

Trabajo Fin de Grado

Grado en Ingeniería Civil

Cimentaciones de sistemas dinámicos: Aplicaciones a máquinas rotativas

Autor: Francisco Delgado Domínguez

Tutor: Manuel Vázquez Boza

**Dpto. de Estructuras de Edificación e
Ingeniería del terreno
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2025



Trabajo Fin de Grado
en Ingeniería Civil

Cimentaciones de sistemas dinámicos: Aplicaciones a máquinas rotativas

Autor:

Francisco Delgado Domínguez

Tutor:

Manuel Vázquez Boza

Profesor contratado doctor

Dpto. de Estructuras de Edificación e Ingeniería del terreno

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2025

Trabajo Fin de Grado: Cimentaciones de sistemas dinámicos: Aplicaciones a máquinas rotativas

Autor: Francisco Delgado Domínguez

Tutor: Manuel Vázquez Boza

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2025

El Secretario del Tribunal

A mi familia

A mis maestros

Agradecimientos

Agradecer primeramente a mi familia, en especial a mis padres, quienes me han apoyado en todas las situaciones y ayudado cada vez que lo he necesitado, y a mi abuelo José María, que en paz descanse, antiguo Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos, quien me hizo decidirme por estudiar esta bonita carrera. Agradecer también a mi tutor, Manolo, quien desde el principio ha confiado en mí y me ha guiado de la mejor manera posible durante esta etapa final. Finalmente me gustaría agradecer a todos los compañeros que han estado a mi lado a lo largo de la carrera, en especial a Alejandro Lauriño, y que han supuesto un apoyo fundamental en los momentos más difíciles, sin ellos no hubiera sido lo mismo.

Resumen

En este Trabajo de Fin de Grado se estudiarán las cimentaciones de máquinas dinámicas, haciendo más hincapié en las rotativas, comenzando desde la construcción de un marco teórico en el que se explican conceptos clave para su mejor comprensión y culminando con un ejemplo de aplicación en el que se ponen en práctica los conocimientos adquiridos y empleados durante la realización del mismo.

Abstract

In this Final Thesis, the foundations of dynamic machines will be studied, with a particular focus on rotary machines. The study will begin with the development of a theoretical context explaining key concepts for a better understanding and will conclude with a practical application example in which the knowledge acquired and applied throughout the project will be put into practice.

Agradecimientos	vii
Resumen	viii
Abstract	ix
Índice	x
Índice de Tablas	xii
Índice de Figuras	xiii
Notación	xiv
1 Objeto y alcance	1
2 Introducción a la dinámica de suelos	3
2.1. <i>Conceptos básicos de la dinámica de suelos</i>	3
2.1.1 Qué es y diferencia con la mecánica de suelos estática	3
2.1.2 Como responde el suelo ante cargas dinámicas	3
2.2. <i>Propagación de ondas en suelos</i>	4
2.2.1 Tipos de ondas	4
2.2.2 Velocidad de propagación de la onda y velocidad de las partículas	5
2.2.3 Atenuación de las ondas	6
2.3. <i>Propiedades dinámicas del suelo</i>	7
2.3.1 Módulos dinámicos y coeficiente de amortiguamiento	7
2.3.2 Factores que afectan a las propiedades dinámicas del suelo	7
2.4. <i>Obtención de las propiedades dinámicas del suelo</i>	8
2.4.1 Ensayos de laboratorio	8
2.4.2 Ensayos de campo	10
2.4.3 Métodos indirectos	10
3 Introducción a las cimentaciones de máquinas	13
3.1 <i>Tipos de máquinas dinámicas y sus cimentaciones</i>	13
3.1.1 Máquinas de movimiento alternativo	13
3.1.2 Máquinas de impacto	14
3.1.3 Máquinas rotativas	15
3.2 <i>Requerimientos generales para las cimentaciones de máquinas</i>	16
4 Cimentaciones de máquinas rotativas	19
4.1 <i>Introducción</i>	19
4.2 <i>Consideraciones y requerimientos</i>	19
4.2.1 Datos de diseño	19
4.2.2 Consideraciones especiales	20
4.2.3 Requerimientos generales	20
4.3 <i>Cargas actuantes</i>	21
4.3.1 Tipos de carga y definición	21
4.3.2 Combinaciones de carga	22
4.4 <i>Métodos de análisis dinámico</i>	22
5 Ejemplo práctico de aplicación	29

