoyo constante, y también a aquellos con los que me crucé solo una vez pero que, de una forma u otra, son parte del recorrido.

Quiero agradecer también a mis compañeros de trabajo, con quienes he convivido durante la recta final de mi carrera. Su comprensión y disposición para ayudarme mientras combinaba estudios y obligaciones laborales fueron fundamentales para que pudiera llegar hasta aquí.

Por último, quiero agradecer a mis tutores, Alberto y Juan Carlos, cuyo apoyo, orientación y dedicación han sido claves para el desarrollo de este trabajo. Gracias por vuestra paciencia, por guiarme con criterio cuando lo necesitaba y por transmitirme la confianza necesaria para seguir avanzando.

Sin vosotros, esto no hubiese sido posible.

Simplemente, gracias.

*Daniel Velázquez Ojeda*  
*Sevilla, 2026*



# Resumen

---

El presente proyecto se ha llevado a cabo conjuntamente con el Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales de la Universidad de Sevilla. En él, una de las principales líneas de investigación es el estudio de materiales compuestos.

En concreto, este estudio tiene por objetivo la determinación de la resistencia a cizalladura en materiales compuestos grafito - epoxy mediante ensayos biaxiales, tomando como sustento, el artículo publicado por Alberto Barroso y Juan Carlos Marín.

El eje central de este trabajo será el diseño de una probeta cruciforme adecuada para la correcta ejecución del ensayo presentado anteriormente y la realización de diferentes modelos de Elementos Finitos para comprobar la idoneidad del diseño.

En resumen, este proyecto íntegramente numérico, se basa en perfeccionar el ensayo y mejorar la fiabilidad de los resultados obtenidos para calcular la resistencia a cizalladura en materiales compuestos.



# Abstract

---

This project has been carried out jointly with the Materials Elasticity and Resistance Group of the University of Seville. In it, one of the main lines of research is the study of composite materials.

Specifically, this study aims to determine the shear resistance in graphite-epoxy composite materials through biaxial tests, based on the article published by Alberto Barroso and Juan Carlos Marín.

The central axis of this work will be the design of a cruciform specimen suitable for the correct execution of the test presented above and the creation of different Finite Element models to verify the suitability of the design.

In summary, this entirely numerical project is based on perfecting the test and improving the reliability of the results obtained to calculate shear strength in composite materials.



# ÍNDICE

---

<b>Agradecimientos</b>	<b>ix</b>
<b>Resumen</b>	<b>xi</b>
<b>Abstract</b>	<b>xiii</b>
<b>Índice</b>	<b>xv</b>
<b>Índice de Tablas</b>	<b>xvii</b>
<b>Índice de Figuras</b>	<b>xix</b>
<b>Notación</b>	<b>xxi</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Introducción a los materiales compuestos	2
1.2. Introducción a los métodos numéricos	10
<b>2. Antecedentes de estudio</b>	<b>12</b>
2.1. Caracterización del material y probetas empleadas	12
2.2 Descripción del ensayo	13
2.3 Resultados del ensayo	14
2.4 Conclusiones obtenidas del modelo	17
<b>3. Desarrollo del Nuevo Modelo Simplificado</b>	<b>18</b>
3.1 Geometría	18
3.2. Condiciones de contorno	19
3.3. Elaboración del nuevo modelo	21
3.3. Comparación de los resultados obtenidos con el modelo original	22
<b>4. Modificaciones a implementar</b>	<b>23</b>
4.1. Modificación de la curvatura circular de las esquinas de la probeta	23
4.2. Resultados obtenidos. Comparación con el modelo original	27
4.3. Refuerzo mediante cambio de laminado	28
<b>5. Discusión de los resultados</b>	<b>35</b>
<b>6. Conclusiones y estudios futuros</b>	<b>39</b>
<b>Referencias</b>	<b>40</b>
<b>Anexos</b>	<b>41</b>
Anexo A	41



# ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 1-1. Propiedades de algunos materiales metálicos y fibras	3
Tabla 1-2. Propiedades de algunas matrices	3
Tabla 1-3: Propiedades de la fibra de carbono según la orientación de la fibra	6
Tabla 4-1: esquemas de los diferentes refuerzos.	28
Tabla 4-2: Pruebas realizadas con el refuerzo circular	31
Tabla 4-3: Pruebas realizadas con el refuerzo recto	32
Tabla 4-4: Pruebas realizadas con el refuerzo circular-recto	34



# ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-1: Porcentaje de material compuesto en un Boeing 787	1
Figura 1-2: Porcentaje de material compuesto en aviones	2
Figura 1-3: Diagrama $\sigma - \epsilon$	3
Figura 1-4: Clasificación de los materiales compuestos según el tipo de matriz	4
Figura 1-5: Clasificación de los materiales compuestos según el tipo de refuerzo	5
Figura 1-6: Ejemplo de fabricación de un laminado a partir de láminas orientadas a $0^\circ$ y $90^\circ$	6
Figura 1-7: Esfuerzos en un laminado	9
Figura 1-8: Clasificación de algunos métodos numéricos según su finalidad	10
Figura 1-9: Modelo de una hélice modelada utilizando MEF	11
Figura 1-10: Menú principal de ANSYS Mechanical APDL	11
Figura 2-1: Probetas dibujadas en el panel	12
Figura 2-2: Muestra de las probetas terminadas	13
Figuras 2-3 y 2-4: Esquemas de la probeta con dimensiones en mm	13
Figura 2-5: Ejemplo de una máquina de ensayos biaxiales	14
Figura 2-6: Especímenes tras la fractura de hasta 6 ensayos diferentes	15
Figuras 2-7 y 2-8: Resultados obtenidos	15
Figura 2-9: Mallado	16
Figura 2-10: esfuerzo cortante $\sigma_{12}$	16
Figura 2-11: esfuerzo $\sigma_{22}$	17
Figuras 3-1 y 3-2: doble simetría	18
Figura 3-3: modelo reducido a un cuarto del modelo original	19
Figura 3-4: dominio simétrico	19
Figura 3-5: Configuración tras aplicar las condiciones de simetría	20
Figura 3-6: configuraciones antisimétricas	20
Figura 3-7: Configuración después de aplicar antisimetría	20
Figura 3-8: esquema de la nueva geometría	21
Figura 3-9: modelo generado en ANSYS	21
Figura 3-10: esfuerzo $\sigma_{12}$ en el modelo simplificado	22
Figura 3-10: esfuerzo $\sigma_{22}$ en el modelo simplificado	22
Figura 4-1: Imagen de la clotoide	23
Figura 4-2: Ejemplo de uso de una clotoide para conectar un tramo recto con uno circular	24
Figura 4-3: Puntos de la clotoide	25
Figura 4-4: Esquema de la geometría empleando la clotoide	25
Figura 4-5: Nueva geometría con la curvatura suavizada	26

Figuras 4-6 y 4-7: Comparación entre el modelo con la geometría circular y el modelo con la curvatura suavizada	26
Figura 4-8: distribución de tensiones $\sigma_{12}$ con clotoide	27
Figura 4-9: distribución de tensiones $\sigma_{22}$ con clotoide	27
Figuras 4-10 y 4-11: Ejemplo de resultados con refuerzo	29
Figura 4-12: refuerzo circular	30
Figura 4-13: refuerzo recto	32
Figuras 4-14 y 4-15: Otras configuraciones.	33
Figura 4-16: refuerzo circular recto	33
Figura 5-1: distribución de tensiones $\sigma_{12}$ con refuerzo circular	35
Figura 5-2: distribución de tensiones $\sigma_{22}$ con refuerzo circular	36
Figura 5-3: distribución de tensiones $\sigma_{12}$ con refuerzo recto	36
Figura 5-4: distribución de tensiones $\sigma_{22}$ con refuerzo recto	37
Figura 5-5: distribución de tensiones $\sigma_{12}$ con refuerzo circular-recto	37
Figura 5-6: distribución de tensiones $\sigma_{22}$ con refuerzo circular-recto	38

# Notación

---

$E_1$	Módulo de Young en la dirección de la fibra
$E_2$	Módulo de Young en la dirección perpendicular a la fibra
$G_{12}$	Módulo de cizalladura
$\nu_{12}$	Coefficiente de Poisson
$\sigma_{12}$	Tensión tangencial
$\sigma_{12}$	Tensión en la dirección perpendicular a la fibra
$Y_t$	Resistencia en la dirección perpendicular a la fibra
$S$	Resistencia a cizalladura
$u_i$	Vector de desplazamiento
$\sigma_{ij}$	Tensor de tensiones
$\epsilon_{ij}$	Tensor de deformaciones
$C_{ij}$	Tensor de rigidez
$\frac{\delta x}{\delta y}$	Derivada parcial de x respecto a y
CMC	Material compuesto de matriz cerámica
MMC	Material compuesto de matriz metálica
PMC	Material compuesto de matriz polimérica



# 1 INTRODUCCIÓN

**E**n la industrial actual, ha florecido una creciente demanda de estructuras cada vez más ligeras que sigan teniendo propiedades de resistencia similares a las ya existentes, es decir, los elementos estructurales están sujetos a prestaciones cada vez más exigentes. Este escenario representa un desafío significativo para diversos campos técnicos de estudio, especialmente en lo respectivo a la investigación, el desarrollo y mejora de nuevos materiales. [1]

Entre las soluciones más viables se encuentran los materiales compuestos, que permiten a los ingenieros diseñar soluciones específicas y altamente personalizadas para aplicaciones muy concretas, combinando diferentes materiales base como fibras y matrices poliméricas, metálicas o cerámicas, que se verán a continuación, para lograr propiedades mecánicas, físicas, o químicas iguales o superiores a las de los materiales de uso común.

En la actualidad, los materiales compuestos están siendo ampliamente predominantes en sectores como la aeronáutica (ver figura 1-1), la automoción, la producción de energía eólica y la construcción, debido a su relación resistencia/peso, su durabilidad y su capacidad de adaptación a condiciones extremas. Además, con el auge de nuevas tecnologías como la fabricación aditiva (impresión 3D), el diseño asistido por ordenador y el más reciente de todos ellos: la inteligencia artificial, se está avanzando rápidamente en la fabricación de materiales más sofisticados y capaces de cumplir cada día más funciones en diferentes ámbitos de la industria.

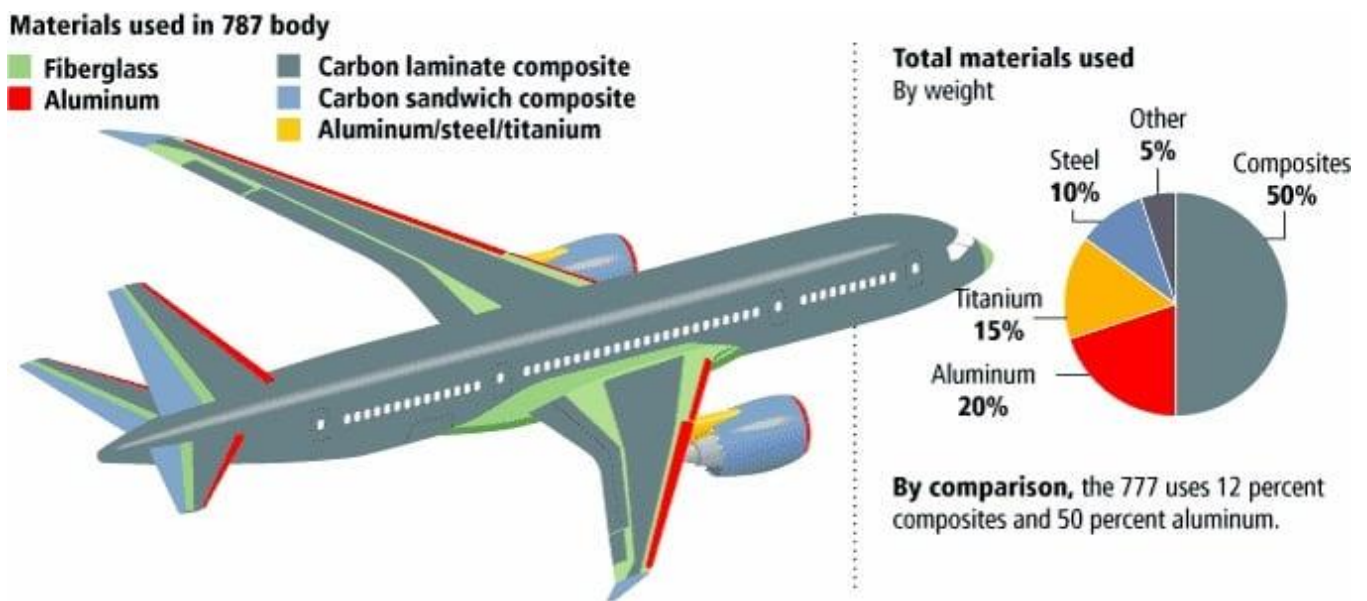


Figura 1-1: Porcentaje de material compuesto en un Boeing 787. [4]

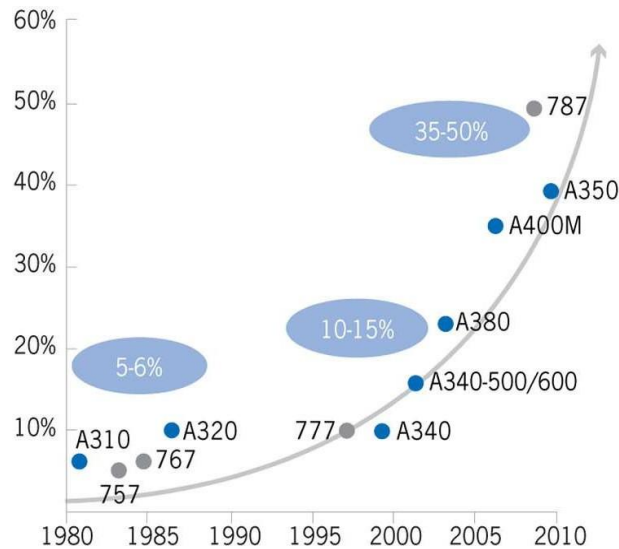


Figura 1-2. Porcentaje de material compuesto en aviones. [13]

Aquí se muestra el crecimiento del uso de material compuesto en las aeronaves de las compañías de Airbus y Boeing a lo largo de los años. Se puede observar que, desde los primeros usos de estos materiales, se ha multiplicado por 10 el porcentaje de uso de los mismos, lo cual supone la parte mayoritaria.

A pesar de todo lo mencionado, existen aún muchas áreas poco profundizadas o insuficientemente desarrolladas, en las que se puedan emplear todas las ventajas nombradas con anterioridad. Estos “vacíos científicos” representan la oportunidad de abrir nuevas líneas de investigación o de interiorizar aún más en las ya accesibles.

Es por ello que la motivación de este Trabajo de Fin de Grado (TFG) se centra en contribuir al avance del conocimiento en el ámbito de los materiales compuestos, explorando nuevas configuraciones y aportando datos relevantes que pueda servir como base para futuros desarrollos, contribuyendo así a la evolución tecnológica e industrial basada en estos materiales.

## 1.1 Introducción a los materiales compuestos

Se suele definir el material compuesto como la combinación a escala macroscópica de dos o más materiales con interfases de separación entre ellos para formar un nuevo material [2].

La principal ventaja de los materiales compuestos es la posibilidad de obtener un conjunto de propiedades imposible de alcanzar con los elementos actuando de manera aislada. En este tipo de materiales distinguimos dos componentes fundamentales:

**Matriz:** Este elemento es el encargado de unir todo el material y aparece en fase continua. Las materias primas más usadas para la matriz son las resinas epoxi y poliéster.

**Refuerzo:** Este es el elemento encargado de transmitir cargas a la matriz, por lo que aporta gran parte de las propiedades mecánicas del material. En este apartado entran los diferentes tipos de fibras.

A continuación, se muestra una tabla comparativa de diversos materiales para tener un orden de las propiedades que pueden llegar a obtenerse.

Tabla 1-1. Propiedades de algunos materiales metálicos y fibras

Material	Módulo de Young (GPa)	Resistencia a la tracción (MPa)	Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	Módulo específico (GPa*m <sup>3</sup> /kg)	Resistencia específica (MPa*m <sup>3</sup> /kg)
Acero	200	400-600	7,85	25,5	51-76
Aluminio	69	290-310	2,7	25,6	107-115
Kevlar 49	70-13	2800-3500	1,44	48-90	1940-2500
Fibra de Vidrio	70-8	2000-400	2,55	27-31	780-1300
Fibra de Carbono	230	4500-5500	1,8	128	2500-3000

Tabla 1-2. Propiedades de algunas matrices

Material	Módulo de Young (GPa)	Resistencia a la tracción (MPa)	Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	Módulo específico (GPa*m <sup>3</sup> /kg)	Resistencia específica (MPa*m <sup>3</sup> /kg)
Resina epoxi	2,5-3	60-85	1,1-1,25	2,4-3,2	50-80
Resina poliéster	2-3	40-70	1,2-1,4	1,7-2,5	30-60
Resina Viniléster	3-3,5	70-90	1,1-1,3	2,5-3,2	55-80
Resina Fenólica	2,5-3,5	40-65	1,2-1,3	2-2,9	30-55

Comparando ambas tablas se puede observar como claramente las propiedades de las diferentes matrices son mucho menores, lo que produce en el material compuesto una disminución de propiedades frente a las que tendrían las fibras de forma independiente. En la siguiente figura se muestra el diagrama tensión ( $\sigma$ ) - deformación ( $\epsilon$ ) de una fibra, una matriz y del material compuesto que ambos constituyen.

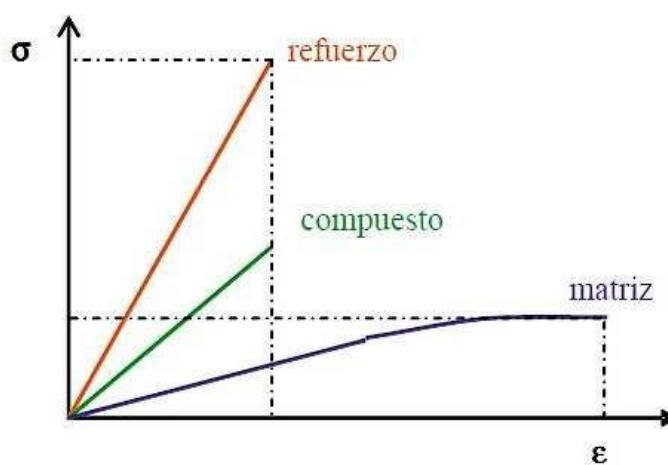


Figura 1-3: Diagrama  $\sigma - \epsilon$ . [12]

Debido a la enorme variedad de materiales compuestos, estos se pueden clasificar atendiendo a una serie de criterios tales como: su constitución (matriz y refuerzo), según las direcciones del refuerzo, el número de capas... Normalmente, se suelen componer de un cierto número de capas y, dependiendo de las propiedades necesarias del producto final, se pueden colocar en direcciones preferentes con el fin de optimizar el diseño, lo que supone un ahorro tanto de material, como peso del componente. A continuación se muestran sendas imágenes de los tipos de material compuesto que podemos encontrar, atendiendo a dos tipos de clasificaciones: Materiales compuestos según el tipo de refuerzo y materiales compuestos según la naturaleza de la matriz

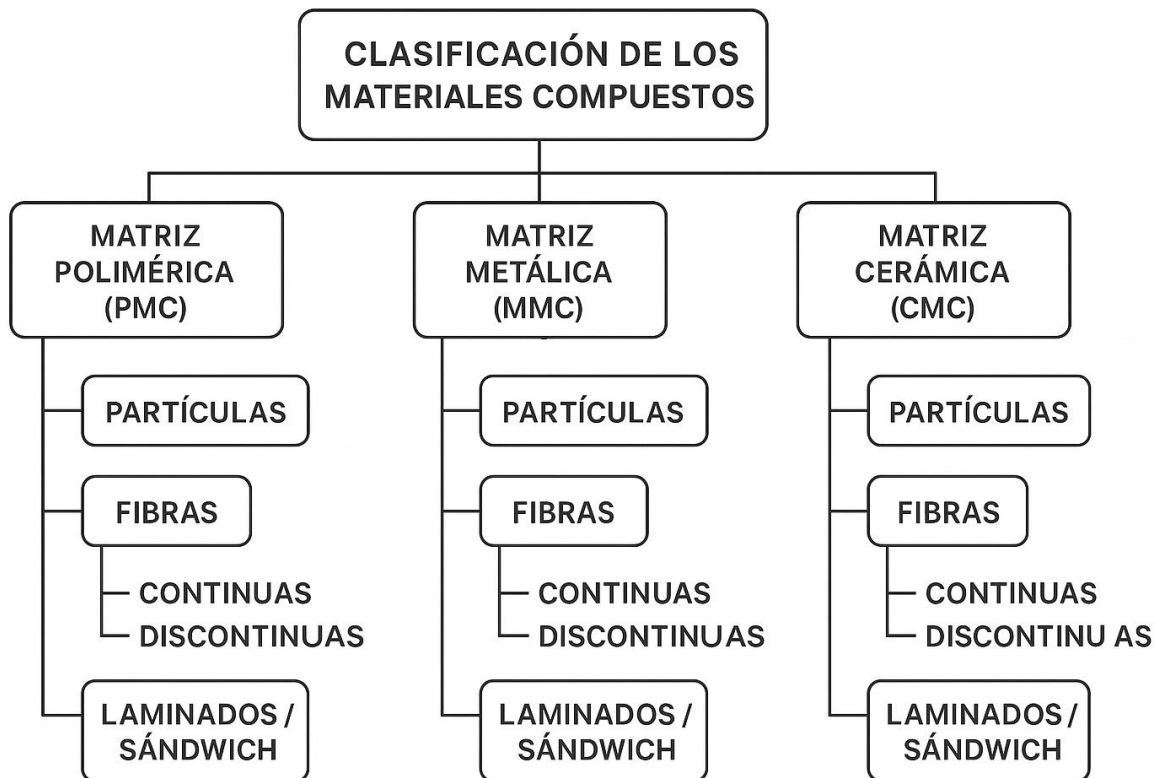


Figura 1-4: Clasificación de los materiales compuestos según el tipo de matriz *Nota*. Elaboración propia.

Como puede verse en el esquema de la figura, hay tres grandes grupos: matriz polimérica, matriz metálica y matriz cerámica. Los PMC son los más utilizados en la industria, debido a la facilidad en la fabricación y el bajo coste. Se emplean ampliamente en sectores mencionados anteriormente. Principalmente las matrices de los PMC se clasifican en: termoestables (como la resina epoxi y el poliéster) o termoplásticas (como el PPS o el PEEK). Los MMC contienen una matriz metálica (comúnmente aluminio, magnesio o titanio) reforzada con partículas o fibras cerámicas. Destacan por su alta resistencia mecánica y al desgaste, siendo usados principalmente en aplicaciones estructurales exigentes como componentes de motores, frenos y estructuras aeroespaciales, aunque su porcentaje de utilización es mucho menor que el de los PMC. Finalmente, los CMC combinan una matriz cerámica con refuerzos cerámicos también y se utilizan en entornos extremos, gracias a su resistencia a altas temperaturas combinada con su gran estabilidad química. No obstante, de los tres tipos es el menos empleado.