6 Conclusiones

39

Referencias

40

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2-1. Constantes para la evaluación del módulo de corte normalizado y el coeficiente de amortiguamiento de suelos finos. (EN 1997-2_2024) 11

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2-1. Propagación de ondas en el semiespacio elástico. (Swami Saran, 2006)	4
Figura 2-2. Propagación de las ondas P. (Web 1)	4
Figura 2-3. Propagación de las ondas S. (Web 1)	5
Figura 2-4. Propagación de las ondas Rayleigh. (Web 2)	5
Figura 2-5. Propagación de las ondas Love. (Web 2)	5
Figura 2-6. Variación del módulo de corte normalizado y el amortiguamiento de un suelo con respecto a la amplitud de la deformación cortante. (Web 3)	8
Figura 2-7. Adecuación de los ensayos de laboratorio para rangos de amplitudes de deformación cortante. (Swami Saran, 2006)	9
Figura 3-1. Esquema de ejemplo de máquina de movimiento alternativo. (Swami Saran, 2006)	14
Figura 3-2. Cimentación tipo bloque. (Swami Saran, 2006)	14
Figura 3-3. Cimentación tipo cajón. (Swami Saran, 2006)	14
Figura 3-4. Esquema de ejemplo de máquina de impacto. (Swami Saran, 2006)	15
Figura 3-5. Esquema de ejemplo de máquina rotativa. (Web 4)	16
Figura 3-6. Cimentación tipo pórtico. (Swami Saran, 2006)	16
Figura 3-7. Gráfica resonancia. (P.Srinivasulu, C.V.Vaidyanathan, 1976)	17
Figura 4-1. Turbogenerador. (Web 5)	19
Figura 4-2. Simplificación del sistema para el Método de la Resonancia. (P.Srinivasulu, C.V.Vaidyanathan, 1976)	23
Figura 4-3. Simplificación del sistema para el Método de la Amplitud. (P.Srinivasulu, C.V.Vaidyanathan, 1976)	25
Figura 4-4. Esquema para el cálculo de las frecuencias naturales horizontales en el Método de la amplitud. (P.Srinivasulu, C.V.Vaidyanathan, 1976)	26
Figura 4-5. Modelo espacial tridimensional de pórtico. (Swami Saran, 2006)	29

Notación

MW	Megavatios
°C	Grados centígrados
ln	Logaritmo neperiano
Hz	Hercios
>	Mayor qué
<	Menor qué
s	Segundos
kN	Kilonewtons
m	Metros
mm	Milímetros
rpm	Revoluciones por minuto
sen	Función seno
cos	Función coseno

1 OBJETO Y ALCANCE

EL presente trabajo de fin de grado tiene como objetivo el análisis dinámico de las cimentaciones de máquinas rotativas, orientado al fenómeno de la resonancia. Para ello, se comenzará con un capítulo dedicado a la introducción a la dinámica de suelos, que actuará como marco teórico.

En este, se explicarán conceptos básicos cruciales como las diferencias con la mecánica de suelos estática y el comportamiento del suelo antes cargas dinámicas. También se discutirán temas como la propagación de ondas en suelos, comentando los tipos de ondas que se generan ante una perturbación dinámica y estudiando las velocidades de las mismas, así como su comportamiento ante variaciones en las características del terreno. Se continúa con la caracterización dinámica del suelo, indicando la existencia de los módulos dinámicos y otras propiedades dinámicas del suelo y explicando qué factores afectan a estas y de qué manera lo hacen. El capítulo culmina comentando los distintos métodos que existen para la obtención de dichas propiedades dinámicas.

El siguiente capítulo está dedicado a las máquinas dinámicas y sus cimentaciones. En él, se pretende dar una visión general de los tipos de máquinas dinámicas que existen, su funcionamiento y las tipologías generales de cimentaciones que se utilizan para ellas. También se comentarán, sin entrar en detalle, los requerimientos especiales que tienen este tipo de cimentaciones por estar sometidas cargas dinámicas.

Después de haber construido el contexto necesario, el trabajo sigue con un capítulo dedicado exclusivamente a las cimentaciones las máquinas rotativas, en el que se entra más en detalle en los requerimientos y otros aspectos más específicos, como las consideraciones a tener en cuenta para el diseño o el análisis de las posibles cargas actuantes y sus combinaciones. Se discutirán también en este capítulo los distintos métodos de análisis dinámico que se han desarrollado para enfrentar este problema, señalándose las ventajas e inconvenientes de cada uno, sirviendo esto para dar paso al último capítulo del trabajo, que será un ejemplo práctico de aplicación.

En este último capítulo se pondrán en práctica los campos teóricos desarrollados, solucionando el análisis dinámico de la cimentación de una turbina de ciclo combinado, comprobándose que no ocurre el fenómeno de resonancia y las amplitudes de deformación entrar dentro de los límites admisibles.

2 INTRODUCCIÓN A LA DINÁMICA DE SUELOS

2.1. Conceptos básicos de la dinámica de suelos

2.1.1 Qué es y diferencia con la mecánica de suelos estática

La dinámica de suelos es una rama de la mecánica de suelos que estudia el comportamiento del suelo bajo la acción de cargas dinámicas, es decir, aquellas que varían con el tiempo. A diferencia de la mecánica de suelos estática, que analiza el suelo bajo cargas constantes, la dinámica de suelos tiene en cuenta los efectos de vibraciones, propagación de ondas y otras cargas cíclicas.

Las cargas dinámicas pueden tener orígenes naturales como los terremotos, el viento o el oleaje marino, y orígenes artificiales como por ejemplo vibraciones generadas por maquinaria industrial, el tráfico, las explosiones o cualquier proceso constructivo que genere vibraciones en el terreno. La magnitud de los desplazamientos y deformaciones que generarán estas cargas dependerá principalmente tanto de la frecuencia, amplitud y duración de las mismas, como de las propiedades del material de dicho suelo o medio en el que se propaguen.

La principal diferencia entre la mecánica de suelos estática y la dinámica está en la forma en que el suelo responde a la carga aplicada y en la variabilidad de las propiedades mecánicas del suelo. Bajo una carga estática, el suelo responde deformándose de manera progresiva y alcanzando un estado de equilibrio sin generar vibraciones, ya que tiene más tiempo para consolidarse y deformarse. Sin embargo, ante una carga dinámica, el suelo experimentará oscilaciones, propagación de ondas y efectos inerciales, sin alcanzar un equilibrio inmediato mientras la carga esté actuando, esto ocurre porque los granos del suelo tienen menos tiempo para acomodarse y disipar energía, lo que se traduce en que el suelo responda con una rigidez mayor. Así pues, al igual que existen unos módulos de deformación estáticos, también existen unos módulos de deformación y diferentes parámetros elásticos dinámicos, de los que se hablará detalladamente más adelante.

2.1.2 Como responde el suelo ante cargas dinámicas

Como se ha comentado anteriormente, el comportamiento dinámico del suelo está influenciado tanto por propiedades intrínsecas del material como por las características de la carga aplicada. Estos factores determinan la forma en que el suelo responde a vibraciones, su capacidad para disipar energía y su resistencia a la deformación bajo cargas cíclicas.

Uno de los principales factores que afectan la respuesta dinámica del suelo es su composición y estructura interna. Los suelos pueden clasificarse en granulares (arenas y gravas) y cohesivos (arcillas y limos). Los suelos granulares dependen principalmente del contacto entre partículas para transmitir esfuerzos, lo que los hace más resistentes a deformaciones dinámicas cuando están más compactados. Por otro lado, los suelos cohesivos presentan un comportamiento viscoelástico debido a la presencia de fuerzas de atracción entre partículas, lo que puede generar deformaciones acumulativas con el tiempo.

Otros factores relevantes son la presión de confinamiento y la densidad del suelo. En suelos saturados, la aplicación de cargas cíclicas puede generar un aumento de la presión de poros, reduciéndose la presión efectiva y pudiendo ocurrir licuefacción, fenómeno en el que el suelo pierde su capacidad portante, comportándose como un fluido. La densidad del suelo también es un factor determinante en su respuesta dinámica, ya que influye en su rigidez y su capacidad de disipar energía. Un suelo con mayor densidad presenta una estructura más compacta, lo que reduce las deformaciones bajo cargas dinámicas. Por el contrario, un suelo con menor densidad es más deformable y susceptible a la atenuación de vibraciones.

En lo que respecta a la carga dinámica, tres parámetros fundamentales influyen en la respuesta del suelo: frecuencia, amplitud y número de ciclos de carga.