Figura 1-5: Clasificación de los materiales compuestos según el tipo de refuerzo. [2]

En el caso de este esquema se puede ver como la variedad de materiales se incrementa respecto a la primera clasificación.

En la actualidad la gran mayoría de los materiales compuestos empleados son en forma de laminados, al igual que el material que será de estudio más adelante en este trabajo. Por esta razón, resulta de interés centrarse en exponer en qué consiste un laminado y cuáles son sus características principales frente al resto de tipos que aparecen en el esquema y que no serán de importancia en el desarrollo de este trabajo.

Un laminado puede verse como una “estructura” compuesta por varias capas muy finas (de unos 0.1- 0.2 mm) de material reforzado con fibras, dispuestas en diferentes orientaciones para mejorar sus propiedades mecánicas. Cada lámina está compuesta de fibras embebidas dentro de una matriz, lo que habitualmente en la fabricación de estos materiales se conoce como preimpregnado (o *prepeg* en el término del inglés). Los *prepegs* son fabricados y distribuidos en forma de rollos con la finalidad de ser utilizados en los procesos de fabricación más habituales, como la formación del apilado (también llamado Lay-Up)

El apilado se forma superponiendo varias capas de material compuesto, cambiando o no la orientación respecto a una dirección de referencia. Es decir, si orientamos una lámina coincidente con la dirección de referencia de nuestro laminado, se dice que esa lámina está orientada a 0°, mientras que si por ejemplo, se coloca una encima de forma

que la fibra quede perpendicular a la inferior, se dice que esa lámina está orientada a 90°. En la siguiente figura puede observarse esta explicación de forma gráfica y además de composición del laminado.

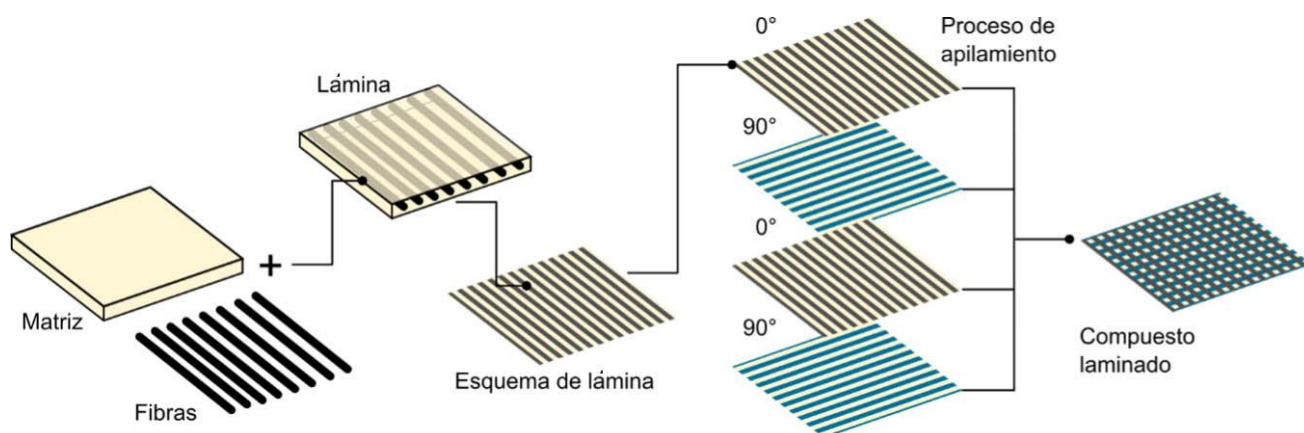


Figura 1-6: Ejemplo de fabricación de un laminado a partir de láminas orientadas a 0° y 90°. [3]

En los laminados se suelen dar diferentes orientaciones a las capas de forma que no solo sea resistente a esfuerzos en una dirección sino en todas. La combinación de orientaciones es casi ilimitada y siempre está sujeta a la geometría de la pieza y el estado de cargas al que se verá sometido en servicio. De forma orientativa se detalla una tabla a continuación en la que se muestra las propiedades mecánicas de una fibra de carbono según orientaciones de 0°, 30°, 45°, 60° y 90°:

Tabla 1-3: Propiedades de la fibra de carbono según la orientación de la fibra

Ángulo (°)	Módulo de Young E [GPa]	Resistencia a tracción $\sigma$ [MPa]
0°	135 – 150	1,800 – 2,500
30°	40 – 50	500 – 700
45°	25 – 35	300 – 500
60°	15 – 25	200 – 400
90°	8 – 10	40 – 60

Una vez vista las clasificaciones de los materiales compuestos, así como algunos aspectos relacionados con su fabricación, pasamos ahora a abordar el estudio de la mecánica de los materiales compuestos, que será una parte fundamental para la realización de este estudio. Previo a la introducción a la mecánica de materiales compuestos se deberán explicar conceptos generales relacionados con la Mecánica del Sólido Deformable.

En la Mecánica del Sólido Rígido se supone que la configuración del sólido (es decir, la distancia entre dos puntos cualesquiera del sólido) no cambia durante la aplicación de cargas.

La Mecánica del Sólido Deformable, de la cual la Teoría de la Elasticidad es un caso particular, se encarga de estudiar sólidos sometidos a la acción de un conjunto de fuerzas exteriores en equilibrio. Se supone que en este tipo de sólidos, la configuración sí que cambia ante la aplicación de cargas exteriores. [5]

El objeto de la Teoría de la Elasticidad es el cálculo, no solo de desplazamientos ( $u_i$ ) del sólido, sino también de la caracterización de los tensores de tensión  $\sigma_{ij}$  y deformación  $\epsilon_{ij}$  de todos los puntos del sólido que se ven afectados. A continuación se presentan, en forma matricial, estos conceptos para un sistema tridimensional tradicional en el que reescribimos los ejes x, y, z como 1, 2 y 3 respectivamente:

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

Donde u es el vector desplazamiento.

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$

Donde  $\sigma$  representa el tensor de tensiones

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} & \varepsilon_{23} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}$$

Donde  $\varepsilon$  representa el tensor de deformaciones

Los tensores de tensión y deformación son matrices simétricas. Esto es de vital importancia ya que el número de incógnitas de los tensores se reduce a 6 componentes independientes en lugar de 9. A las componentes de la diagonal, se le conoce como tensiones normales y a las que quedan fuera de la diagonal se les da el nombre de tensiones cortantes, que serán de interés a lo largo de todo este estudio. El razonamiento es análogo para las deformaciones. Las deformaciones normales están ligadas a los cambios de volumen en el sólido elástico y las tangenciales a los cambios de forma, manteniendo por supuesto, el volumen constante. Normalmente se suele expresar la deformación tangencial con el concepto “distorsión”  $\gamma$ , siendo este el doble de las deformaciones tangenciales que aparecen en el tensor. Por ejemplo,  $\gamma_{12}=2*\varepsilon_{12}$ .

Presentadas las magnitudes que caracterizan el problema elástico, se verán a continuación las relaciones que guardan entre ellas:

- **ECUACIONES DE EQUILIBRIO INTERNO:** representan la relación entre las tensiones y las fuerzas exteriores

$$\sigma_{ij,j} + X_i = 0$$

Donde  $\sigma$  representa el tensor de tensiones y  $X$  las fuerzas de volumen. Se ha supuesto en este caso que las fuerzas de inercia son despreciables, como se suele hacer en la mayoría de problemas de este tipo. Para simplificar las ecuaciones se emplea la notación de índices o notación de Einstein. Se muestra a continuación cómo se desarrollan estas ecuaciones. Solo se hará el desarrollo en este caso ya que no es el objetivo principal de este estudio.

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} + X_1 = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_3} + X_2 = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3} + X_3 = 0$$

- **ECUACIONES DE COMPATIBILIDAD:** relacionan las deformaciones con los desplazamientos. Para este caso tenemos 6 ecuaciones.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$$

Donde  $\varepsilon$  representan las deformaciones y  $u$  los desplazamientos.

- **LEY DE COMPORTAMIENTO:** Relacionan las tensiones con las deformaciones. A diferencia de las dos ecuaciones anteriores que son válidas para cualquier clase de materia, como se va a trabajar con materiales compuestos será necesario definir la ley de comportamiento anisótropa (Teoría de la Elasticidad Anisótropa).

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}$$

Donde:

- $\sigma_{ij}$  es el tensor tensión
- $\varepsilon_{kl}$  es el tensor deformación
- $C_{ijkl}$  es el tensor de rigidez de cuarto orden.

Se introduce aquí por primera vez el tensor  $C_{ijkl}$  que se presenta de la siguiente forma:

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix}$$

Es importante resaltar que esta matriz también es simétrica, lo que reduce el número de componentes independientes de 36 a 21 aunque sigue siendo un número elevadísimo de incógnitas.

Como se va a llevar a cabo el experimento con un laminado, se expone el caso de estudio de un laminado desarrollando la Teoría General de Laminados (TGL).

### 1. Caso plano:

En el modelo, podemos suponer tensión plana generalizada pues se cumplen las siguientes características:

- El espesor de la probeta es pequeño respecto a las otras dimensiones: el espesor (dirección 3) de nuestra probeta será del orden de 0.8 mm mientras que el resto de las dimensiones (direcciones 1 y 2) son del orden de 50 mm, es decir, 2 órdenes de magnitud mayores.
- No hay tensiones en el eje 3, solo en los ejes 1 y 2 contenidos en el plano de la lámina.
- Las caras superior e inferior de la probeta están libres de tensiones

Bajo el supuesto de tensión plana generalizada, éste viene caracterizado por:

$$\sigma_{13}=0 \quad \sigma_{23}=0 \quad \sigma_{33}=0 \text{ (en promedio)} \quad \varepsilon_{13}=0 \quad \varepsilon_{23}=0$$

Es importante destacar que  $\varepsilon_{33}$  no se anula en este caso.

### 2. Ley ortótropa para una lámina:

La ley de comportamiento para una lámina  $k$  es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix}^k = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} \end{bmatrix}^k \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}$$

Para una lámina ortótropa en ejes principales tenemos que  $Q_{16} = Q_{26} = 0$

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{66} = G_{12} \quad \nu_{12} = \nu_{21} \frac{E_2}{E_1}$$

Donde:

$E_1$  Es el módulo de Young en la dirección de las fibras.

$E_2$  Es el módulo de Young en la dirección perpendicular.

$G_{12}$  Es el módulo a cizalladura.

$\nu_{12}$  Es el coeficiente de Poisson en el plano.

Nota: si se usa la notación de Voigth,  $\sigma_{12}$  se representa como  $\sigma_6$  y  $\gamma_{12}$  como  $\gamma_6$

### 3. TGL y Matriz ABD

Como se ha explicado con anterioridad, cuando varias láminas se superponen tenemos un laminado.

La TGL trata de relacionar esfuerzos con deformaciones. Los esfuerzos que podemos tener en un laminado son los siguientes:

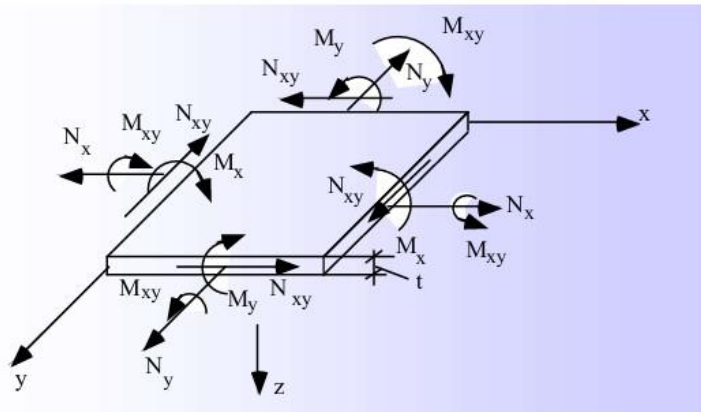


Figura 1-7: Esfuerzos en un laminado [2].

Como se ve en la imagen tenemos 3 esfuerzos contenidos en el plano ( $N_x$ ,  $N_y$  y  $N_{xy}$ ) y 3 momentos fuerza del plano ( $M_x$ ,  $M_y$  y  $M_{xy}$ )

Nota: sólo en esta última parte del apartado tomamos los ejes (x, y, z) en vez de (1, 2, 3) para ser coherente con la figura 1-7.

Para relacionar estos esfuerzos con las deformaciones ( $\epsilon$ ) y las curvaturas ( $k$ ) que sufre el laminado empleamos la matriz ABD. Dicha matriz, contiene a las matrices 3x3: A, B y D.

$$ABD = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix}$$

Las matrices se calculan de la siguiente manera:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N Q_{ij}^k (z_k - z_{k-1}) \quad B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N Q_{ij}^k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad D_{ij} = \sum_{k=1}^N Q_{ij}^k (z_k^3 - z_{k-1}^3)$$

Donde:

i, j= 1, 2, 6.

$Q_{ij}^k$  se calcula como se ha visto en la ley ortótropa

$z_k$  Es el límite superior de la lámina k respecto a la coordenada z (que es la coordenada en el espesor)

$z_{k-1}$  Es el límite inferior de la lámina k

En el caso más general se tiene que:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x^o \\ \epsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \\ k_x^o \\ k_y^o \\ k_{xy}^o \end{bmatrix}$$

Particularizando ahora para el caso de estudio:

- Como solo se tiene una capa  $A_{16} = A_{26} = D_{16} = D_{26} = 0$
- Como el laminado es simétrico  $B_{ij}=0$

## 1.2 Introducción a los Métodos Numéricos

Puesto que este trabajo se desarrollará mayoritariamente de forma numérica, es conveniente introducir brevemente en qué consisten estos métodos, cuál es su base y que podemos esperar de ellos.

Se conoce como métodos numéricos al conjunto de técnicas matemáticas empleadas para obtener soluciones aproximadas a problemas que no pueden resolverse de forma analítica o cuya solución exacta resultaría demasiado costosa en tiempo y recursos [6]. Su desarrollo moderno se consolidó a partir del siglo XIX con el avance del cálculo diferencial e integral, y experimentó un gran impulso en el siglo XX gracias al desarrollo de la tecnología y sobre todo a la aparición de los ordenadores, que permitieron sistemas de procesamiento avanzados como realizar un gran número de operaciones por segundo. A pesar de esto, la mayoría de los métodos numéricos que se conocen aplican principios como la resolución simbólica, transformadas, series de Taylor o métodos de integración y derivación manual y son los que están detrás de los softwares informáticos que se usan hoy en día.

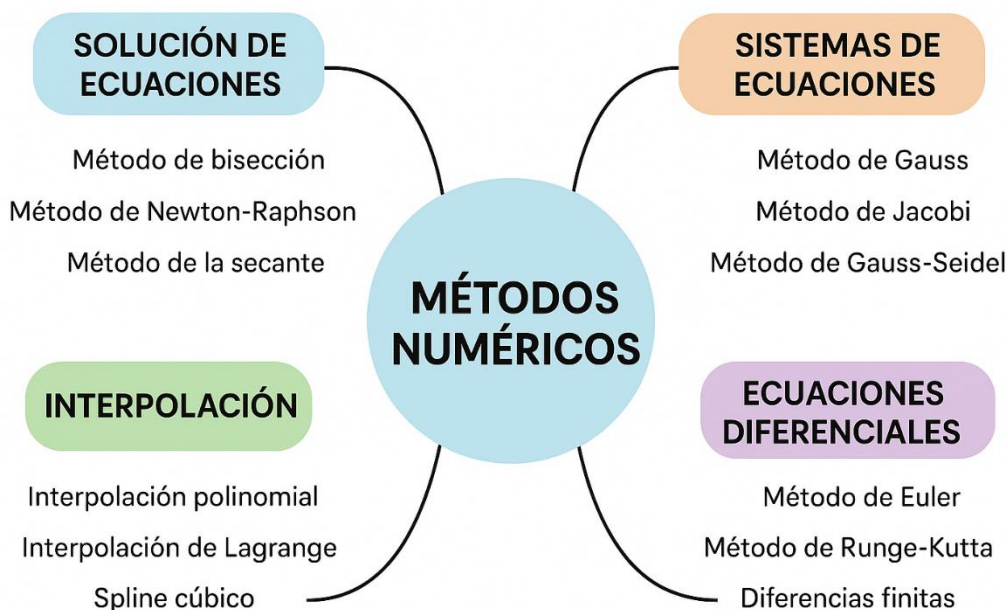


Figura 1-8: Clasificación de algunos métodos numéricos según su finalidad. [6]

En la actualidad, constituyen una herramienta esencial en campos como la ingeniería, la física, la economía, la estadística y la informática. Específicamente en el ámbito de la ingeniería, se utilizan para analizar estructuras, modelar sistemas dinámicos, optimizar procesos, simular el flujo de fluidos, estudiar fenómenos de transferencia de calor, diseñar circuitos eléctricos, predecir el comportamiento de materiales o recrear procesos industriales antes de su implementación real.

Entre sus principales ventajas se encuentra la capacidad de abordar problemas complejos inclusive los no lineales, adaptarse a modelos con varias dimensiones y geometrías irregulares, y ofrecer soluciones viables en casos en los que los métodos analíticos no son aplicables. Además, ofrecen la posibilidad de adaptar el grado de precisión a las necesidades concretas del problema, lo que les confiere una gran versatilidad.

Sin embargo, también presentan inconvenientes importantes pues los resultados obtenidos son siempre aproximados y dependen de la tolerancia de error definida, lo que implica que en la mayoría de los casos se producirán desviaciones respecto a la solución exacta. Existe el riesgo de la acumulación y la propagación de estos errores numéricos a lo largo de los cálculos, por lo que será necesario contar los medios auxiliares para garantizar la fiabilidad de las soluciones. Además, no solo requieren conocimientos de matemáticas, álgebra lineal, cálculo y programación sino que también obligan a la persona encargada a tener mucha práctica para dominar este tipo de ejercicios, por lo que se puede decir que estos métodos poseen una curva de aprendizaje "pronunciada".

En definitiva, los métodos numéricos son una herramienta muy potente empleada en la ciencia y la ingeniería moderna, aunque su uso exige un dominio meticuloso de las matemáticas, la programación y el análisis de errores para obtener resultados precisos y confiables.

Particularizando más en el caso que nos acontece, para este trabajo se utilizará el denominado Método de los Elementos Finitos (MEF o FEM por sus siglas en inglés, *Finite Element Method*). El principal objetivo del método de los elementos es dividir en partes más pequeñas (discretizar o mallar) el dominio continuo del sólido de estudio, sobre las cuales se aproximan las ecuaciones que describen el comportamiento del sistema. Al unir los resultados de todos los elementos, se obtiene una solución (siempre aproximada) del problema global. En la siguiente imagen puede verse el ejemplo de una hélice que ha sido diseñada usando MEF. Pueden apreciarse los subdominios (elementos) en los que se ha dividido la pieza completa.

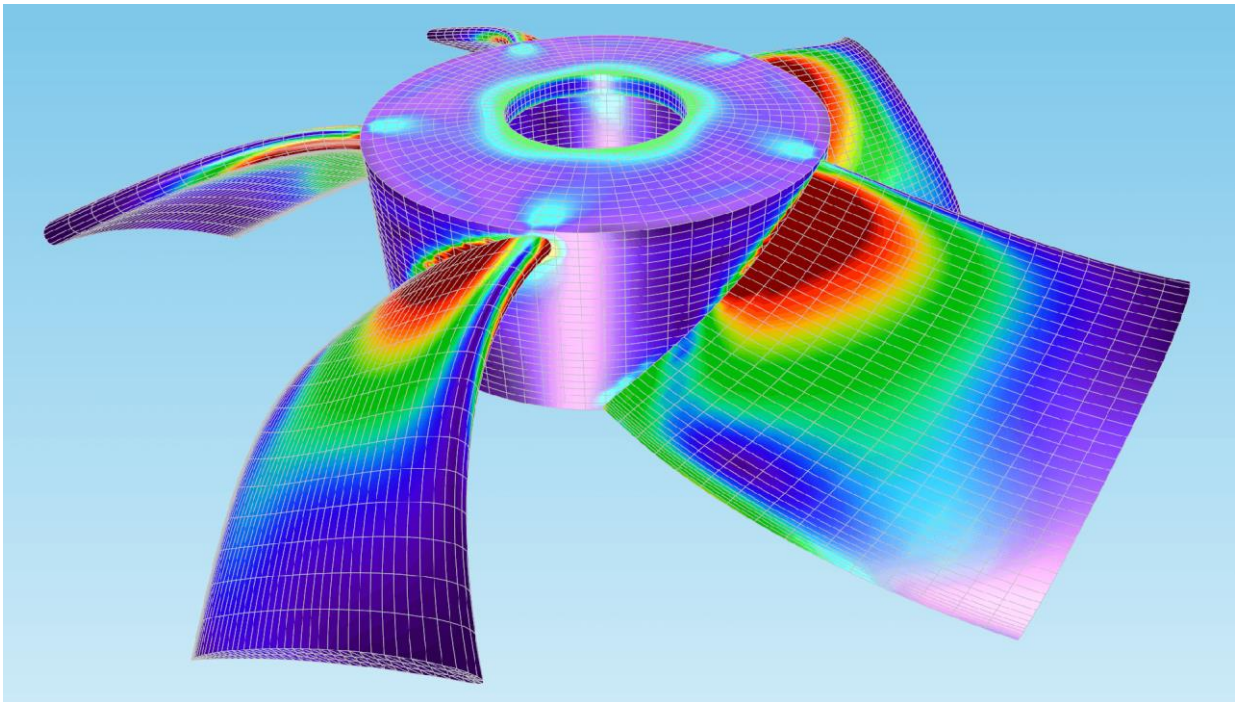


Figura 1-9: Modelo de una hélice modelada utilizando MEF [10]

Para la realización de este trabajo se empleará el software de elementos finitos ANSYS Student, en su versión Mechanical APDL 2025 R1. ANSYS es un software de simulación líder en ingeniería que permite modelar, analizar y predecir el comportamiento de productos y sistemas en condiciones de servicio. Con esta herramienta se podrá modelar la geometría de la probeta del ensayo biaxial y obtener resultados y conclusiones como si se realizase el mismo ensayo en el laboratorio, ahorrando el coste en material y tiempo que llevaría la realización de estas pruebas.

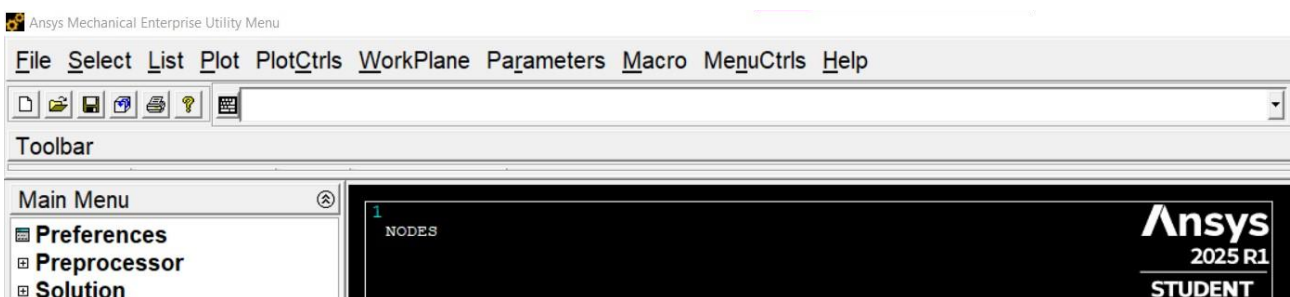


Figura 1-10: Menú principal de ANSYS Mechanical APDL.

## 2 ANTECEDENTES DE ESTUDIO

El presente trabajo se fundamenta en el análisis del comportamiento mecánico de materiales compuestos, tomando como referencia el artículo “*Comparison of the shear behavior in graphite-epoxy composites evaluated by means of biaxial test and off-axis tension test*”, elaborado por J. Marín y A. Barroso. Dicho estudio constituye el núcleo inicial de este proyecto, en la medida en que aborda de manera rigurosa una de las principales dificultades que presenta la caracterización de estos materiales: la evaluación de su respuesta frente a esfuerzos cortantes.

Por tanto se utilizará este documento como referencia principal para desarrollar una revisión y análisis centrado en la caracterización del ensayo y el comportamiento de la probeta durante este mismo. A partir de esta base, el objetivo es reforzar el conocimiento existente sobre el comportamiento a cizalladura en este tipo de materiales y aportar propuestas que permitan perfeccionar el procedimiento de ensayo.

Por tanto, durante este epígrafe se explicará el tipo de material a utilizar, condiciones del ensayo biaxial, la geometría que debe tener la probeta y se analizarán los resultados documentados en el artículo citado anteriormente.

### 2.1 Caracterización del material y probetas empleadas

En el estudio se ha empleado un material compuesto de grafito-epoxi denominado AS4/8552, donde AS4 hace referencia a la fibra de carbono y el 8552 hace referencia a la matriz polimérica de resina epoxy empleada. Conjuntamente da lugar al preimpregnado unidireccional AS4/8552

Se fabricó un panel rectangular de  $500 \times 300 \text{ mm}^2$ , compuesto por cuatro láminas de preimpregnado unidireccional a  $0^\circ$ , obteniéndose un espesor final de  $0,85 \pm 0,02 \text{ mm}$  tras el curado. El proceso de curado se llevó a cabo en autoclave, utilizando bolsa de vacío, a una temperatura de  $180 \text{ }^\circ\text{C}$  y una presión de 7 bar de presión. A partir de este panel se dibujaron probetas cruciformes orientadas a  $45^\circ$ , tal y como se muestra esquemáticamente en la figura. Las probetas se cortaron inicialmente con un disco de diamante y posteriormente se mecanizaron las esquinas circulares mediante fresado hasta obtener la geometría final buscadas. Las dimensiones fueron seleccionadas en función de las características de la máquina de ensayos biaxiales utilizada. [7]



Figura 2-1: Probetas dibujadas en el panel [7]

Con el fin de evitar fallos prematuros en las zonas de sujeción de las mordazas, los extremos de los brazos de las probetas se reforzaron con pestañas fabricadas en laminado de fibra de vidrio. Estas pestañas se unieron mediante un adhesivo curado a también 180 °C. La configuración final de las probetas cruciformes con los tacos para ensayarla se muestra en la siguiente figura.

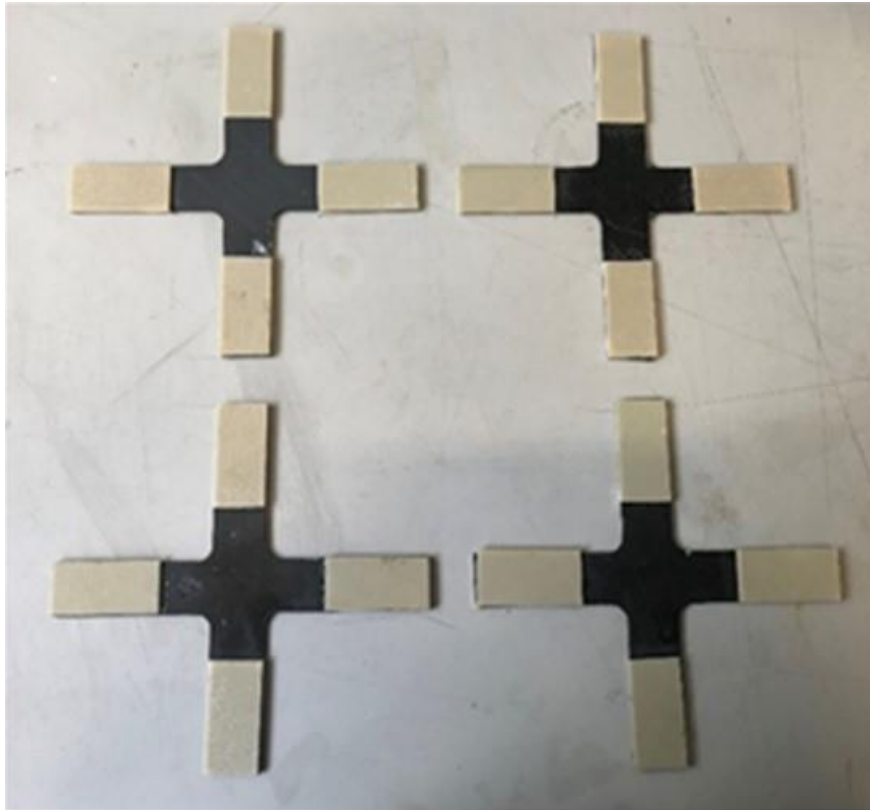
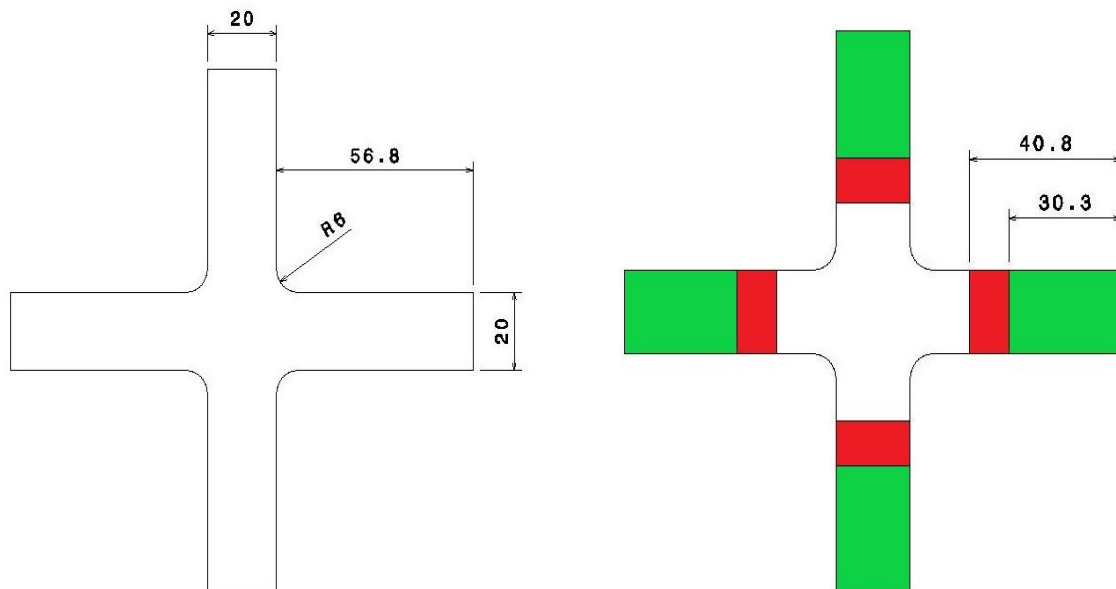


Figura 2-2: Muestra de las probetas terminadas [7]



Figuras 2-3 y 2-4: Esquemas de la probeta con dimensiones en mm. [7]

En la imagen de la derecha el color verde y rojo hace referencia a los tacos necesarios para la realización del ensayo

## 2.2 Descripción del ensayo

El ensayo biaxial se presenta como una metodología avanzada para la obtención de la resistencia a cizalladura. Como su nombre indica, este ensayo consiste en someter a una probeta con una geometría cruciforme a esfuerzos

en dos direcciones ortogonales de manera simultánea. La aplicación de estas cargas permite generar un estado tensional lo más uniforme y puro posible en la zona de la probeta donde se realizan las medidas, con el fin de obtener directamente el módulo de cortadura,  $G_{12}$ , y la resistencia a cortante,  $S$ . Para su aplicación se requiere de una máquina de ensayos biaxial como la que se muestra más adelante. Resumiendo, el ensayo biaxial es una técnica de complejidad moderada debido a que se requiere de una instrumentación precisa y una probeta relativamente sofisticada pero que presenta un gran potencial para la caracterización mecánica en materiales compuestos.

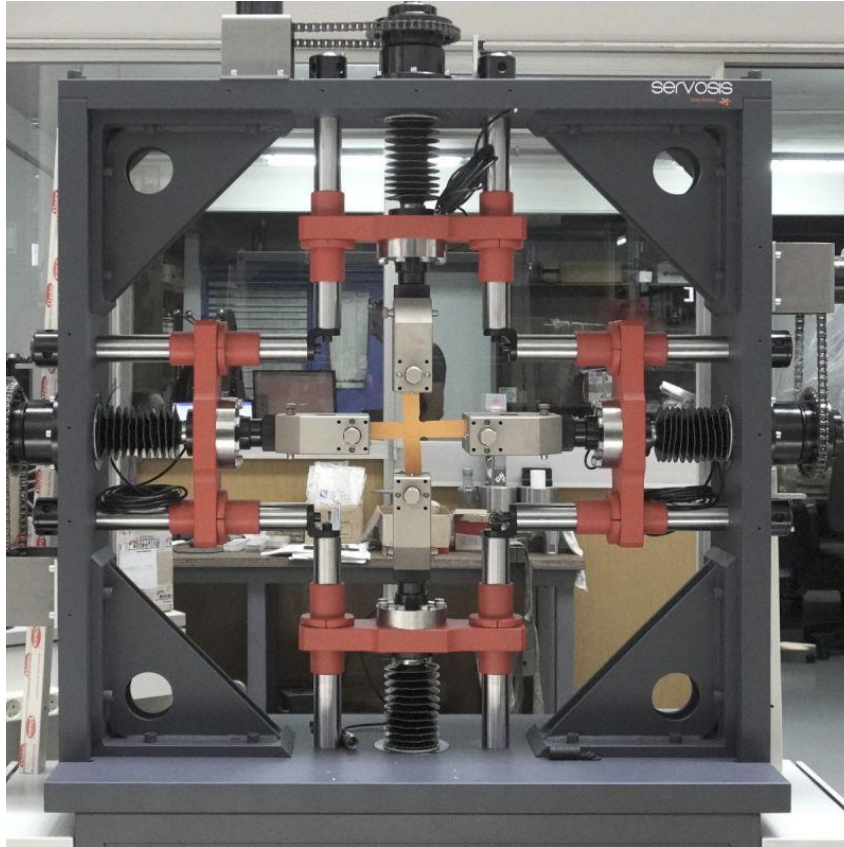


Figura 2-5: Ejemplo de una máquina de ensayos biaxiales [11]

### 2.3 Resultados del ensayo

Los ensayos realizados en el artículo “*Comparison of the shear behavior in graphite-epoxy composites evaluated by means of biaxial test and off-axis tension test*”, elaborado por J. Marín y A. Barroso se centraron en comparar los valores del módulo  $G_{12}$  y de la resistencia a cizalladura  $\sigma_{12}$  con los valores obtenidos con el ensayo off-axis, un ensayo de tracción fuera de ejes que también se utiliza para la caracterización a cizalladura de materiales compuestos. Se realizaron un total de 7 pruebas. A continuación se muestran los especímenes tras la rotura y las gráficas tensión- deformación comparativa de ambos ensayos:

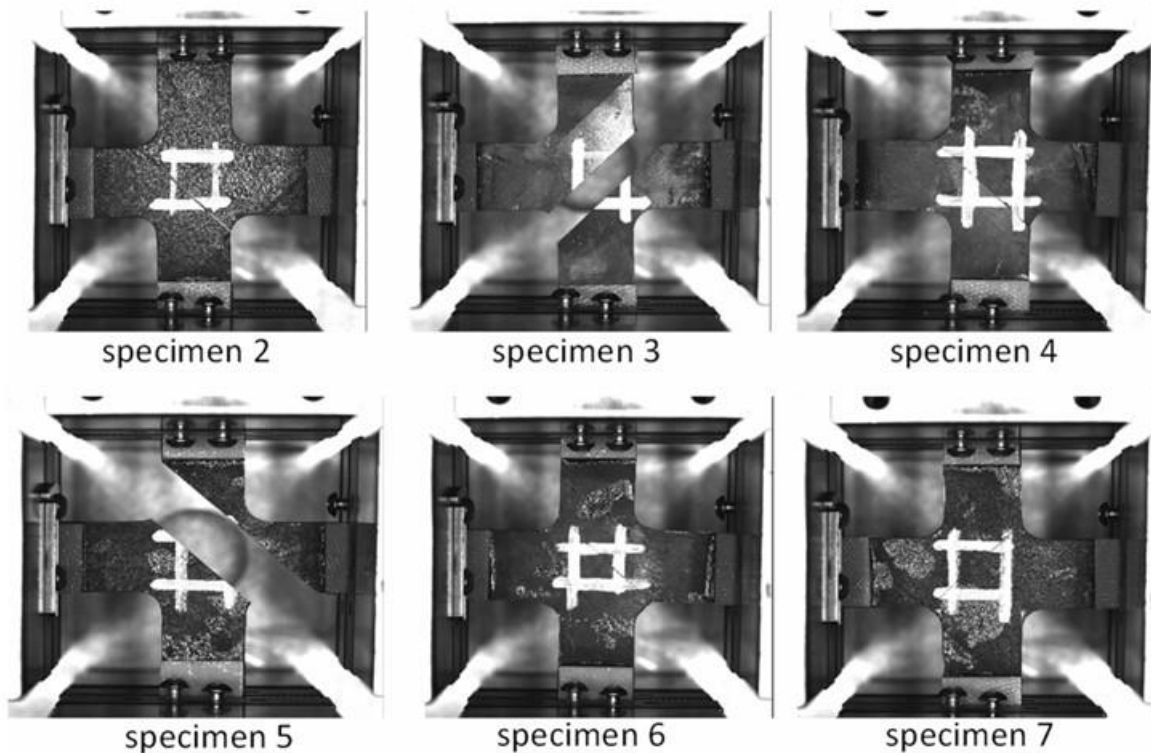
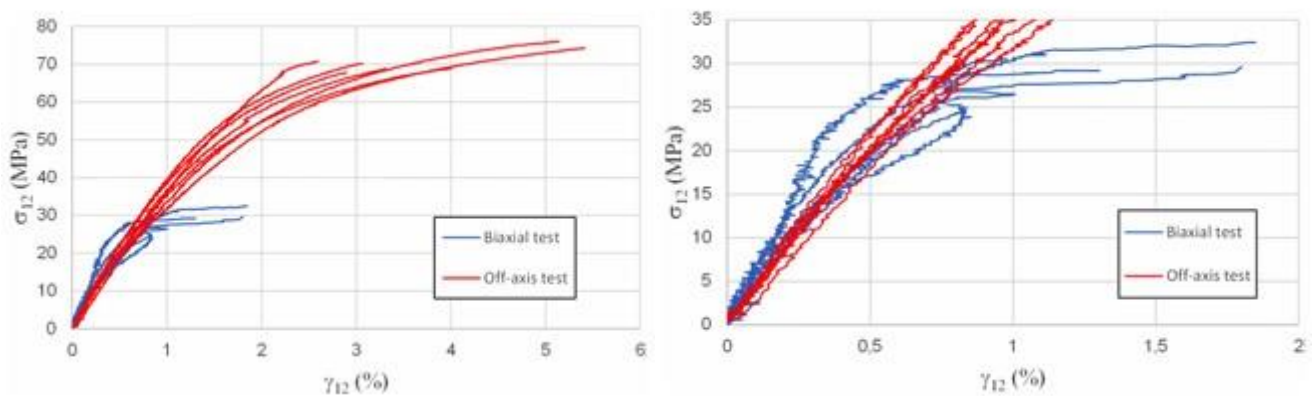


Figura 2-6: Especímenes tras la fractura de hasta 6 ensayos diferentes. [7]



Figuras 2-7 y 2-8: resultados obtenidos [7].

Para el ensayo Off-axis (en rojo) y el ensayo biaxial (en azul) puede observarse como los valores obtenidos en el ensayo biaxial son anormalmente bajos.

El análisis de las gráficas hace indicar que existe algún mecanismo de fractura no asociado a la resistencia a cizalladura que hace que la probeta rompa tempranamente y no se pueda caracterizar el material de forma correcta.

Por esta razón, es que al final del artículo citado, se recurren a los métodos numéricos para averiguar que está sucediendo.

El modelo numérico se realizó con el código comercial de Elementos Finitos ANSYS 2019, utilizando elementos SHELL63 (elemento tipo placa). En la figura 2-10 se muestra la malla del modelo. Se aplicaron condiciones de contorno de desplazamiento en los extremos de los brazos de la geometría cruciforme, con valores iguales: positivos (tracción) en los brazos verticales y negativos (compresión) en los horizontales. En los brazos horizontales se impusieron las condiciones de no desplazamiento en la dirección vertical al igual que se hizo en los verticales con la condición de no desplazamiento horizontal con el fin de simular el sistema de sujeción de la máquina de ensayo [7]. Las propiedades mecánicas del material se tomaron de la referencia fueron:  $E_{11} = 125.159$  GPa,  $E_{22} = 8.112$  GPa,  $G_{12} = 4.423$  GPa,  $\nu_{12} = 0.3$ .

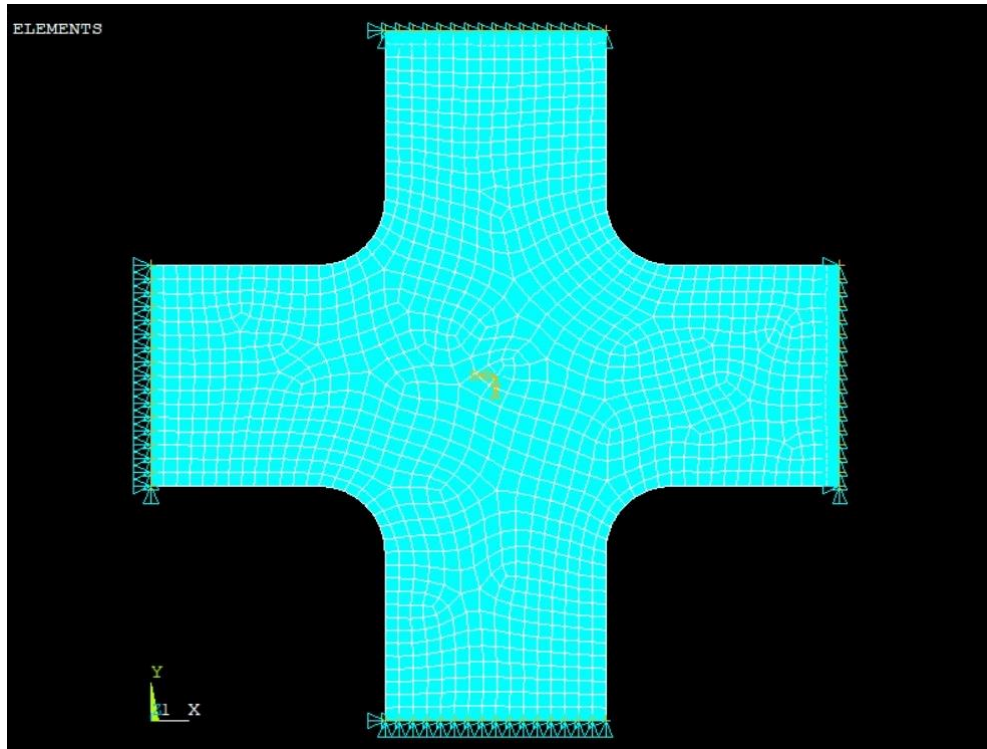


Figura 2-9: Mallado [7]

Las siguientes figuras muestran los diagramas de esfuerzo ( $\sigma_{12}$  y  $\sigma_{22}$ , respectivamente).

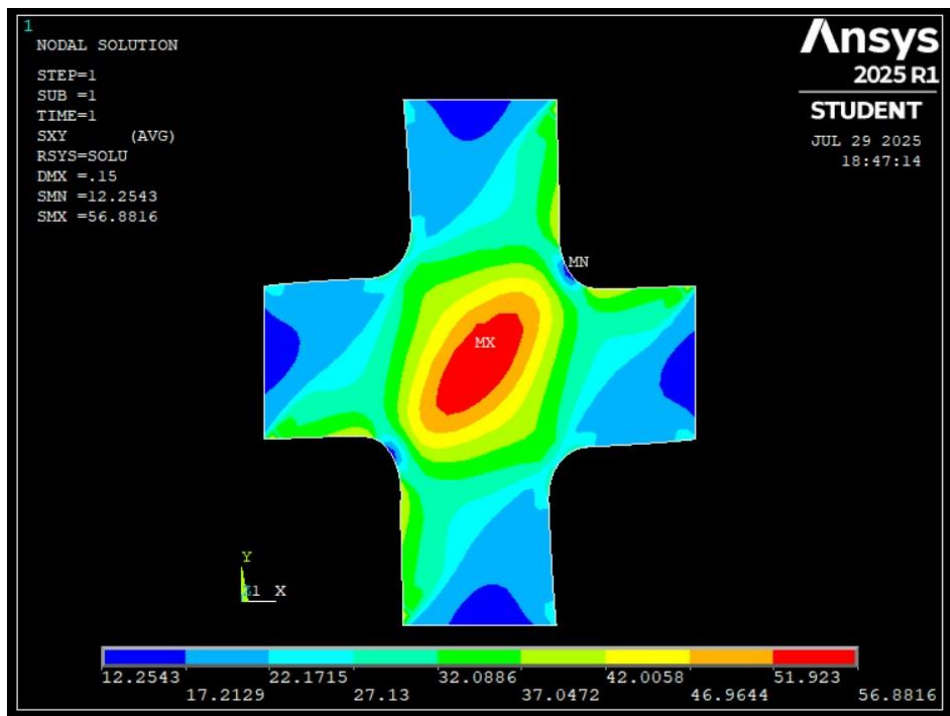


Figura 2-10: esfuerzo cortante  $\sigma_{12}$  [7]

Razonablemente uniforme en la parte central del espécimen, por lo que se representa de manera bastante precisa con el comportamiento cortante del material.