Tener en cuenta la frecuencia de la carga es crucial, ya que si coincide con la frecuencia natural del sistema

(suelo, suelo-estructura...), se puede generar resonancia, amplificándose las vibraciones y provocando mayores deformaciones.

La amplitud de la carga dinámica influye en la respuesta del suelo afectando la magnitud de los esfuerzos inducidos y la variación de sus propiedades mecánicas. A baja amplitud de carga, el suelo se comporta de manera elástica, manteniendo su módulo de corte estable y ocurriendo una mínima disipación de energía. Sin embargo, a mayor amplitud de carga, pueden generarse deformaciones plásticas, reducción progresiva del módulo de corte y un incremento en la capacidad de disipación de energía debido al aumento del amortiguamiento interno del suelo.

El número de ciclos de carga también afecta directamente a la evolución de la resistencia del suelo. Cargas dinámicas repetitivas pueden generar fatiga en el material, reduciendo su módulo de corte y aumentando la deformabilidad con el tiempo.

2.2. Propagación de ondas en suelos

2.2.1 Tipos de ondas

Cuando el suelo es sometido a una excitación dinámica, la energía se propaga en forma de ondas sísmicas. Estas ondas pueden clasificarse en ondas de cuerpo, que se propagan a través del volumen del suelo, y ondas superficiales, que viajan a lo largo de la superficie del terreno.

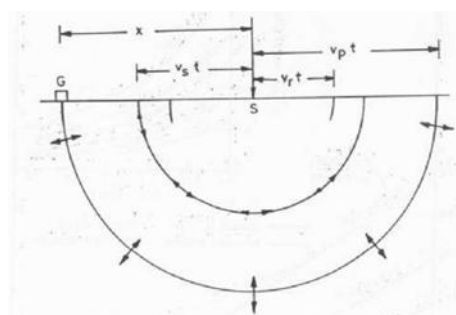


Figura 2-1. Propagación de ondas en el semiespacio elástico.

Las ondas de cuerpo incluyen las ondas primarias (P) y las ondas secundarias (S), ambas con frentes de onda hemisféricos, lo que significa que la energía se distribuye en todas direcciones a medida que se propagan en profundidad.

Las ondas P, también conocidas como ondas primarias u ondas de compresión, son las más rápidas y se propagan por compresión y expansión del material en la dirección de propagación. Pueden viajar a través de sólidos, líquidos y gases porque solo requieren compresibilidad del medio para transmitirse.

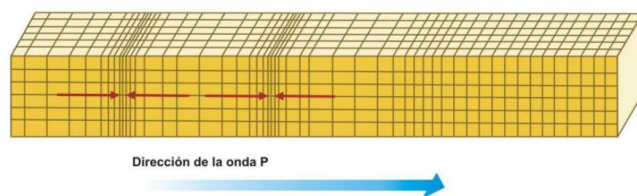


Figura 2-2. Propagación de las ondas P.

$$V_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{\rho}} \quad (2-1) \quad \lambda = \frac{\mu E}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)} \quad (2-2)$$

Las ondas S, también conocidas como ondas secundarias u ondas de corte, se propagan mediante movimientos de corte perpendiculares a la dirección de propagación. Son más lentas que las ondas P y no pueden viajar a través de líquidos ni gases, ya que requieren resistencia al corte para desplazarse y ambos medios carecen de ella.

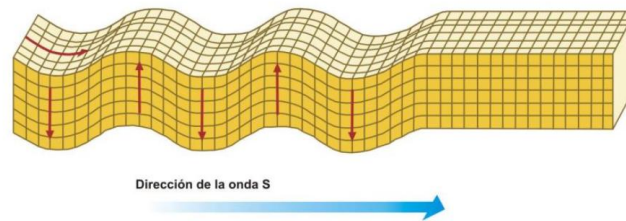


Figura 2-3. Propagación de las ondas S.

$$V_S = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (2-3)$$

Las ondas superficiales incluyen las ondas Rayleigh (R) y las ondas Love (L), y son las responsables de la mayoría de los daños estructurales, ya que concentran la mayor parte de la energía sísmica cerca de la superficie. A diferencia de las ondas de cuerpo, las ondas superficiales tienen frentes de onda cilíndricos (la energía se propaga en dos dimensiones), lo que implica que su energía se atenúa más lentamente con la distancia en comparación con las ondas P y S.