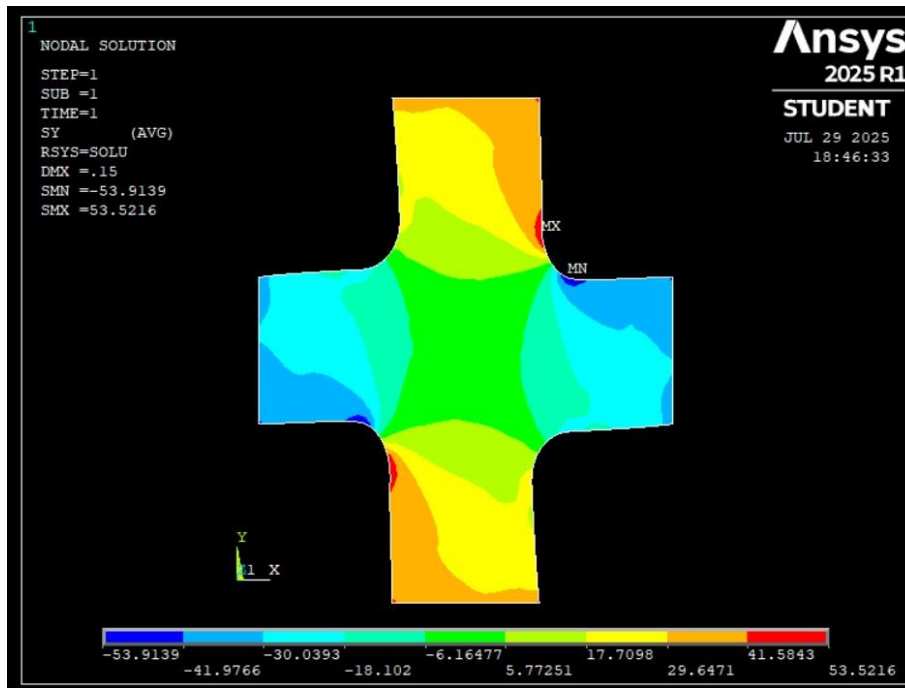


Figura 2-11: esfuerzo  $\sigma_{22}$  [7]

Muestra concentraciones de  $\sigma_{22}$  en la transición entre la parte recta y la parte curva del borde del espécimen (en la parte central de la probeta). Esta concentración de esfuerzos parece ser responsable del fallo prematuro observado en los ensayos experimentales. Estos lugares coinciden con las ubicaciones donde se originaba el fallo, como se pudo observar en la figura x que mostraba los especímenes tras el ensayo.

## 2.4 Conclusiones obtenidas del modelo

Como se ha demostrado en los ensayos y corroborado con el análisis de elementos finitos, el ensayo biaxial tal y como está propuesto es totalmente ineficaz. En consecuencia la motivación y objetivo final del presente trabajo se fundamenta en encontrar la solución al fallo prematuro siguiendo dos vías diferentes:

- a) Modificación de la curvatura de la probeta en la zona de transición donde se alcanzaba el máximo local en la tensión  $\sigma_{22}$ .
- b) Refuerzo de la probeta mediante el cambio de laminado.

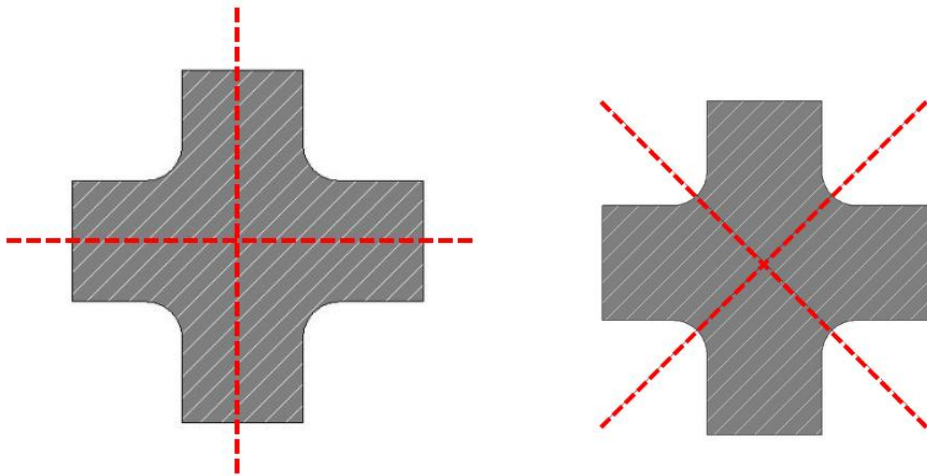
Ambas modificaciones se llevarán a cabo en un modelo simplificado que se mostrará en el siguiente apartado.

# 3 DESARROLLO DEL NUEVO MODELO SIMPLIFICADO

En el presente apartado se plantea un modelo simplificado respecto al estudiado previamente, cuya principal característica es el recorte de su geometría. Este procedimiento se lleva a cabo aprovechando los ejes de simetría y características esenciales de la configuración original, de manera que se elimina parte del modelo de partida sin afectar de forma significativa al comportamiento global del sistema. La finalidad de esta simplificación es doble: por un lado, permite una representación más clara y manejable del caso de estudio y por otro, posibilita que el análisis numérico asociado, mediante el método de elementos finitos, se realice con un coste computacional considerablemente menor. De esta forma, el modelo conserva la información indispensable para describir el problema con precisión, a la vez que optimiza el uso de recursos de cálculo y facilita la evaluación de distintos escenarios sin necesidad de recurrir a configuraciones costosas en tiempo y procesamiento.

## 3.1 Geometría

Si se analiza detenidamente la geometría de la probeta se puede observar que es altamente simétrica pues posee varios ejes simétricos. A continuación se muestran cuáles son dichos ejes:



Figuras 3-1 y 3-2: doble simetría.

Como se aprecia en las imágenes, la probeta cuenta con una doble simetría geométrica en hasta dos casos distintos. Sin embargo, es importante destacar que sólo en la configuración de la derecha también existe simetría en la estructura interna del material. Esto es lo que se conoce como simetría elástica.

De entre las dos configuraciones vistas arriba, se optará por la de la derecha ya que esos planos de simetría elástica coinciden a la con los ejes de ortotropía del laminado y se puede aplicar lo visto en los apartados anteriores.

De esta manera, si hacemos un “corte” por esos planos, la nueva geometría será la siguiente:



Figura 3-3: modelo reducido a un cuarto del modelo original

Es evidente que el modelo reducido y el original no son geoméricamente iguales por lo que se precisará de alguna herramienta adicional para que ambos modelos sean equivalentes. Esto es lo que se verá en el siguiente apartado con la imposición de las condiciones de contorno.

### 3.2 Condiciones de contorno

Las condiciones de contorno son las restricciones o especificaciones que se imponen en los límites de un dominio físico o geométrico para poder resolver un problema matemático o numérico, como los que se plantean en mecánica, transferencia de calor o dinámica de fluidos. Estas condiciones describen cómo interactúa el sistema con su entorno y permiten que las ecuaciones diferenciales que gobiernan el fenómeno tengan una solución única y físicamente coherente [8].

En el marco del nuevo modelo propuesto, la definición de las condiciones de contorno constituye un aspecto fundamental para garantizar que la representación refleje adecuadamente el comportamiento físico del sistema global.

En este nivel de estudio se distinguen dos tipos condiciones de contorno que derivan de la simetría, que es en lo que se ha fundamentado la generación del nuevo modelo. Se describen más adelante estas condiciones:

- **Configuraciones simétricas:** en estos casos las cargas y desplazamientos prescritos presentan la misma simetría respecto al plano o eje de simetría geométrica. Es evidente que si la geometría presenta simetría respecto a un eje y las cargas también, la configuración deformada deberá mantenerla. Para ello deberá cumplirse que los desplazamientos perpendiculares al eje de simetría tienen que ser cero en el eje de simetría.

Respecto al estado tensional se tiene que la tensión en la dirección del eje de simetría también es nula. Esto puede demostrarse suponiendo que el dominio de estudio si se aplica el concepto de tensión y el concepto de simetría se llega a una incoherencia. En la imagen se explica gráficamente este fenómeno:

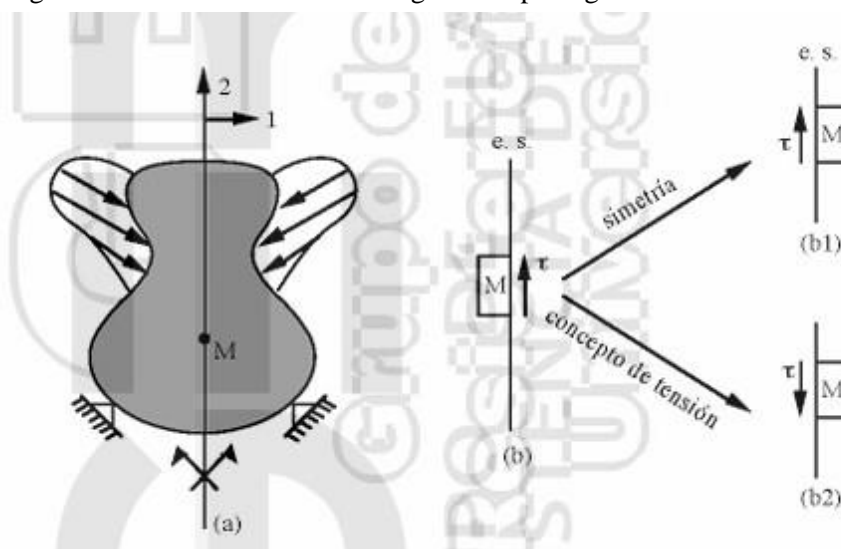


Figura 3-4: dominio simétrico. [5]

En la imagen se representa un dominio simétrico donde el punto M pertenece al eje de simetría. Si se deben cumplir simultáneamente que las tensiones en la dirección del eje a la derecha del punto M deben satisfacer la condición de simetría y el concepto de tensión se llega a la incoherencia mencionada. Es por ello que, la tensión en la dirección del eje debe ser nula. Esta condición de contorno suele conocerse como “apoyo de bolas” y se representa de la siguiente forma:

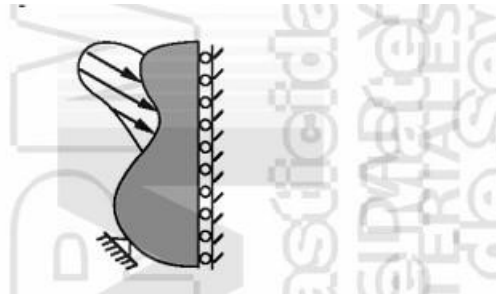


Figura 3-5: Configuración tras aplicar las condiciones de simetría. [5]

- Configuraciones antisimétricas: en estos casos tanto las cargas como los desplazamientos prescritos presentan una distribución y unos valores simétricos pero con signos opuestos respecto al que correspondería por simetría. Si como en el caso anterior, el dominio se divide por un plano, esta vez de antisimetría, se podría generar el resto del dominio primero aplicando simetría y luego invirtiendo el valor de las cargas. Siguiendo ese razonamiento, se llega a la conclusión que los desplazamientos en la dirección del eje son nulos y las tensiones en la dirección perpendicular al eje también lo son. En el siguiente gráfico se demuestra esta conclusión, partiendo de un planteamiento análogo al de las condiciones de simetría del punto anterior:

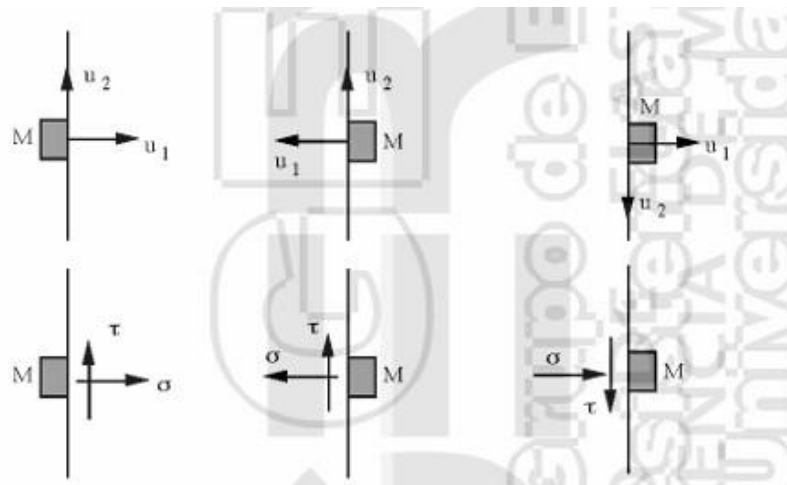


Figura 3-6: configuraciones antisimétricas. [5]

En la imagen se representa un dominio simétrico donde el punto M pertenece al eje de simetría. Análogamente al razonamiento explicado en el apartado de simetría se llega a la conclusión de desplazamientos y tensiones explicadas. Esta condición de contorno se representa de la siguiente forma:

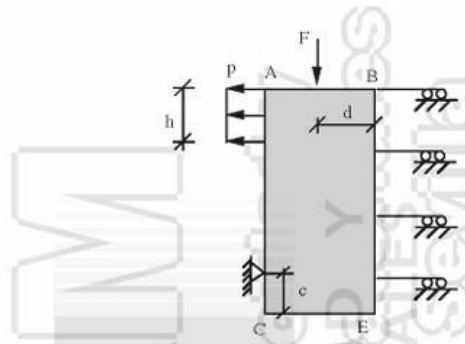


Figura 3-7: Configuración después de aplicar antisimetría [5]

### 3.3 Elaboración del nuevo modelo

Una vez analizadas los tipos de condiciones de contorno, se pasará a ver cómo aplicarlas en nuestro problema. A partir de un examen rápido a nuestro modelo, se observa que colocando la condición de antisimetría en cada uno de los lados inclinados a  $45^\circ$ , podemos recuperar el modelo original tras deshacer dichas simetrías. De esta forma, el caso de estudio que se procederá a analizar mediante los métodos numéricos de elementos finitos es el siguiente:

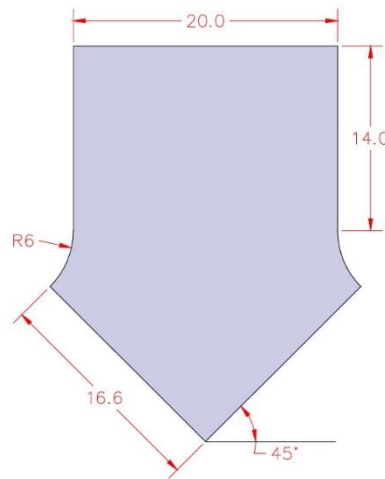


Figura 3-8: esquema de la nueva geometría

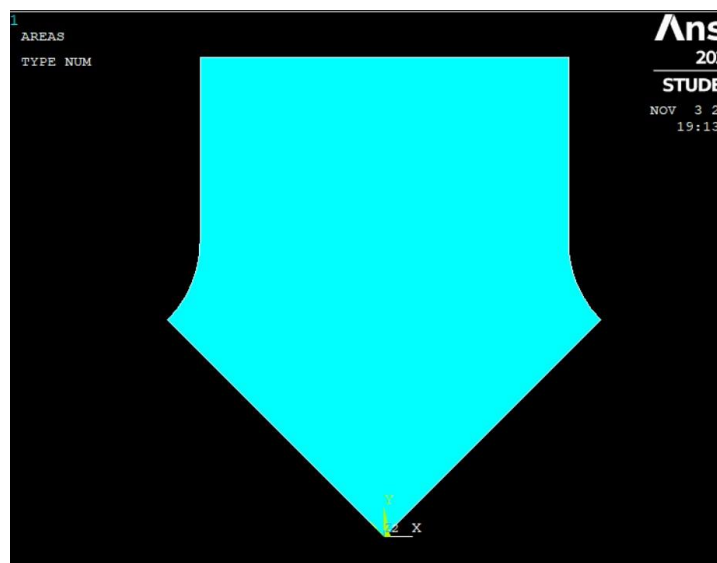


Figura 3-9: modelo generado en ANSYS.

Si se deshace la antisimetría se vuelve al sistema original

Para llevar a cabo el nuevo modelo, una vez generada la geometría, se le asignó un elemento tipo SHELL181 y se creó un nuevo sistema de coordenadas (RSYS=12) orientado a  $45^\circ$  respecto de la vertical sobre el que posteriormente se definió el laminado a  $0^\circ$ , quedando así una geometría con una fibra orientada a  $45^\circ$  al igual que en el ensayo real. Tras ello, de aplico la condición de desplazamiento vertical en la línea superior horizontal de 0.15 mm y se impidieron las rotaciones y el desplazamiento horizontal. Para cumplir con la antisimetría, en las líneas inclinadas a  $45^\circ$  que salen del origen se aplicó la condición de antisimetría.

El código desarrollado para la generación del modelo presentado puede verse en el Anexo A de este documento. Por último, queda comprobar que, efectivamente, el modelo simplificado es equivalente al modelo inicial. Para ello al nuevo modelo se le aplicarán las mismas condiciones que el modelo de partida, debiendo en todo caso de ser los resultados para ambas geometrías los mismos.

### 3.4 Comparación de los resultados obtenidos con el modelo original

Se muestran a continuación los diagramas de tensiones en la dirección de la fibra ( $\sigma_{12}$  y  $\sigma_{22}$ , respectivamente).

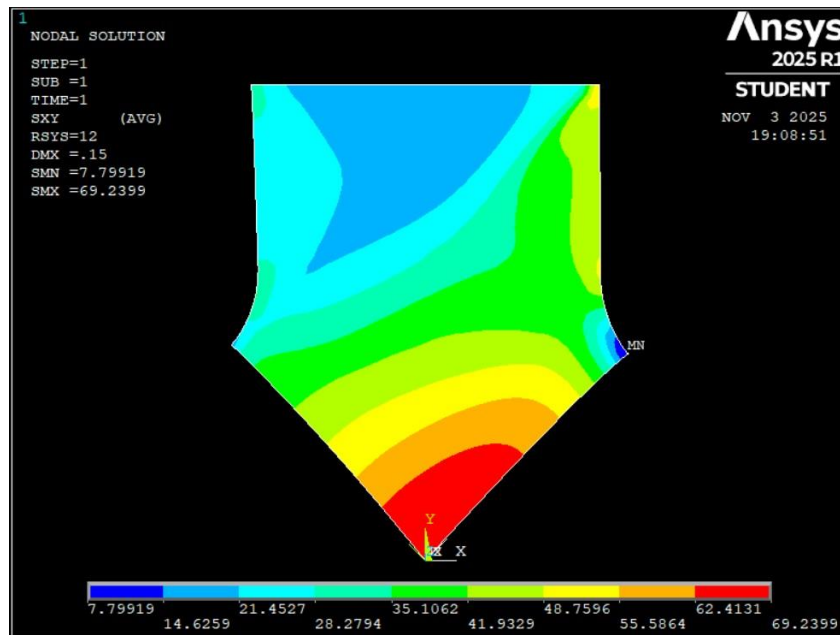


Figura 3-10: esfuerzo cortante  $\sigma_{12}$  en el modelo simplificado

Se observa el esfuerzo cortante  $\sigma_{12}$  razonablemente uniforme en la parte central del espécimen, al igual que para el estudio del modelo completo. Cabe destacar que los resultados corresponden al sistema de referencia  $RSYS=12$ , tal y como se explicó con anterioridad.

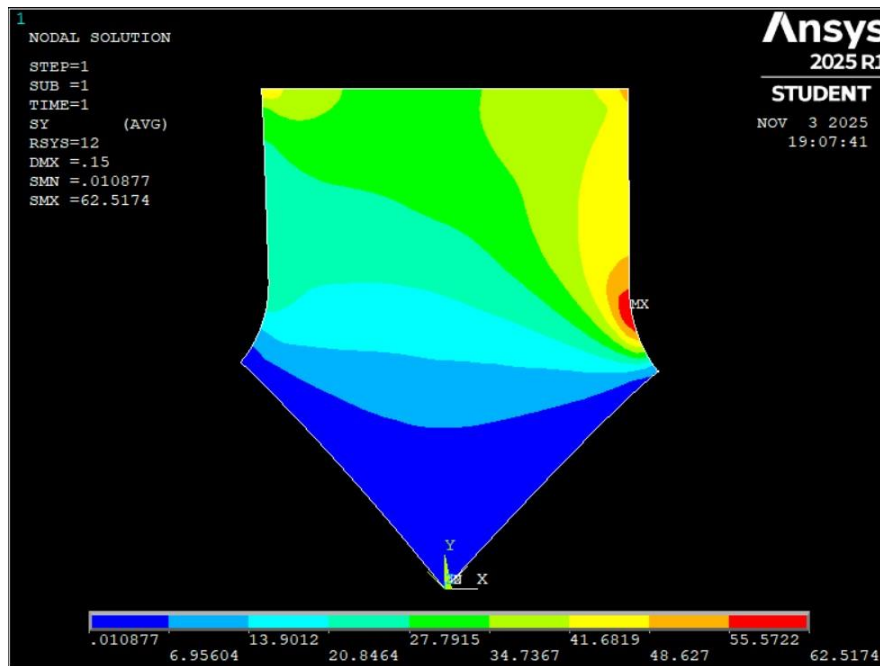


Figura 3-11: esfuerzo  $\sigma_{22}$  en el modelo simplificado

Muestra concentraciones de  $\sigma_{22}$  en la transición entre la parte recta y la parte curva del borde del espécimen al igual que el modelo original.

En conclusión, se puede afirmar que el modelo reducido representa fielmente al modelo completo. A partir de este momento se tomará este como el modelo de estudio y se utilizará para introducir las modificaciones descritas en los próximos apartados.

# 4 MODIFICACIONES A IMPLEMENTAR

**E**n este apartado se van a explicar los métodos que se han llevado a cabo para tratar de solventar el problema visto. Como se citó anteriormente, las dos vías de estudio que se han seguido son las siguientes: a) suavizar el cambio de curvatura donde se produce el máximo en la tensión  $\sigma_{22}$  y b) reforzar la zona donde sucedía el fallo mediante cambio de laminados. A continuación se desglosan cada una de ellas:

## 4.1 Modificación de la curvatura circular de las esquinas de la probeta

Como se comentó en el apartado anterior, se ha observado que la rotura del material se produce en la zona de transición entre la parte recta y la parte circular de la geometría. Este fenómeno sugiere la existencia de una concentración localizada de tensiones en dicha región, lo que provoca que el esfuerzo máximo se alcance en un punto concreto antes de que se puedan hacer las mediciones pertinentes de la tensión tangencial. La presencia de ese cambio brusco de curvatura entre ambas zonas genera discontinuidades geométricas que, desde el punto de vista mecánico, actúan como punto crítico del fallo.

Con el objetivo de mitigar este efecto se propone una primera modificación basada en la suavización de la transición mediante una clotoide. La clotoide, también conocida como espiral de Euler o espiral de Cornu, es una curva cuya principal característica es que su radio de curvatura varía de forma inversamente proporcional a la distancia recorrida desde el origen de coordenadas. Dicho de otro modo, el producto entre el radio de curvatura y el desarrollo del arco de la clotoide en cada punto es igual a una constante. De forma matemática se expresa de la siguiente manera:

$$\rho \cdot s = K^2$$

Donde:

- $\rho$  es el radio de curvatura
- $s$  es el desarrollo del arco medido desde el origen
- $K$  es la constante de la clotoide

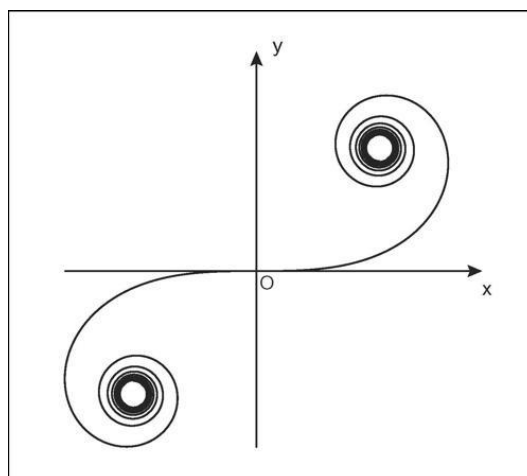


Figura 4-1: Imagen de la clotoide

La fórmula matemática de la clotoide suele encontrarse de forma paramétrica donde sus coordenadas  $(x,y)=S(t)$ ,  $C(t)$ , vienen definidas por las llamadas integrales de Fresnel. No obstante la resolución de estas ecuaciones queda fuera de los objetivos de este trabajo y como se verá posteriormente se ha empleado otro método para calcular los puntos de la clotoide.

$$S(t) = \int_0^t \text{sen}(u^2) du$$

$$C(t) = \int_0^t \text{cos}(u^2) du$$

Emplear esta curva implicará que el paso de la zona recta (curvatura nula) a la zona circular (curvatura constante, en nuestro caso  $r=6$ ) se realiza de manera progresiva, evitando cambios abruptos que puedan inducir a concentraciones de esfuerzos.

La implementación de la clotoide en el diseño de la probeta se plantea, por tanto, como una primera propuesta de mejora con el propósito de reducir el pico de tensión detectado en el modelo inicial. A continuación se evaluará la eficacia de esta solución mediante simulaciones numéricas para cuantificar la disminución de las tensiones máximas y validar si la nueva geometría logra evitar la rotura en la zona de transición.

Por último, y aunque no tenga implicación directa en este trabajo, la física que hay detrás de la geometría de la clotoide está relacionada con que un objeto que recorra esa trayectoria a velocidad constante, sufrirá una aceleración angular igualmente constante. Es por ello que la clotoide es una curva altamente empleada en ingeniería, por ejemplo, en el diseño de carreteras o ferrocarriles donde se quiera realizar la transición entre un tramo recto y otro con una determinada curvatura.

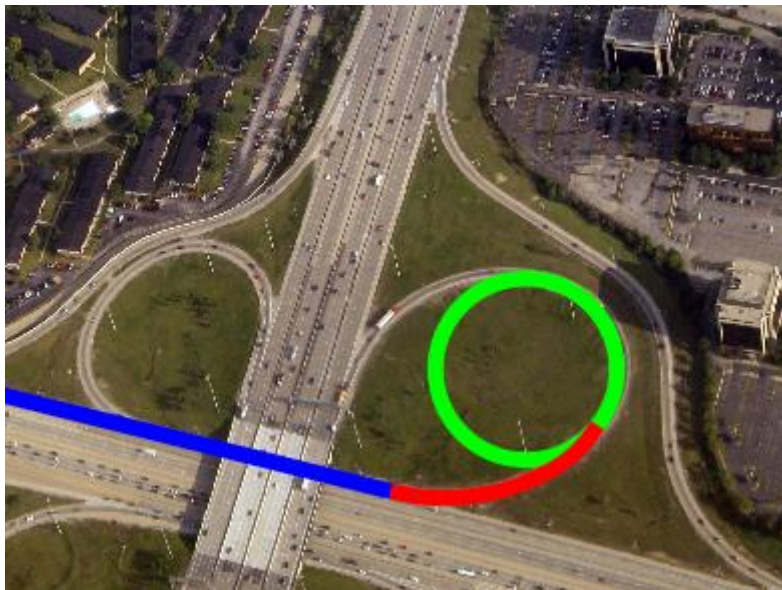


Figura 4-2: Ejemplo de uso de una clotoide para conectar un tramo recto con uno circular. [9]

En nuestro caso, se deberá sustituir el tramo circular por un tramo de clotoide. Este tramo está formado por un octavo de circunferencia, es decir que barre un ángulo de  $45^\circ$ . Para ello, la estrategia a seguir será la siguiente: primero, a partir de unas fórmulas paramétricas que dependen del ángulo barrido, se obtendrán las coordenadas  $(x,y)$  de la clotoide. Por lo tanto obtendremos un total de 45 puntos, uno por cada ángulo. Posteriormente, se procederá a trasladar los puntos colocando el origen de coordenadas de la clotoide en el punto donde acaba el tramo recto y se inicia la transición al curvo en la probeta. Por último, se deberá ajustar la constante  $K$  de la clotoide de forma que el punto final acabe en la recta de  $45^\circ$  que conforma un plano de antisimetría de nuestro modelo. Esto se consigue cuando el último punto de la clotoide tenga las coordenadas  $x$  e  $y$  iguales.

Las fórmulas paramétricas son las siguientes:

$$x = K \cdot \sqrt{2\theta} \cdot \left(1 - \frac{\theta^2}{10} + \frac{\theta^4}{216} - \frac{\theta^6}{9360}\right)$$

$$y = K \cdot \sqrt{2\theta} \cdot \left( \frac{\theta}{3} - \frac{\theta^3}{42} + \frac{\theta^5}{1320} - \frac{\theta^7}{75600} \right)$$

Donde:

K es la constante de la clotoide

$\theta$  es el ángulo barrido en radianes

La representación de estos puntos es la siguiente:

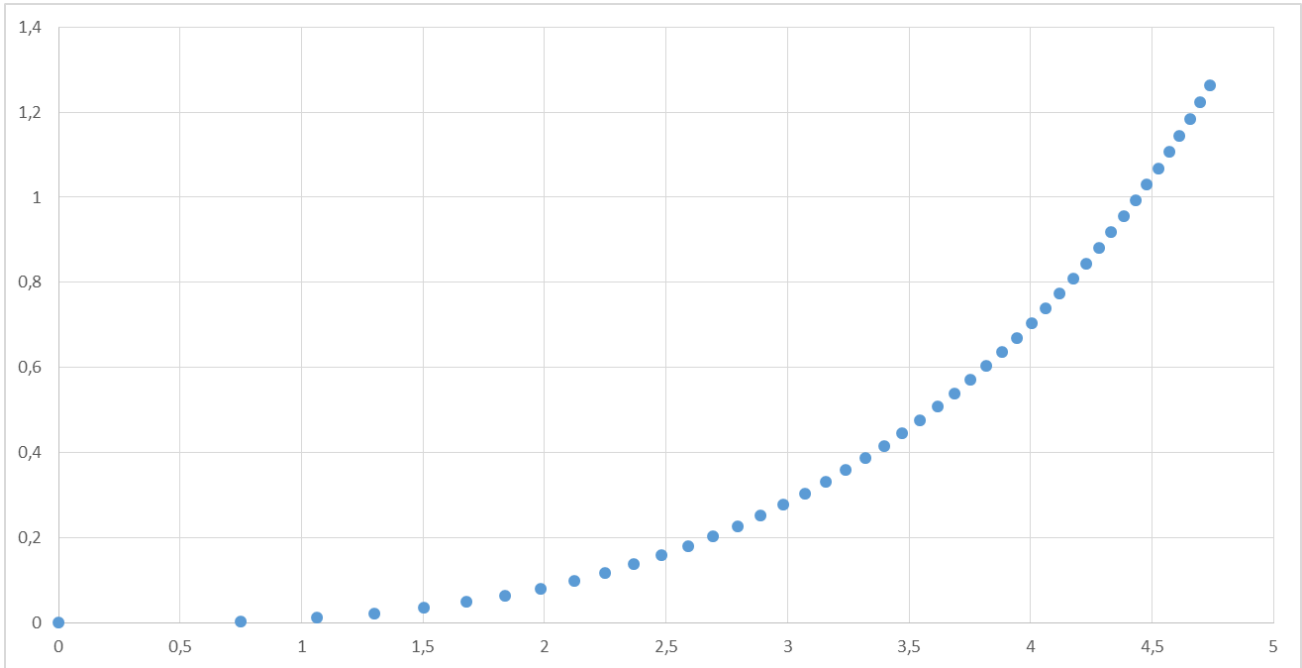


Figura 4-3: puntos de la clotoide

La nueva geometría de la probeta será la siguiente:

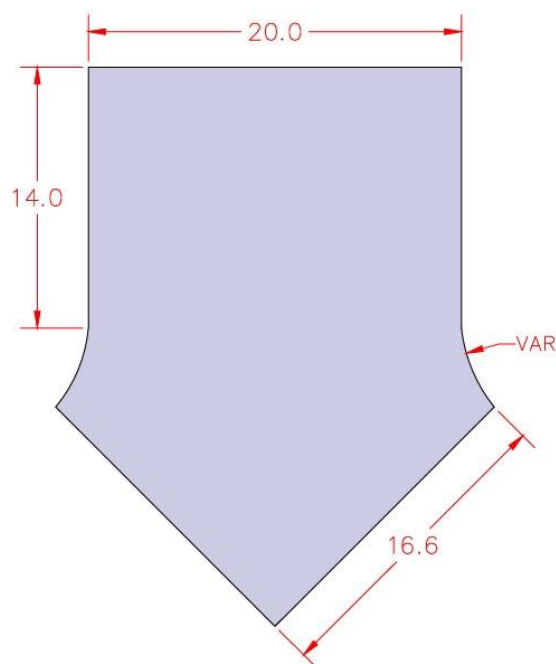


Figura 4-4: esquema de la geometría empleando la clotoide.

Como puede verse es el mismo caso que anteriormente solo que ahora el radio de curvatura varía a lo largo de las esquinas de la probeta.

Para generar el nuevo modelo en ANSYS, se seguirán los medios explicados anteriormente con la salvedad que en este caso se introducirán directamente los puntos de la clotoide la generar la geometría. Se seguirá manteniendo el tipo de elemento, definición del apilado, mallado, etc. El código para la generación del modelo puede verse en el Anexo A de este documento. Se muestra a continuación como queda la nueva geometría:

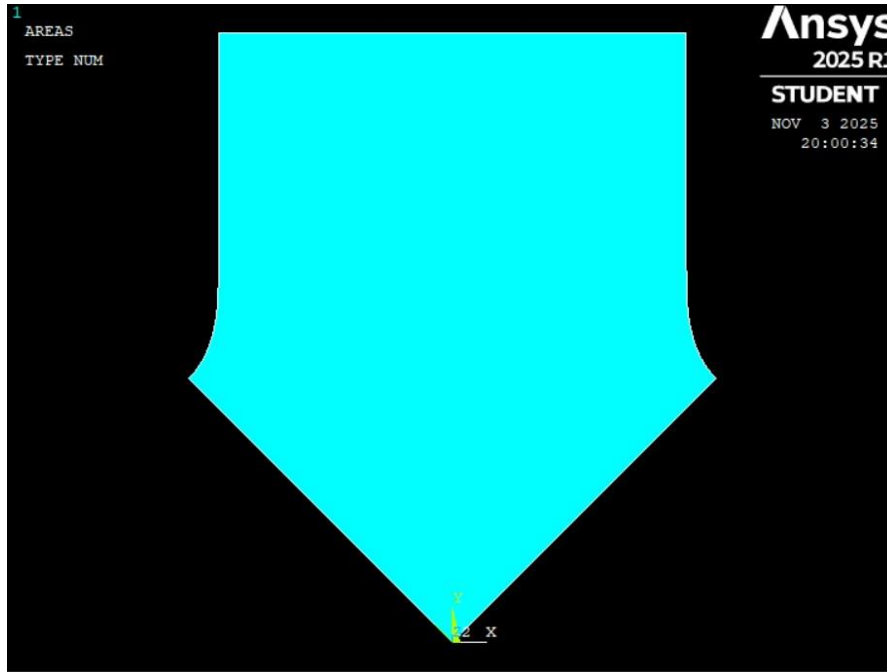
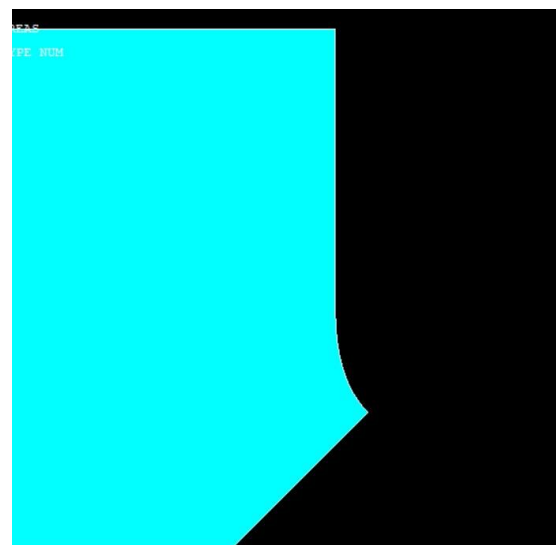
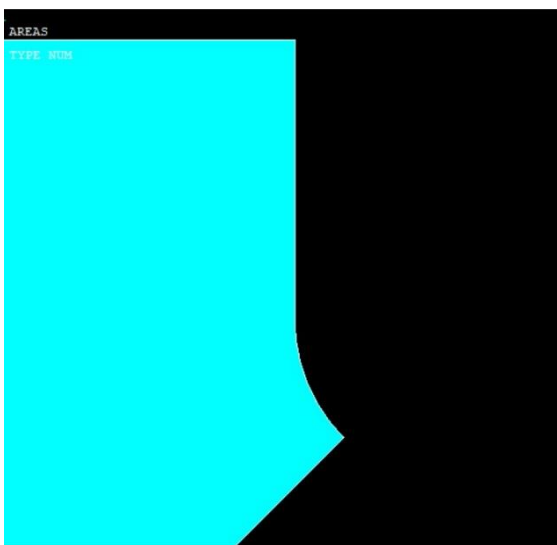


Figura 4-5: Nueva geometría con la curvatura suavizada.

Se observa que la clotoide inicia al final del tramo recto y termina en la recta inclinada  $45^\circ$  que coincide con uno de los dos planos de antisimetría.

A continuación una comparación con la geometría circular anterior para que se observen las diferencias:



Figuras 4-6 y 4-7: Comparación entre el modelo con la geometría circular y el modelo con la curvatura suavizada.

Se observa como la transición entre el tramo recto y el tramo curvo es menos brusca en la imagen de la derecha.

## 4.2 Resultados obtenidos. Comparación con el modelo original

Se presentan los resultados obtenidos en el modelo con la modificación de la curvatura de las esquinas:

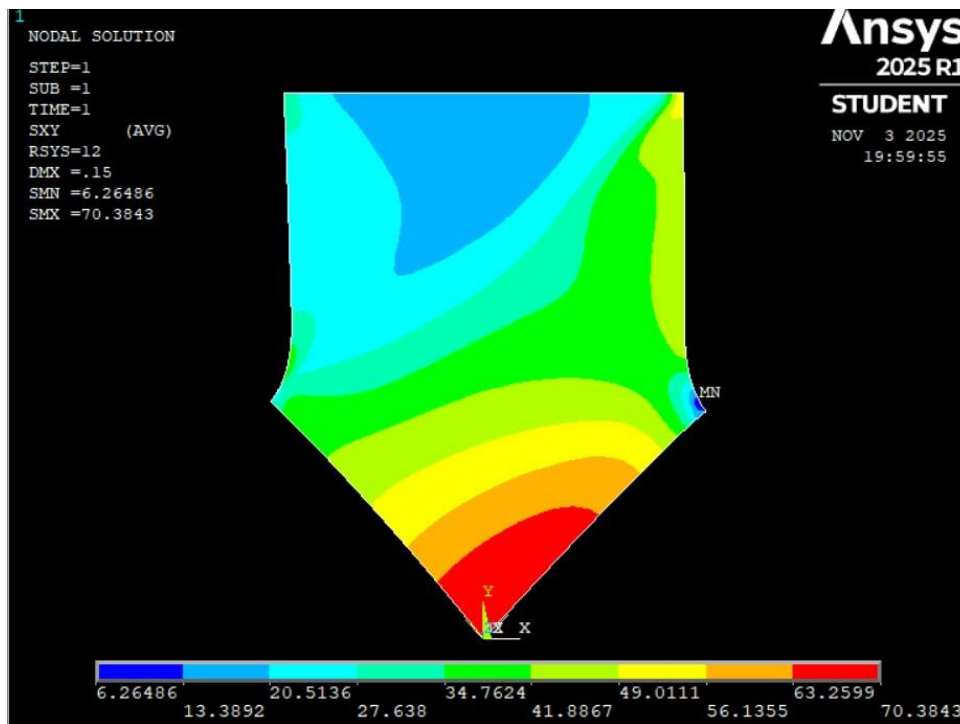


Figura 4-8: distribución de tensiones  $\sigma_{12}$  con clotoide.

Se observa cómo se sigue manteniendo en la zona central un esfuerzo cortante uniforme.

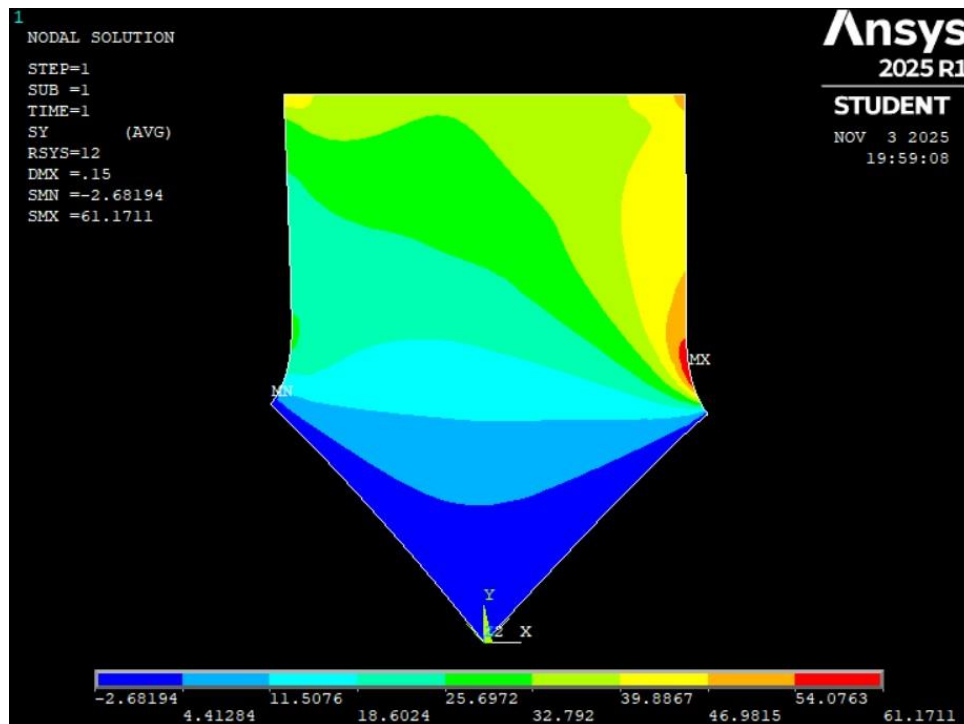


Figura 4-9: distribución de tensiones  $\sigma_{22}$  con clotoide.

Sigue apareciendo el concentrador de tensión en la misma zona.

Los resultados obtenidos muestran que no se produce un cambio muy significativo en las tensiones. La zona crítica situada en la transición entre el tramo recto y el curvo mantiene prácticamente la misma localización que en el

modelo original. Asimismo, los valores máximos de tensión no experimentan una disminución significativa, pasando de 62,51 MPa a 61,17 MPa, lo que indica que la suavización geométrica llevada a cabo no es eficaz para mitigar el problema identificado.

Descartada esta solución, se analizará en el siguiente apartado si la implementación de un refuerzo en la probeta mediante un cambio de laminado podrá ofrecer una solución al caso de estudio.

### 4.3 Refuerzo mediante el cambio de laminado

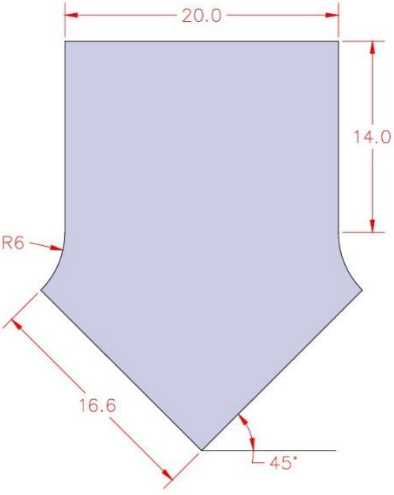
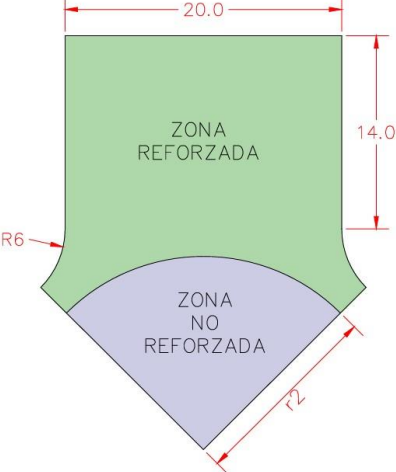
Con el fin de abordar este problema desde otra perspectiva, se plantea una segunda propuesta basada en la introducción de un refuerzo mediante el cambio de laminado en la zona en la que se produce el máximo de tensión y que conlleva la rotura prematura de la probeta. La idea consiste en modificar la secuencia de apilado incorporando capas adicionales en la región, de modo que las capas adicionales ayuden a reducir las tensiones. Esta estrategia es habitual en la ejecución de ensayos mecánicos de piezas fabricadas con materiales compuestos.