Las ondas Rayleigh generan un movimiento elíptico retrógrado, combinando desplazamientos verticales y horizontales en la dirección de propagación.

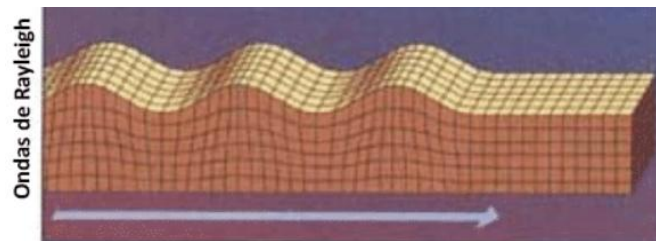


Figura 2-4. Propagación de las ondas Rayleigh.

Las ondas Love, en cambio, producen movimientos de corte puro en el plano horizontal, perpendiculares a la dirección de propagación. Son más rápidas que las ondas Rayleigh, aunque se atenúan más rápidamente y en general son menos destructivas.

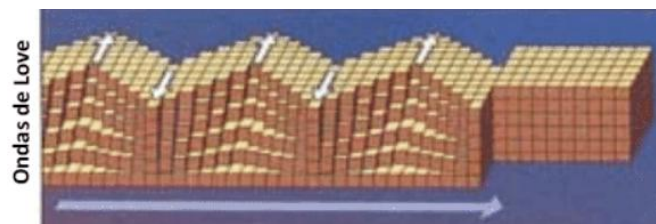


Figura 2-5. Propagación de las ondas Love.

La velocidad de propagación de las ondas superficiales, al igual que la de las ondas de cuerpo, depende únicamente de las propiedades elásticas del medio. Sin embargo, para su obtención es necesario conocer las velocidades de las ondas P y S (solo la de las ondas S en caso de las Love), ya que las ondas superficiales resultan de la interacción de estas dentro de la capa superficial del terreno.

2.2.2 Velocidad de propagación de la onda y velocidad de las partículas

En la propagación de ondas en suelos y medios elásticos, hay que distinguir entre la velocidad de propagación de la onda y la velocidad de las partículas del suelo afectadas por dicha onda. Aunque ambas estén relacionadas con el movimiento de la onda, representan fenómenos distintos y dependen de parámetros diferentes.

La velocidad de propagación se refiere a la rapidez con la que la perturbación se desplaza a través del medio, y dependerá únicamente de las propiedades mecánicas del suelo, independientemente de la amplitud y frecuencia de la onda.

La velocidad de las partículas, en cambio, describe el movimiento oscilatorio de las partículas del suelo bajo la acción de la onda. Este movimiento es local y no implica el transporte de energía a través del medio, sino la oscilación del material en su posición original, y depende directamente de la amplitud y de la frecuencia de la onda. En general, una mayor amplitud de onda implicará una mayor velocidad de las partículas.

$$V_{part} = \omega A \quad (2-4)$$

$\omega=2\pi f$ es la frecuencia angular de la carga, siendo f la frecuencia de la carga dinámica

Si se conoce la velocidad de propagación de la onda en el suelo, también se puede expresar en términos de la longitud de onda λ .

$$V_{part} = V_{prop} k A \quad (2-5)$$

Siendo el número de onda $k=2\pi/\lambda$

La dirección de la velocidad de propagación y la de las partículas coincidirán en el caso de las ondas P, teniendo además el mismo sentido en el caso de ondas de compresión y sentido opuesto en el de las de tensión. En el caso de las ondas S, la velocidad de las partículas tendrá una dirección normal a la de propagación.

Así pues, la velocidad de propagación será utilizada en la caracterización dinámica de los suelos, mientras que la velocidad de las partículas habrá que tenerla en cuenta para el análisis de los daños que puedan ocasionar las vibraciones inducidas por cargas dinámicas.

2.2.3 Atenuación de las ondas

A medida que las ondas sísmicas se propagan a través del medio, van perdiendo su energía progresivamente, disminuyendo su amplitud. Esta pérdida de energía se denomina atenuación, y ocurre debido a dos mecanismos principales: la atenuación geométrica, que se debe a la expansión del frente de onda, y la atenuación por disipación de energía, que se debe a la conversión de la energía mecánica en calor u otras formas de energía interna del material.