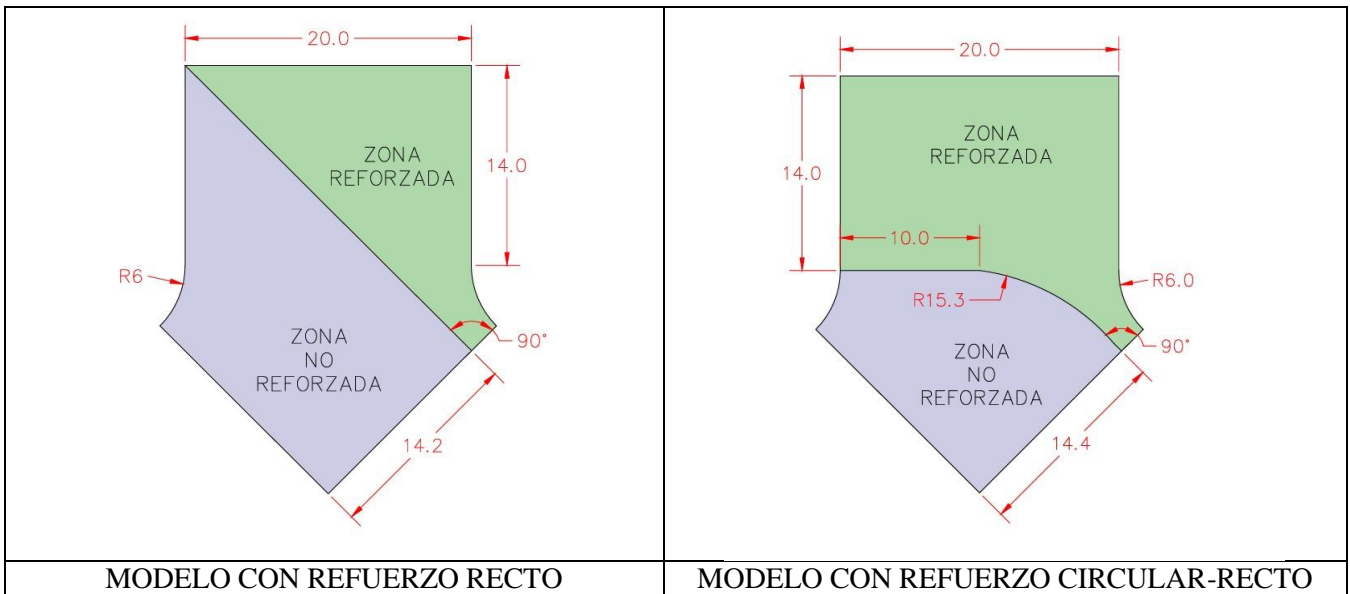
El refuerzo puede ejecutarse de diversas maneras: añadiendo capas unidireccionales en la dirección principal de carga, incorporando tejidos biaxiales que repartan las tensiones en distintas direcciones, redistribuyendo la secuencia de apilado para mejorar la resistencia a esfuerzos combinados, etc. En cualquier caso, el objetivo será incrementar la capacidad resistente del material justo en la zona comprometida, de forma que la probeta no presente un punto débil que condicione su comportamiento global. Al adaptar la orientación y distribución de las fibras al estado real de cargas, se incrementa la resistencia local y se minimiza la aparición de daños prematuros, ofreciendo una solución eficaz para mejorar el rendimiento estructural del componente.

Más adelante se evaluará la efectividad del refuerzo propuesto mediante análisis numéricos y comparaciones con las configuraciones originales. Estos estudios permitirán cuantificar la reducción en la tensión máxima y determinar si el refuerzo es una solución al problema planteado inicialmente. En resumen, la modificación del laminado en la zona de conflicto constituye, a priori, una alternativa válida para el problema en cuestión.

En el presente trabajo se han llevado a cabo hasta tres configuraciones distintas con el fin de identificar la solución más eficiente. Para cada una de estas geometrías se analizaron varias secuencias de laminado y distintos apilados, buscando la combinación óptima entre orientación de fibras, espesor aportado y compatibilidad con el flujo real de cargas. Este estudio numérico permitió comparar cómo afecta cada variante tanto al comportamiento como a la aparición de tensiones máximas en la zona de transición, proporcionando una base sólida para seleccionar las configuraciones más prometedoras en fases de análisis detallado. En la siguiente tabla pueden verse esquemas de los refuerzos empleados con sus dimensiones acotadas (en mm).

Tabla 4-1: esquemas de los diferentes refuerzos.

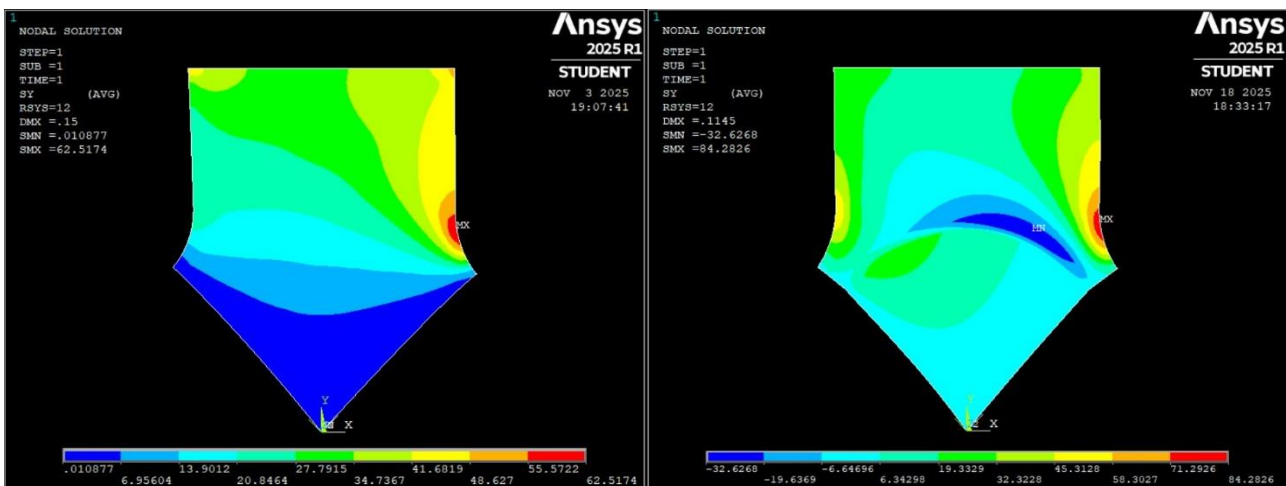
	
MODELO SIN REFUERZO	MODELO CON REFUERZO CIRCULAR



Se procede a explicar cómo se han llevado a cabo estos refuerzos:

- **Refuerzo circular:** consiste en colocar un refuerzo dejando un círculo en la zona central de la probeta para no alterar el estado tensional de  $\sigma_{12}$ . De esta forma, la zona donde no hay refuerzo será una zona circular con un radio paramétrico  $r_2$ , que podremos variar a placer en el modelo numérico elaborado.
- **Refuerzo recto:** consiste en colocar un refuerzo que salga desde la esquina superior izquierda del brazo superior de la probeta hasta la cara inclinada en la que se encuentra el plano de antisimetría. Estos dos puntos se unen con una recta. Es fundamental que en la cara del plano antisimetría la recta entre perpendicular para que al deshacer la simetría no se formen esquinas angulosas.
- **Refuerzo circular-recto:** consiste en un caso intermedio entre los dos anteriores. El refuerzo empieza siendo circular y termina acabando paralelo a la línea horizontal superior. Este caso se realiza con el fin de ahorrar material de refuerzo respecto al caso circular.

Antes de pasar a ver los resultados obtenidos con los refuerzos es fundamental analizar una configuración con refuerzo y otra sin refuerzo ya que lo que ocurre será la base sobre la que se analizarán los resultados obtenidos en las diferentes pruebas realizadas a cada uno de los diferentes refuerzos. Se muestra a continuación una foto de la distribución de las tensiones  $\sigma_{22}$  en la configuración original (sin refuerzo) y en una configuración en la que sí se ha puesto un refuerzo.



Figuras 4-10 y 4-11: Ejemplo de resultados con refuerzo.

En la imagen de la izquierda se puede observar los resultados de  $\sigma_{22}$  obtenidos en el apartado 3. En la imagen de la derecha se muestran los resultados obtenidos habiendo reforzado la probeta con láminas de fibra de vidrio.

Como puede verse, la distribución de las tensiones no experimenta un gran cambio, de hecho, se sigue manteniendo la concentración de tensión en la zona de transición del tramo recto al circular. Ahora bien, si centramos la atención en el valor de la tensión en ese punto, puede observarse que ha pasado de ser de 62.51 MPa a 84.28 MPa, lo que puede inducir a pensar que el refuerzo es contraproducente. Se explica a continuación que está ocurriendo y porque la tensión se eleva al poner un refuerzo.

Imaginemos que tenemos dos muelles (llamémoslos 1 y 2 por simplicidad), con una constante de rigidez  $k_1$  y  $k_2$  respectivamente, siendo  $k_2 > k_1$  en todo caso. Si ahora alargamos cada uno de los muelles la misma distancia (pongamos  $x$ ), como  $k_2$  es mayor, la fuerza que deberá de haberse aplicado (o tensión) será siempre mayor en el muelle 2 que en el muelle 1. Si ahora cambiamos los muelles por las dos configuraciones anteriores, como a ambas se les ha impuesto un mismo desplazamiento, las tensiones en el caso con refuerzo son mayores. Es por ello que no podemos comparar directamente las tensiones obtenidas con el caso original. Para solucionar esto, se deberá aplicar un razonamiento diferente.

En cada caso se obtendrá la fuerza media que se aplica en el brazo superior de la probeta y dividiendo esta fuerza entre el ancho del brazo de la probeta obtendremos una tensión media ( $\sigma$ ) para cada prueba ejecutada (se ha supuesto un espesor de 1 en todos los casos por simplicidad) Esta tensión media que nos servirá para adimensionalizar las tensiones en los diferentes casos. Una vez obtenidas las tensiones máximas de  $\sigma_{12}$  y  $\sigma_{22}$ , se dividirán para cada caso entre la tensión media aplicada ( $\sigma$ ) obteniendo los coeficientes adimensionales que hemos llamado  $XY$  e  $Y$  respectivamente. En resumen, los coeficientes adimensionales serán los siguientes:

$$XY = \frac{\sigma_{12}}{\sigma}$$

$$Y = \frac{\sigma_{22}}{\sigma}$$

Tras ello se calculará el coeficiente adimensional  $Z$  dividiendo ambos números adimensionales. Este número indicará la relación entre  $\sigma_{12}$  y  $\sigma_{22}$ , siendo esta relación más dispar cuanto menor sea  $Z$

$$Z = \frac{XY}{Y}$$

Ahora sí nos encontramos en condiciones de comparar ese coeficiente  $Z$  para los diferentes casos ya que este número  $Z$  es el cociente de dos números adimensionales que han sido calculados dividiendo la tensión obtenida en ANSYS y la tensión media aplicada para cada uno de los casos.

Se pasará ahora a ver los resultados de los refuerzos que se han llevado a cabo:

➤ REFUERZO CIRCULAR:

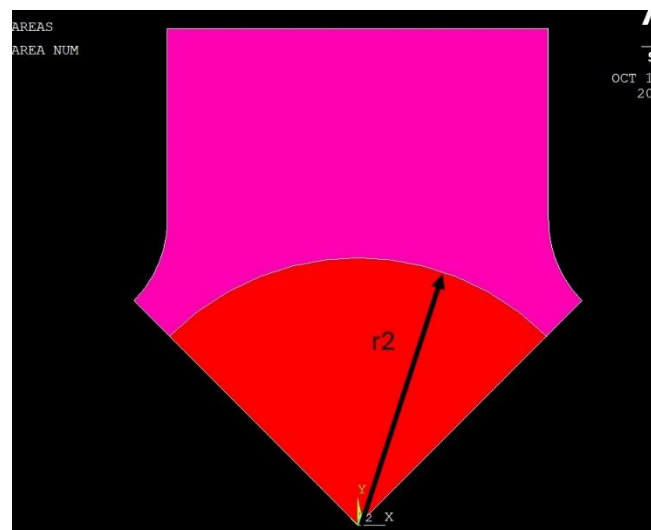


Figura 4-12: refuerzo circular.

En la imagen se aprecian dos zonas. La zona de color rojo corresponde a la zona donde el material queda sin refuerzo y la zona rosa será la reforzada. Se ha señalado el parámetro  $r_2$  comentado anteriormente. Para este caso  $r_2=14\text{mm}$ .

Cabe destacar que la zona donde se producía el fallo queda en la zona reforzada.

Se presentan en la siguiente tabla las diferentes pruebas llevadas a cabo y los resultados obtenidos. Cada una de las filas de la tabla corresponde a una configuración. Se especifica el material con el que se ha reforzado, la orientación de este refuerzo respecto al eje Y del sistema cartesiano global (tomando 0° como la vertical) y el espesor de cada una de las láminas. Los materiales de refuerzo empleados son de dos tipos: tejido de fibra de vidrio Woven- Epoxi y el propio material de la probeta, fibra de carbono AS4/8552. Por ejemplo, el caso 1 de la tabla se ha reforzado con tejido de fibra de vidrio, la orientación es a 0° y cada lámina de refuerzo tiene un espesor de 1mm. El “//” hace referencia a la zona del material original. Quedaría en este ejemplo, en la zona del refuerzo, una lámina de 1mm de tejido de fibra de vidrio a 0°, el material original de 0.85mm de espesor orientado a 45° y otra lamina de fibra igual que la primera.

Tabla 4-2: Pruebas realizadas con el refuerzo circular

CASO	r2 (mm)	Tensión $\sigma_{22}$ (MPa)	Tensión $\sigma_{12}$ (MPa)	Fuerza FY (N)	Tensión media $\sigma$ (MPa)	Coefficiente Y	Coefficiente XY	Coefficiente Z
1 Sin refuerzo	-	62,5174	69,24	1067,3	53,365	1,1715	1,2975	0,9029
2 Tejido fibra de vidrio (0°/0° , 1mm)	14	110,414	113,982	2174,2	108,71	1,0157	1,0485	0,9687
3 Tejido fibra de vidrio (45°//45° , 1mm)	14	90,32	100,646	1845,6	92,28	0,9788	1,0907	0,8974
4 Fibra de carbono (90°//90° , 1mm)	14	259,387	298,123	2763,9	138,195	1,8770	2,1573	0,8701
5 Fibra de carbono (0°//0° , 1mm)	14	71,6464	113,024	1881,3	94,065	0,7617	1,2016	0,6339
6 Fibra de carbono (45°//45° , 1mm)	14	49,1472	99,418	1746,4	87,32	0,5628	1,1385	0,4943
7 Fibra de carbono (0/90°//90/0° , 0,5mm)	14	113,7	195,83	2812,4	140,62	0,8086	1,3926	0,5806
8 Fibra de carbono (45°/-45°// -45°/45° , 0,5mm)	14	33,7804	100,85	1934,6	96,73	0,3492	1,0426	0,3350
9 Fibra de carbono (45°/-45°// -45°/45° , 1mm)	14	40,4366	109,275	2387,1	119,355	0,3388	0,9155	0,3700
10 Fibra de carbono (45°/-45°// -45°/45° , 0,5mm)	10	19,4011	110,082	2674,2	133,71	0,1451	0,8233	0,1762
11 Fibra de carbono (45°/-45°// -45°/45° , 0,5mm)	5	21,12	115,39	3775,1	188,755	0,1119	0,6113	0,1830

De los resultados de la tabla podemos obtener las siguientes conclusiones:

- El refuerzo de tejido de fibra de vidrio no es suficientes para reducir el coeficiente Z para el caso sin refuerzo.
- Las láminas a 45° y -45° son mejores que a 0° o a 90°. Comparación de los casos 7 y 8.
- En base a lo anterior se ha propuesto el refuerzo de 45°/-45°// -45°/45°, obteniéndose una reducción considerable del coeficiente Z.
- Comparando los casos 8 y 9 se ha visto que aumentar el espesor de las láminas no ayuda a reducir el coeficiente Z.
- Disminuir r2 (aumentar el área de refuerzo) sí que tiene una gran influencia. No obstante, esos casos (10 y 11) se descartan por ser inviables para la realización del ensayo ya que no quedaría suficiente espacio para colocar la banda extensiométrica.

- El mejor caso para este refuerzo es el 8. El coeficiente Z se reduce de 0,9029 a 0,335.

➤ REFUERZO RECTO:

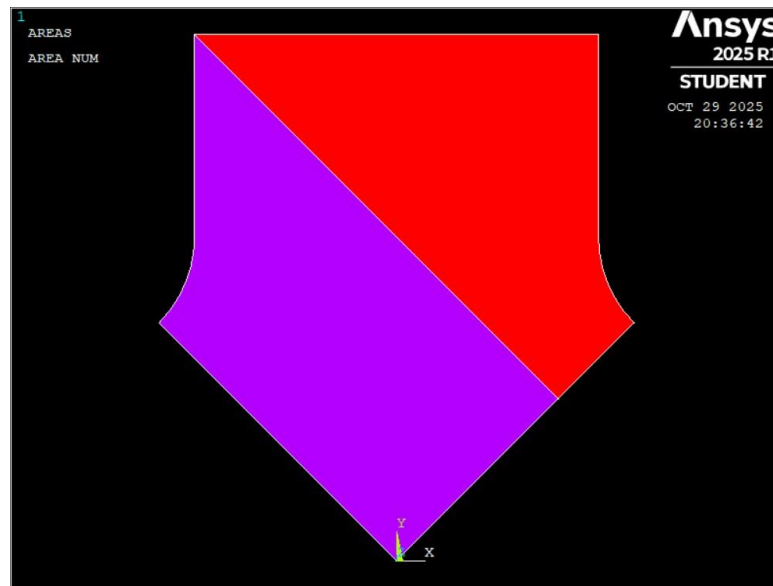


Figura 4-13: refuerzo recto.

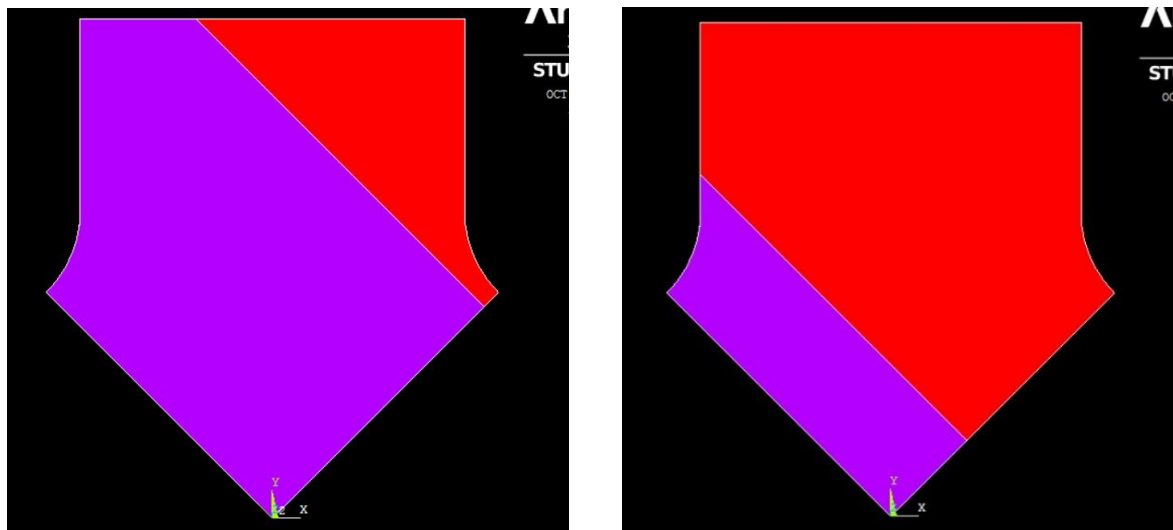
El área morada representa el material sin refuerzo y el área rojo la zona reforzada. Nótese que en el plano de antisimetría la línea que delimita la zona reforzada llega perpendicular. La tabla de resultados es la siguiente:

Tabla 4-3: Pruebas realizadas con el refuerzo recto

CASO	Refuerzo	Tensión $\sigma_{22}$ (MPa)	Tensión $\sigma_{12}$ (MPa)	Fuerza FY (N)	Tensión media $\sigma$ (MPa)	Coficiente Y	Coficiente XY	Coficiente Z
1 Sin refuerzo	-	62,51	69,24	1067,3	53,365	1,1715	1,2975	0,9029
2 fibra de vidrio a 0°//0°, 1mm	1	88,23	103,27	1886,1	94,305	0,9356	1,0951	0,8544
3 fibra de vidrio a 45°//45°, 1mm	1	75,81	97,08	1676,6	83,83	0,9043	1,1581	0,7809
4 fibra de carbono a 90°//90°, 1mm	1	196,41	205,134	2290,8	114,54	1,7148	1,7909	0,9575
5 fibra de carbono a 0°//0°, 1mm	1	51,28	90,69	1623,1	81,155	0,6319	1,1175	0,5654
6 fibra de carbono a 45°//45°, 1mm	1	44,40	98,425	1604,5	80,225	0,5535	1,2269	0,4512
7 fibra de carbono a 45°//45°, 1mm	2	39,00	85,3286	1371,7	68,585	0,5687	1,2441	0,4571
8 fibra de carbono 0/90//90/0, 0.5mm	1	69,96	132,725	2263,1	113,155	0,6183	1,1729	0,5271
9 fibra de carbono 45/-45//45/45, 0.5mm	1	35,31	96,07	1739,8	86,99	0,4059	1,1044	0,3675
10 fibra de carbono 45/-45//45/45, 0.5mm	2	30,48	85,74	1457,6	72,88	0,4182	1,1765	0,3555
11 fibra de carbono 45/-45//45/45, 0.5mm	3	41,68	123,87	2372,9	118,645	0,3513	1,0440	0,3365
12 fibra de carbono 45/-45//45/45, 1mm	2	30,60	97,415	1565,9	78,295	0,3908	1,2442	0,3141
13 fibra de carbono 45/-45//45/45, 1mm	3	46,33	138,21	2997,1	149,855	0,3092	0,9223	0,3352

De los resultados de la tabla podemos obtener las siguientes conclusiones:

- El refuerzo de tejido de fibra de vidrio vuelve a no ser suficiente para reducir el coeficiente Z.
- El caso 9 con el refuerzo de 45°/-45°//45°/45°, sigue siendo el mejor. El coeficiente Z se reduce de 0,9029 a 0,3675.
- Los refuerzos llamados 2 y 3 que se presentan a continuación, aunque sí que reducen un poco Z, no son viables por los siguientes motivos: en el refuerzo 2 será complicado imponer la condición de contorno en la línea horizontal superior. En el refuerzo 3 no quedaría espacio para la banda extensiométrica.



Figuras 4-14 y 4-15: Otras configuraciones.

La figura de la izquierda representa el caso 2 de la tabla y la derecha el caso 3.

➤ REFUERZO CIRCULAR-RECTO:

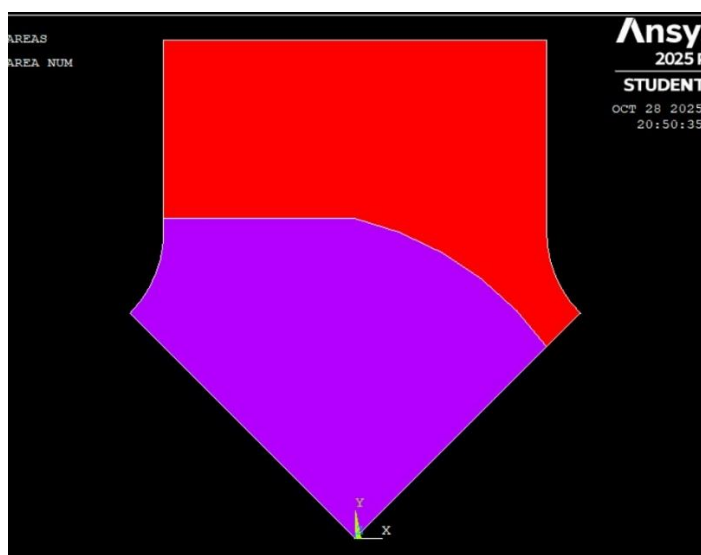


Figura 4-16: refuerzo circular recto.

La tabla de resultados se muestra a continuación:

Tabla 4-4: Pruebas realizadas con el refuerzo circular-recto

CASO	Tensión $\sigma_{22}$ (MPa)	Tensión $\sigma_{12}$ (MPa)	Fuerza FY (N)	Tensión media $\sigma$ (MPa)	Coefficiente Y	Coefficiente XY	Coefficiente escalado Z
1 Sin refuerzo	62,5174	69,24	1067,3	53,365	1,1715	1,2975	0,9029
2 fibra de vidrio a 0°/0°,1mm	76,02	103,99	1619,9	80,995	0,9386	1,2839	0,7310
3 fibra de vidrio a 45°/45°,1mm	64,81	92,14	1577,9	78,895	0,8215	1,1679	0,7034
4 fibra de carbono a 0°/0°,1mm	62,99	93,115	1467,9	73,395	0,8582	1,2687	0,6765
5 fibra de carbono a 90°/90°,1mm	167,82	157,26	1811	90,55	1,8533	1,7367	1,0671
6 fibra de carbono a 45°/45°,1mm	51,006	92,09	1515	75,75	0,6733	1,2157	0,5539
7 fibra de carbono a 0/90°//90/0°, 0,5 mm	76,056	114,47	1776,1	88,805	0,8564	1,2890	0,6644
8 fibra de carbono a 45/-45°//45/45°, 0,5 mm	53,29	92,81	1555,1	77,755	0,6854	1,1936	0,5742
9 fibra de carbono a 45/-45°//45/45°,1 mm	62,18	102,57	1674,5	83,725	0,7427	1,2251	0,6062

De los resultados de la tabla podemos obtener las siguientes conclusiones:

- El refuerzo de tejido de fibra de vidrio vuelve tampoco es viable en este caso.
- No se reduce tanto el coeficiente Z con este refuerzo.
- El refuerzo de 45°/-45°//45°/45°, sigue siendo el que mejor resultados da. No obstante, este refuerzo no parece tener tanto potencial como los anteriores.
- Comparando los casos 8 y 9 se observa que tampoco es viable en este caso aumentar el espesor de las láminas de refuerzo.

Tras realizar la comparación detallada de los distintos casos analizados, se ha identificado una serie de casos que destacan por encima del resto. En el siguiente apartado se estudiarán de forma individual cada uno de ellos. Este análisis será fundamental para determinar cuáles son las alternativas más adecuadas en función de los criterios establecidos y se presentarán las conclusiones derivadas del estudio.

# 5 DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

A lo largo de este apartado se hará un resumen de los mejores resultados obtenidos durante el trabajo y se explicarán detalladamente las conclusiones a las que se han llegado con el objetivo de dar pie a desarrollar estos modelos en la realidad para poder llevar a cabo el ensayo, que, a fin de cuentas en la finalidad de este proyecto.

En base a los resultados de las tablas anteriores se llega a la conclusión que el mejor refuerzo para el caso circular es el número 8, para el refuerzo recto será el caso 9 y para el refuerzo circular-recto será nuevamente el 8. Se pasará ahora a estudiar cada caso de una forma más cercana a la realidad. Para ello, en este punto del trabajo definiremos los valores reales de resistencia del material y modificaremos el desplazamiento impuesto en los modelos numéricos para que muestren en cada caso dichos valores reales. Los valores típicos de resistencia del material AS4/8552 son los siguientes:

- Resistencia a la tracción en la dirección perpendicular a las fibras  $Y_t \sim 50$  MPa.
- Resistencia a cizalladura  $S \sim 77$  MPa.

Es decir, que cuando se alcancen los 77 MPa en  $\sigma_{12}$ , la tensión  $\sigma_{22}$  no debe de superar los 50 MPa. Para comprobar esto lo que se hará será lo siguiente: en cada uno de los casos más idóneos para los tres tipos de refuerzo, se escalará el valor de la condición de contorno en desplazamiento (que inicialmente valía 0.15mm) para que la tensión tangencial  $\sigma_{12}$  en el centro de la probeta sea de 77 MPa. Una vez hecho esto se pasará a ver la tensión  $\sigma_{22}$  máxima obtenida. A continuación se muestran los resultados:

- Refuerzo circular:

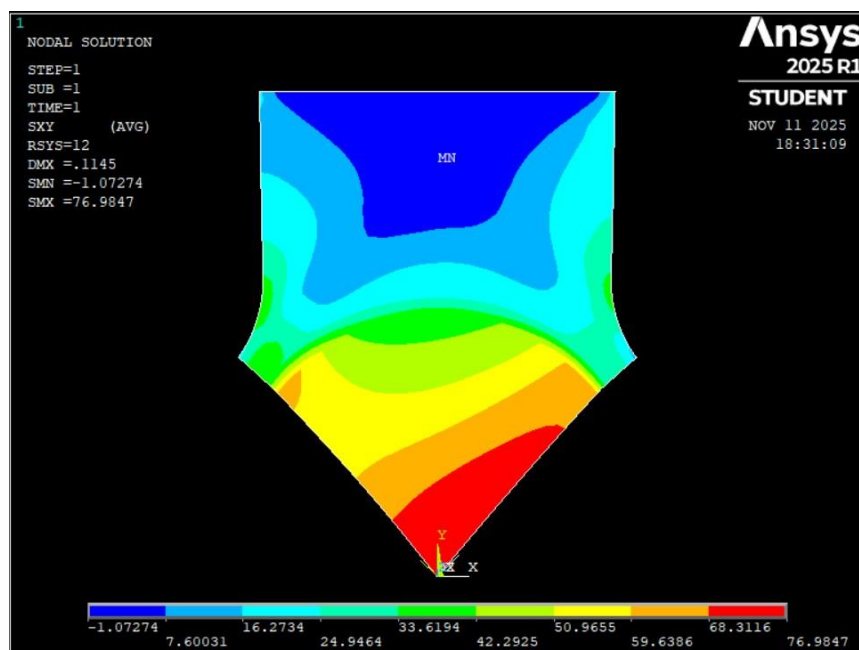


Figura 5-1: distribución de tensiones  $\sigma_{12}$  con refuerzo circular.

Con el desplazamiento escalado a 0.1145 mm la tensión en el centro de la probeta es de 77 MPa.

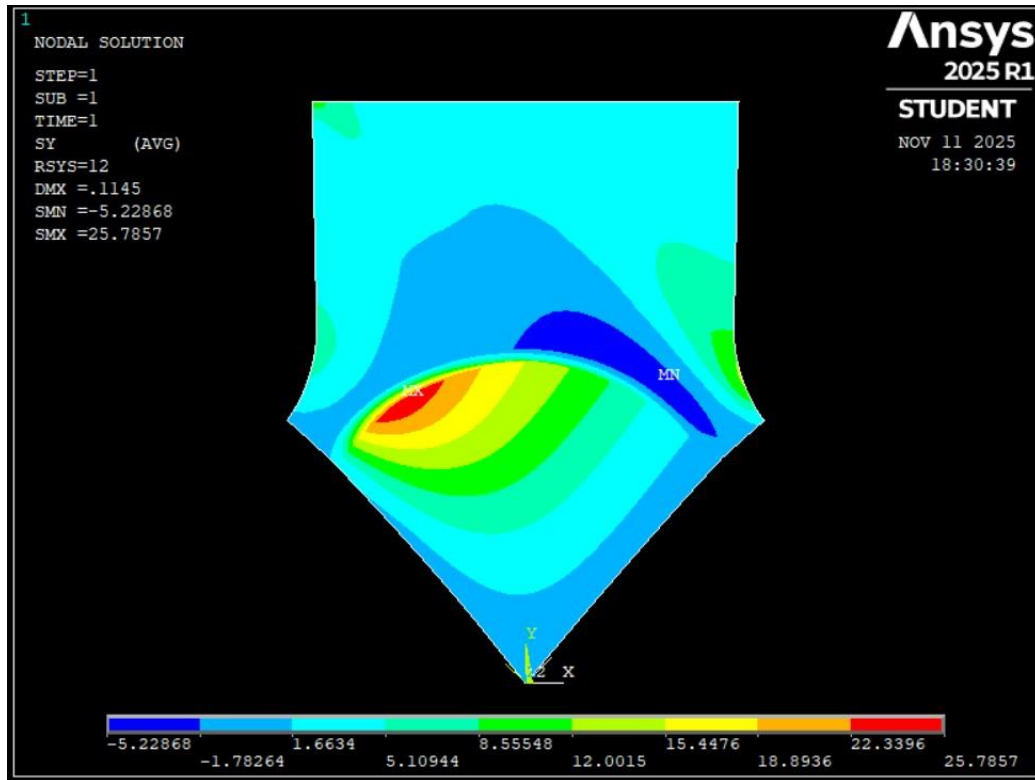


Figura 5-2: distribución de tensiones  $\sigma_{22}$  con refuerzo circular.

Puede observarse que la tensión máxima es de 25.78 MPa. Nótese también que el máximo de tensión ya no se encuentra en la zona de transición del tramo circular al recto sino en la zona límite del refuerzo. En cualquier caso, la tensión que se ha tenido en cuenta para la elaboración de las tablas del Apartado 4 siempre es la máxima obtenida.

- Refuerzo recto:

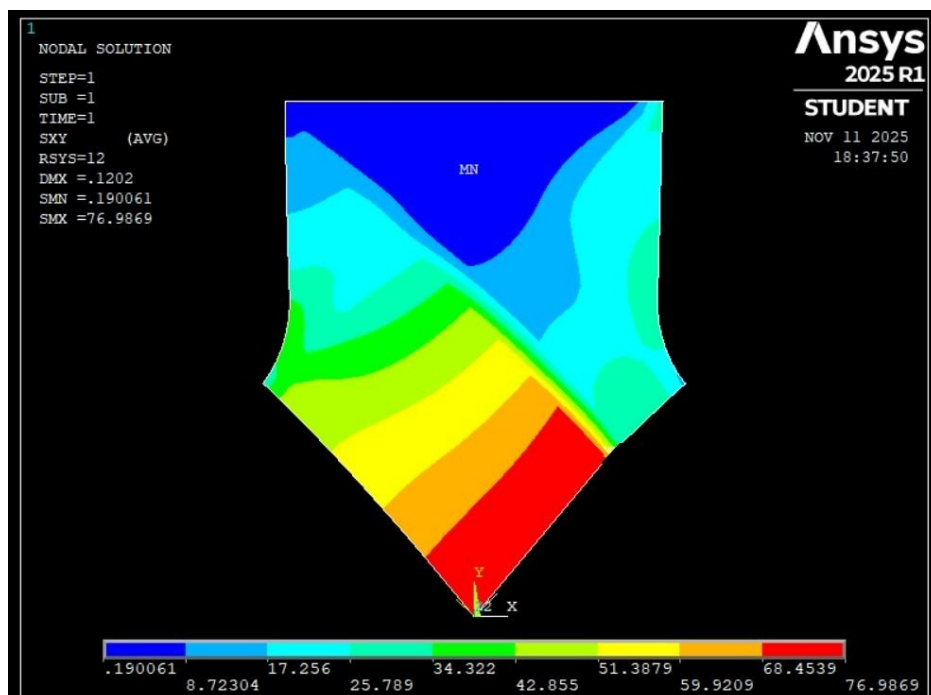


Figura 5-3: distribución de tensiones  $\sigma_{12}$  con refuerzo recto.

Como en el caso anterior la tensión  $\sigma_{12}$  es de 77 MPa. Esta vez el desplazamiento es 0.1202 mm.

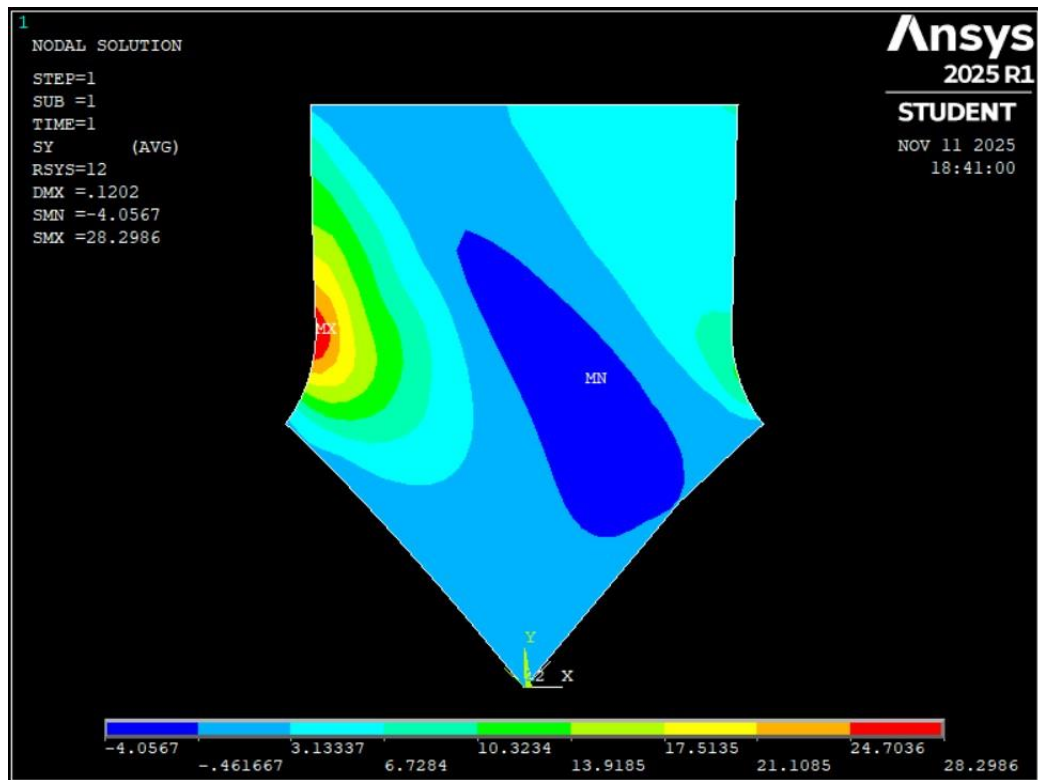


Figura 5-4: distribución de tensiones  $\sigma_{22}$  con refuerzo recto.

Puede observarse que la tensión máxima es de 28.29 MPa. Para este caso el máximo de tensión se desplaza a la otra esquina.

- Refuerzo circular-recto:

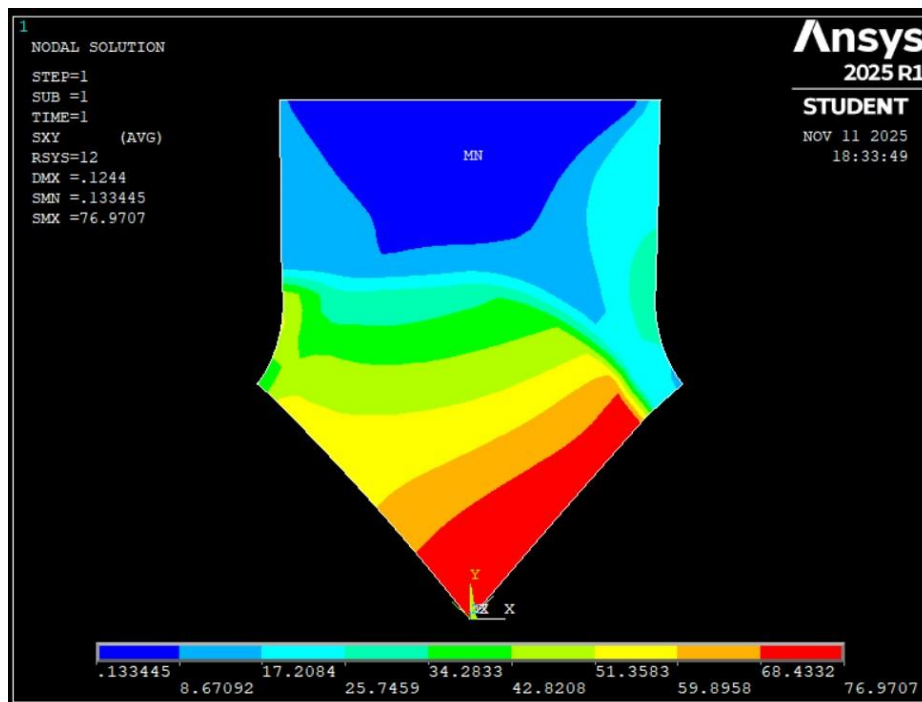


Figura 5-5: distribución de tensiones  $\sigma_{12}$  con refuerzo circular-recto.

Una vez más la tensión  $\sigma_{12}$  es de 77 MPa. En este caso el desplazamiento impuesto es 0.1244 mm.

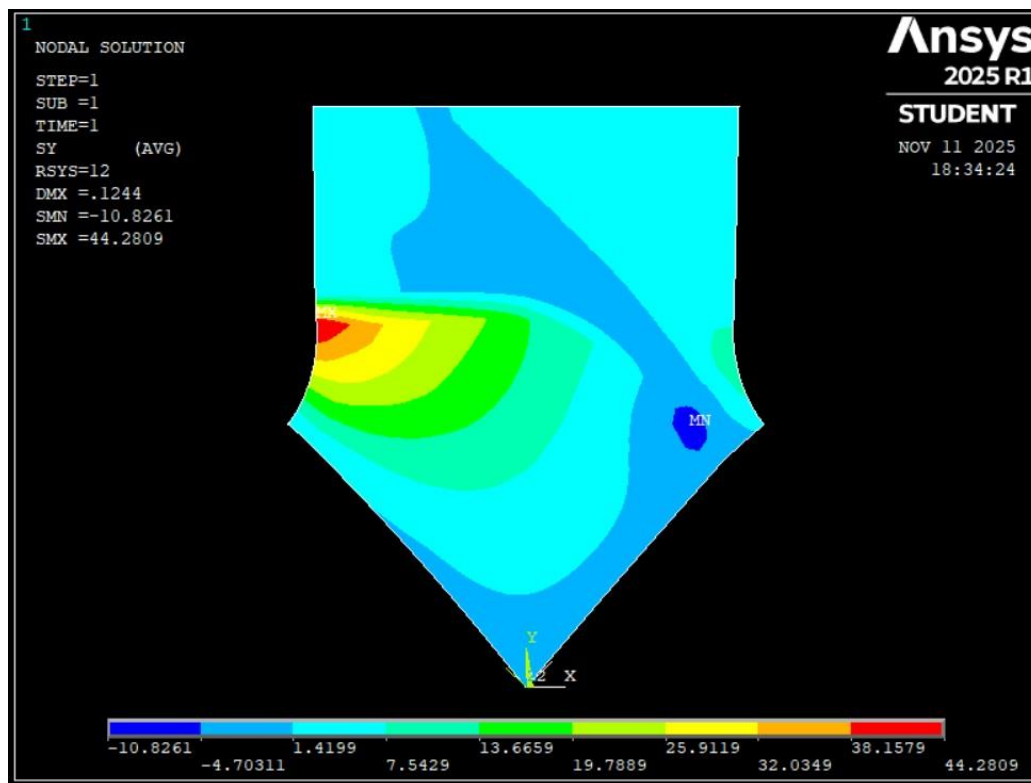


Figura 5-6: distribución de tensiones  $\sigma_{22}$  con refuerzo circular-recto.

Puede observarse que la tensión máxima sube hasta los 44.28 MPa. Ahora el máximo vuelve a localizarse en la frontera entre la zona con refuerzo y sin refuerzo.

Los tres códigos empleados en los casos expuestos pueden verse en el Anexo A de este trabajo.

# 6 CONCLUSIONES Y ESTUDIOS FUTUROS

---

**T**ras el análisis detallado de las tres alternativas propuestas puede afirmarse que el objetivo principal del trabajo, que era reducir la tensión que provocaba el fallo prematuro, se ha cumplido satisfactoriamente. Los modelos desarrollados han permitido identificar configuraciones de refuerzo capaces de disminuir de manera significativa las concentraciones de tensión, mejorando así el comportamiento del diseño inicial.

Es cierto que entre los tres casos seleccionados en la fase final del estudio, el refuerzo de geometría circular-recta se posiciona como la opción menos favorable al ofrecer los peores resultados en términos de reducción de tensiones. Las otras dos alternativas muestran un rendimiento superior y se plantean como soluciones viables para futuras fases de desarrollo.

Este trabajo se ha desarrollado íntegramente mediante modelos numéricos, es por ello que, como principal línea de investigación futura, se propone la realización de los ensayos experimentales con probetas que incorporen los refuerzos analizados en este trabajo. Esta validación permitirá confirmar si las reducciones de tensión observadas en las simulaciones se reproducen en la realidad. En caso de que dicha validación confirme la aproximación numérica, las conclusiones extraídas podrán considerarse representativas del comportamiento físico del material.

En ese escenario, también será necesario valorar aspectos prácticos como la facilidad de fabricación de cada tipo de refuerzo, el grado de complejidad que introduce en el proceso de laminado y el ahorro de material asociado a cada configuración, aspectos que pueden resultar determinantes a la hora de seleccionar la solución más viable.

Asimismo, también resultaría de interés ampliar el estudio variando parámetros como el espesor del refuerzo, la orientación de las láminas o el apilado en las zonas de refuerzo, tomando como punto de partida la metodología y los modelos desarrollados en este trabajo. La optimización conjunta de estos parámetros podría conducir a configuraciones aún más eficientes que las vistas en este documento. Por último, sería conveniente analizar la influencia de materiales de refuerzo distintos a los empleados, que pudieran mejorar la resistencia local de la probeta. Todo ello permitiría seguir avanzando en el diseño de una probeta adecuada para la correcta determinación de la resistencia a cizalladura en materiales compuestos mediante ensayos biaxiales.

# REFERENCIAS

---

- [1] Campbell, F. C. (2020). Structural Composite Materials. ASM International.
- [2] F. París, J. Cañas, J. C. Marín y A. Barroso, Introducción al análisis y diseño de materiales compuestos, Sevilla, 2008.
- [3] Rodríguez-Sánchez, A. E. (2022). Materiales compuestos laminados con auto-reparación: innovación y futuro. Ciencia Vital, Universidad Autónoma de Ciudad Juárez. Disponible: <https://cienciavital.uacj.mx/cienciasaplicadas/APL3-1-3.html>
- [4] Appropedia. (2021.). *Composites in the Aircraft Industry*. Disponible: [https://www.appropedia.org/Composites\\_in\\_the\\_Aircraft\\_Industry/es](https://www.appropedia.org/Composites_in_the_Aircraft_Industry/es)
- [5] Paris Carballo, F. (1996). Teoría de la elasticidad. Universidad de Sevilla, E.T.S. de Ingenieros Industriales.
- [6] Oñate, E. (s.f.). Posibilidades de los métodos numéricos en el mundo industrial. Centre Internacional de Mètodes Numèrics en Enginyeria, Universitat Politècnica de Catalunya.
- [7] Marín, J. C., & Barroso, A. (2021). Comparison of the shear behavior in graphite-epoxy composites evaluated by means of biaxial test and off-axis tension test. Science and Engineering of Composite Materials, 28(1), 215–222.
- [8] ScienceDirect. (2022). Boundary Condition. En ScienceDirect Topics. Disponible: <https://www.sciencedirect.com/topics/mathematics/boundary-condition>
- [9] Yepes, V. (2015, 5 septiembre). Propiedades de las clotoides. El blog de Víctor Yepes. Disponible: <https://victoryepes.blogs.upv.es/2015/09/05/propiedades-de-las-clotoides/>
- [10] VJ. Kumar. (2014.). Ansys Report. Scribd. Disponible: <https://es.scribd.com/document/843255520/Ansys-report>
- [11] SERVOSIS. (s.f.): tus equipos de ensayo y control de calidad. Disponible: <https://www.servosis.com/>
- [12] MATERIALES DE INGENIERIA. (2013, 25 de mayo). Materiales compuestos, fibra de vidrio y fibra de carbono. Disponible: <https://materialesdeingenieria2013.blogspot.com/2013/05/materiales-compuestos-fibra-de-vidrio-y.html>
- [13] Ramakrishnan, M., Rajan, G., Semenova, Y., & Farrell, G. (2016). Overview of Fiber Optic Sensor Technologies for Strain/Temperature Sensing Applications in Composite Materials. Sensors, 16(1), 99. Disponible <https://doi.org/10.3390/s16010099>

# ANEXO A

- Código para el modelo simplificado

```
/PREP7
!Geometría
l=26
h=20
r=6
k,1,0,0
k,2,1,1
k,3,-1,1
k,4,h/2,1
k,5,-h/2,1
k,6,-1,r+h/2
k,7,1,r+h/2
cyl4,-r-h/2,r+h/2,r
cyl4,r+h/2,r+h/2,r
a,1,2,3
a,3,6,8,5
a,4,2,7,14
asba,3,1
asba,6,2
asba,1,5
asba,2,4

!Propiedades del material AS4/8552
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,125159
MPDATA,EY,1,,8112
MPDATA,EZ,1,,8112
MPDATA,PRXY,1,,0.3
MPDATA,PRXZ,1,,0.3
MPDATA,PRYZ,1,,0.4
MPDATA,GXY,1,,4280
MPDATA,GXZ,1,,4280
MPDATA,GYZ,1,,3571

!Tipo de elemento
ET,1,SHELL181

!Definicion del apilado
sect,1,shell,,
secdata, 0.85,1,0,3

!Definición del mallado e inserción del laminado
local,12,0,0,0,0,45
esys,12
esize, 0.5
secnum, 1
amesh,1

!Condiciones de contorno
```

```

FINISH
/SOL
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,3
!*
/GO
DL,P51X, ,UX,0
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,3
!*
/GO
DL,P51X, ,UY,0.15
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,3
!*
/GO
DL,P51X, ,ROTX,0
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,3
!*
/GO
DL,P51X, ,ROTY,0
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,3
!*
/GO
DL,P51X, ,ROTZ,0
FLST,2,2,4,ORDE,2
FITEM,2,2
FITEM,2,20

DL,P51X, ,ASYM

!resolver

/STATUS,SOLU
SOLVE
FINISH
/POST1
SET,FIRST
!*
rsys, 12
!*
PLNSOL, S,Y, 0,1.0

!Para mostrar la Resultante FY

csys, 0

nset,s,loc,y,26

rsys,0
PRRSOL,

```

- Código para el modelo de la clotoide

```

/PREP7
!Geometría
l=26
h=20
r=6
k,1,0,0
k,2,1,1
k,3,-1,1
k,4,h/2,1
k,5,-h/2,1
k,6,-1,r+h/2
k,7,1,r+h/2
cyl4,-r-h/2,r+h/2,r
cyl4,r+h/2,r+h/2,r
a,1,2,3
a,3,6,8,5
a,4,2,7,14
asba,3,1
asba,6,2
asba,1,5
asba,2,4
adele, all
ldele, all
kdele, 16
kdele,10
K,20,10.0043706,15.24874855,0
K,21,10.01236124,14.93766709,0
K,22,10.02270657,14.69911137,0
K,23,10.03495372,14.49818348,0
K,24,10.04883975,14.32137837,0
K,25,10.06418615,14.16177824,0
K,26,10.08086092,14.01527975,0
K,27,10.09876085,13.87921419,0
K,28,10.11780208,13.75173172,0
K,29,10.1379144,13.63148865,0
K,30,10.15903772,13.51747331,0
K,31,10.18111965,13.40890199,0
K,32,10.20411382,13.30515343,0
K,33,10.22797865,13.20572564,0
K,34,10.25267649,13.1102064,0
K,35,10.2781729,13.01825256,0
K,36,10.30443613,12.92957503,0
K,37,10.3314367,12.84392776,0
K,38,10.35914707,12.76109938,0
K,39,10.38754135,12.68090689,0
K,40,10.41659512,12.60319064,0
K,41,10.4462852,12.52781051,0
K,42,10.47658951,12.45464276,0
K,43,10.50748694,12.3835775,0
K,44,10.53895727,12.31451673,0

```

K,45,10.57098102,12.24737262,0  
K,46,10.60353942,12.1820661,0  
K,47,10.63661429,12.11852576,0  
K,48,10.67018804,12.05668685,0  
K,49,10.70424356,11.99649047,0  
K,50,10.73876421,11.93788284,0  
K,51,10.77373377,11.88081476,0  
K,52,10.8091364,11.82524104,0  
K,53,10.84495659,11.77112009,0  
K,54,10.88117919,11.71841353,0  
K,55,10.91778931,11.66708584,0  
K,56,10.95477236,11.61710408,0  
K,57,10.99211398,11.56843762,0  
K,58,11.02980007,11.52105794,0  
K,59,11.06781673,11.47493838,0  
K,60,11.10615028,11.43005401,0  
K,61,11.14478722,11.38638145,0  
K,62,11.18371424,11.34389872,0  
K,63,11.22291821,11.30258511,0  
K,64,11.26238613,11.26242112,0  
  
K,65,-10.0043706,15.24874855,0  
K,66,-10.01236124,14.93766709,0  
K,67,-10.02270657,14.69911137,0  
K,68,-10.03495372,14.49818348,0  
K,69,-10.04883975,14.32137837,0  
K,70,-10.06418615,14.16177824,0  
K,71,-10.08086092,14.01527975,0  
K,72,-10.09876085,13.87921419,0  
K,73,-10.11780208,13.75173172,0  
K,74,-10.1379144,13.63148865,0  
K,75,-10.15903772,13.51747331,0  
K,76,-10.18111965,13.40890199,0  
K,77,-10.20411382,13.30515343,0  
K,78,-10.22797865,13.20572564,0  
K,79,-10.25267649,13.1102064,0  
K,80,-10.2781729,13.01825256,0  
K,81,-10.30443613,12.92957503,0  
K,82,-10.3314367,12.84392776,0  
K,83,-10.35914707,12.76109938,0  
K,84,-10.38754135,12.68090689,0  
K,85,-10.41659512,12.60319064,0  
K,86,-10.4462852,12.52781051,0  
K,87,-10.47658951,12.45464276,0  
K,88,-10.50748694,12.3835775,0  
K,89,-10.53895727,12.31451673,0  
K,90,-10.57098102,12.24737262,0  
K,91,-10.60353942,12.1820661,0  
K,92,-10.63661429,12.11852576,0  
K,93,-10.67018804,12.05668685,0  
K,94,-10.70424356,11.99649047,0  
K,95,-10.73876421,11.93788284,0  
K,96,-10.77373377,11.88081476,0  
K,97,-10.8091364,11.82524104,0  
K,98,-10.84495659,11.77112009,0

K,99,-10.88117919,11.71841353,0  
K,100,-10.91778931,11.66708584,0  
K,101,-10.95477236,11.61710408,0  
K,102,-10.99211398,11.56843762,0  
K,103,-11.02980007,11.52105794,0  
K,104,-11.06781673,11.47493838,0  
K,105,-11.10615028,11.43005401,0  
K,106,-11.14478722,11.38638145,0  
K,107,-11.18371424,11.34389872,0  
K,108,-11.22291821,11.30258511,0  
K,109,-11.26238613,11.26242112,0  
a,1,8,5,4,14  
a,14,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31,32,33,34,1  
a,34,35,36,37,38,39,40,41,42,43,44,45,46,47,48,49,50,1  
a,50,51,52,53,54,55,56,57,58,59,60,61,62,63,64,1  
a,8,65,66,67,68,69,70,71,72,73,74,75,76,77,78,79,80,1  
a,80,81,82,83,84,85,86,87,88,89,90,91,92,93,94,95,96,1  
a,96,97,98,99,100,101,102,103,104,105,106,107,108,109,1  
AADD,1,2,3,4,5,6,7

!Propiedades del material AS4/8552

MPTEMP,1,0  
MPDATA,EX,1,,125159  
MPDATA,EY,1,,8112  
MPDATA,EZ,1,,8112  
MPDATA,PRXY,1,,0.3  
MPDATA,PRXZ,1,,0.3  
MPDATA,PRYZ,1,,0.4  
MPDATA,GXY,1,,4280  
MPDATA,GXZ,1,,4280  
MPDATA,GYZ,1,,3571

!Tipo de elemento

ET,1,SHELL181

!Definicion del apilado

sect,1,shell,,  
secdata, 0.85,1,0,3

!Definición del mallado e inserción del laminado

local,12,0,0,0,0,45  
esys,12  
esize, 0.5  
secnum, 1  
amesh,8

!condiciones de contorno

FINISH  
/SOL  
FLST,2,1,4,ORDE,1  
FITEM,2,3  
!\*  
/GO  
DL,P51X, ,UX,0  
FLST,2,1,4,ORDE,1

```
FITEM,2,3
!*
/GO
DL,P51X, ,ROTX,0
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,3
!*
/GO
DL,P51X, ,ROTY,0
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,3
!*
/GO
DL,P51X, ,ROTZ,0
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,3
!*
/GO
DL,P51X, ,UY,0.15
FLST,2,2,4,ORDE,2
FITEM,2,53
FITEM,2,101
DL,P51X, ,ASYM

!resolver
/STATUS,SOLU
SOLVE
FINISH
/POST1
SET,FIRST
!*
rsys, 12
/EFACET,1
  PLNSOL, S,Y, 0,1.0
```

- Código para el modelo con refuerzo circular

```

/PREP7
!Geometría
l=26
h=20
r=6
r2=14
k,1,0,0
k,2,1,1
k,3,-1,1
k,4,h/2,1
k,5,-h/2,1
k,6,-1,r+h/2
k,7,1,r+h/2
k,8,0,15,0
k,9,-10,20,0
k,10,10,10,0
cyl4,-r-h/2,r+h/2,r
cyl4,r+h/2,r+h/2,r
a,1,2,3
a,3,6,11,5
a,4,2,7,17
asba,3,1
asba,6,2
asba,1,5
asba,2,4
cyl4,0,0,r2
AOVLAP,1,2
adele, 4

!Propiedades del material AS4/8552
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,125159
MPDATA,EY,1,,8112
MPDATA,EZ,1,,8112
MPDATA,PRXY,1,,0.3
MPDATA,PRXZ,1,,0.3
MPDATA,PRYZ,1,,0.4
MPDATA,GXY,1,,4280
MPDATA,GXZ,1,,4280
MPDATA,GYZ,1,,3571

!Propiedades del material Woven Glass/epoxy
MPDATA,EX,2,,25200
MPDATA,EY,2,,25200
MPDATA,EZ,2,,17600
MPDATA,PRXY,2,,0.07
MPDATA,PRXZ,2,,0.07
MPDATA,PRYZ,2,,0.3
MPDATA,GXY,2,,4400
MPDATA,GXZ,2,,4400
MPDATA,GYZ,2,,2000

!Tipo de elemento

```

```
ET,1,SHELL181
```

```
!Definicion del apilado para material 1
```

```
sect,1,shell,  
secdata, 0.85,1,0,3  
secoffset,MID  
secontrol,,,, , , ,
```

```
!Definicion del apilado para refuerzo
```

```
sect,2,shell,  
secdata, 0.5,1,0,3  
secdata, 0.5,1,90,3  
secdata, 0.85,1,0,3  
secdata, 0.5,1,90,3  
secdata, 0.5,1,0,3  
secoffset,MID  
secontrol,,,, , , ,
```

```
!Definición del mallado e inserción del laminado
```

```
local,12,0,0,0,0,45  
esys,12  
esize, 0.5  
secnum, 1  
amesh, 3  
esize, 0.5  
secnum, 2  
amesh,5
```

```
!condiciones de contorno
```

```
FINISH  
/SOL  
FLST,2,1,4,ORDE,1  
FITEM,2,3  
!*  
/GO  
DL,P51X, ,UX,0  
FLST,2,1,4,ORDE,1  
FITEM,2,3  
!*  
/GO  
DL,P51X, ,UY,0.1145  
FLST,2,1,4,ORDE,1  
FITEM,2,3  
!*  
/GO  
DL,P51X, ,ROTX,0  
FLST,2,1,4,ORDE,1  
FITEM,2,3  
!*  
/GO  
DL,P51X, ,ROTY,0  
FLST,2,1,4,ORDE,1  
FITEM,2,3
```

```

!*
/GO
DL,P51X, ,ROTZ,0
FLST,2,4,4,ORDE,4
FITEM,2,7
FITEM,2,-8
FITEM,2,15
FITEM,2,-16
DL,P51X, ,ASYM

!resolver

/STATUS,SOLU
SOLVE
FINISH
/POST1
SET,FIRST
!*
rsys, 12
/EFACET,1
PLNSOL, S,XY, 0,1.0

!Para mostrar la fuerza resultante

csys, 0
nsel,s,loc,y,26

rsys,0
PRRSOL,FY

```

- Código para el modelo con refuerzo recto

```
/PREP7
!Geometría
l=26
h=20
r=6
k,1,0,0
k,2,1,1
k,3,-1,1
k,4,h/2,1
k,5,-h/2,1
k,6,-1,r+h/2
k,7,1,r+h/2
k,8,8,8
cyl4,-r-h/2,r+h/2,r
cyl4,r+h/2,r+h/2,r
a,1,2,3
a,3,6,9,5
a,4,2,7,15
asba,3,1
asba,6,2
asba,1,5
asba,2,4
a,8,5,9,17,1
AOVLAP,1,2
```

```
!Propiedades del material AS4/8552
```

```
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,125159
MPDATA,EY,1,,8112
MPDATA,EZ,1,,8112
MPDATA,PRXY,1,,0.3
MPDATA,PRXZ,1,,0.3
MPDATA,PRYZ,1,,0.4
MPDATA,GXY,1,,4280
MPDATA,GXZ,1,,4280
MPDATA,GYZ,1,,3571
```

```
!Propiedades del material Woven Glass/epoxy
```

```
MPDATA,EX,2,,25200
MPDATA,EY,2,,25200
MPDATA,EZ,2,,17600
MPDATA,PRXY,2,,0.07
MPDATA,PRXZ,2,,0.07
MPDATA,PRYZ,2,,0.3
MPDATA,GXY,2,,4400
MPDATA,GXZ,2,,4400
MPDATA,GYZ,2,,2000
```

```
!Tipo de elemento
```

```
ET,1,SHELL181
```

```
!Definicion del apilado para material 1
```

```
sect,1,shell,,
secdata, 0.85,1,0,3
```

```
secoffset,MID
secontrol,,,, , , ,
```

!Definición del apilado para material 2

```
sect,2,shell,
secdata, 0.5,1,0,3
secdata, 0.5,1,90,3
secdata, 0.85,1,0,3
secdata, 0.5,1,90,3
secdata, 0.5,1,0,3
secoffset,MID
secontrol,,,, , , ,
```

!Definición del mallado e inserción del laminado

```
local,12,0,0,0,0,45
esys,12
esize, 0.7
secnum, 1
amesh, 2
esize, 0.7
secnum, 2
amesh,3
```

!condiciones de contorno

```
FINISH
/SOL
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,3
!*
/GO
DL,P51X, ,UX,0
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,3
!*
/GO
DL,P51X, ,ROTX,0
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,3
!*
/GO
DL,P51X, ,ROTY,0
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,3
!*
/GO
DL,P51X, ,ROTZ,0
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,3
!*
/GO
DL,P51X, ,UY,0.1202
FLST,2,3,4,ORDE,3
FITEM,2,4
FITEM,2,-5
```

```
FITEM,2,20  
DL,P51X, ,ASYM
```

```
!resolver
```

```
/STATUS,SOLU
```

```
SOLVE
```

```
FINISH
```

```
/POST1
```

```
SET,FIRST
```

```
!*
```

```
!*
```

```
!*
```

```
rsys,12
```

```
/EFACET,1
```

```
PLNSOL, S,XY, 0,1.0
```

```
!Para mostrar la fuerza resultante
```

```
csys, 0
```

```
nsl,s,loc,y,26
```

```
rsys,0
```

```
PRRSOL,FY
```

- Código para el modelo con refuerzo circular-recto

```

/PREP7
!Geometría
l=26
h=20
r=6
k,1,0,0
k,2,1,1
k,3,-1,1
k,4,h/2,1
k,5,-h/2,1
k,6,-1,r+h/2
k,7,1,r+h/2
K,10,10.000,10.000,0
K,11,9,11,0
K,12,8.492,11.959,0
K,13,7.624,12.840,0
K,14,6.687,13.648,0
K,15,5.689,14.378,0
K,16,4.634,15.024,0
K,17,3.530,15.583,0
K,18,2.385,16.050,0
K,19,1.206,16.423,0
K,20,0.000,16.700,0
k,21,-10,16.7,0
cyl4,-r-h/2,r+h/2,r
cyl4,r+h/2,r+h/2,r
a,1,2,3
a,3,6,8,5
a,4,2,7,26
asba,3,1
asba,6,2
asba,1,5
asba,2,4
a,1,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,8,28
AOVLAP,1,2

!Propiedades del material AS4/8552
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,125159
MPDATA,EY,1,,8112
MPDATA,EZ,1,,8112
MPDATA,PRXY,1,,0.3
MPDATA,PRXZ,1,,0.3
MPDATA,PRYZ,1,,0.4
MPDATA,GXY,1,,4280
MPDATA,GXZ,1,,4280
MPDATA,GYZ,1,,3571

!Propiedades del material Woven Glass/epoxy
MPDATA,EX,2,,25200
MPDATA,EY,2,,25200
MPDATA,EZ,2,,17600

```

```
MPDATA,PRXY,2,,0.07
MPDATA,PRXZ,2,,0.07
MPDATA,PRYZ,2,,0.3
MPDATA,GXY,2,,4400
MPDATA,GXZ,2,,4400
MPDATA,GYZ,2,,2000
```

```
!Tipo de elemento
ET,1,SHELL181
```

```
!Definicion del apilado para material 1
sect,1,shell,,
secdata, 0.85,1,0,3
secoffset,MID
seccontrol,,,, , , ,
```

```
!Definicion del apilado para material 2
sect,2,shell,,
secdata, 0.5,1,0,3
secdata, 0.5,1,90,3
secdata, 0.85,1,0,3
secdata, 0.5,1,90,3
secdata, 0.5,1,0,3
secoffset,MID
seccontrol,,,, , , ,
```

```
!Definición del mallado e inserción del laminado
local,12,0,0,0,0,45
esys,12
esize, 0.7
secnum, 1
amesh, 2
esize, 0.7
secnum, 2
amesh,3
```

```
!condiciones de contorno
```

```
FINISH
/SOL
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,3
!*
/GO
DL,P51X, ,UY,0.1244
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,3
!*
/GO
DL,P51X, ,UX,0
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,3
!*
/GO
```

```
DL,P51X, ,ROTZ,0
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,3
!*
/GO
DL,P51X, ,ROTX,0
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,3
!*
/GO
DL,P51X, ,ROTY,0
FLST,2,3,4,ORDE,3
FITEM,2,1
FITEM,2,20
FITEM,2,-21
DL,P51X, ,ASYM
```

!resolver

```
/STATUS,SOLU
SOLVE
FINISH
/POST1
SET,FIRST
!*
rsys,12
!*
/EFACET,1
PLNSOL, S,Y, 0,1.0
```

!Para mostrar la fuerza resultante

```
csys, 0
nset,s,loc,y,26

rsys,0
PRRSOL,FY
```