La atenuación geométrica es el resultado de la propagación de la onda en un volumen cada vez mayor. En el caso de las ondas de cuerpo (P y S), como ya dijimos, la energía se distribuye en un frente hemisférico, lo que hace que la amplitud disminuya en proporción a $1/r$, donde r es la distancia desde la fuente. Por otro lado, las ondas superficiales (Rayleigh) se propagan en un frente cilíndrico, lo que implica que su amplitud se atenúa más lentamente, aproximadamente siguiendo la relación $1/\sqrt{r}$. Este fenómeno explica, por ejemplo, por qué las ondas superficiales son tan destructivas, pudiendo causar daños significativos a grandes distancias del epicentro de un sismo.

Además de la atenuación geométrica, las ondas también experimentan atenuación por disipación de la energía, un proceso en el cual parte de la energía de la onda se transforma en calor debido a la fricción interna del suelo. Este fenómeno se debe principalmente a la histéresis en el comportamiento del suelo, donde las partículas del suelo no recuperan completamente su posición original después de un ciclo de carga, provocando una pérdida neta de energía.

El nivel de atenuación de las ondas varía según el tipo de suelo y su compactación. En medios rígidos y consolidados, la disipación de energía es menor, lo que permite que las ondas se propaguen a distancias más largas con menor pérdida de amplitud. En cambio, en suelos poco consolidados o saturados, el amortiguamiento interno es mayor, reduciendo la amplitud de las ondas con mayor rapidez.

2.3. Propiedades dinámicas del suelo

2.3.1 Módulos dinámicos y coeficiente de amortiguamiento

En la mecánica de suelos dinámica, las propiedades del suelo se describen a través de una serie de parámetros a los que podemos llamar propiedades dinámicas del suelo. Entre ellos podemos encontrar los módulos dinámicos (módulo de Young E_d , módulo de corte G y módulo de compresibilidad K), el coeficiente de Poisson, las constantes elásticas dinámicas, el coeficiente de amortiguamiento o los parámetros de licuefacción, aunque en este apartado nos centraremos solo en los más relevantes.

Los módulos dinámicos son una extensión de los módulos empleados en mecánica de suelos estática, pero a diferencia de estos, que se obtienen bajo cargas gradualmente aplicadas y constantes, los módulos dinámicos reflejan la respuesta inmediata del suelo a cargas cíclicas y suelen ser significativamente mayores.

El módulo de Young E representa la relación entre el esfuerzo normal y la deformación unitaria en la dirección de aplicación de la carga. En dinámica de suelos, su valor varía con la amplitud de deformación, siendo más elevado para deformaciones pequeñas debido al comportamiento no lineal del suelo.

El módulo de corte G mide la rigidez del suelo ante esfuerzos cortantes. Este es especialmente relevante en la dinámica de suelos, ya que las ondas de corte (ondas S) viajan a través del terreno en función de este parámetro, por tanto, su valor será fundamental para calcular la velocidad de propagación de las ondas sísmicas.

El módulo de compresibilidad K indica la resistencia del suelo cambiar de volumen cuando está sometido a una presión uniforme en todas las direcciones. Este módulo, junto con el módulo de corte, determina la capacidad del suelo para transmitir vibraciones y deformarse bajo cargas dinámicas.

La relación entre la deformación lateral y la axial en un medio elástico viene definida por el coeficiente de Poisson, al igual que en la mecánica de suelos estática.

$$\mu = \frac{E}{2G} - 1 \quad (2-6)$$

Otro parámetro muy importante a tener en cuenta en la dinámica de suelos es el coeficiente de amortiguamiento D . Este mide la capacidad del suelo para disipar energía durante un ciclo de carga dinámica. La disipación ocurre por fricción interna entre las partículas del suelo y por la interacción entre el material sólido y el agua en suelos saturados. Este coeficiente es crucial ya que un alto amortiguamiento reducirá la amplitud de las vibraciones transmitidas más rápidamente.

Como hemos comentado, estos parámetros son los que nos permitirán modelar la respuesta del suelo ante cargas dinámicas y poder evaluar su comportamiento. En el siguiente apartado, se analizará cómo influyen las características del suelo en la variación de estos parámetros y su impacto en la respuesta dinámica del terreno.

2.3.2 Factores que afectan a las propiedades dinámicas del suelo

Las características del suelo y de la carga dinámica juegan un papel fundamental en la variación de sus parámetros dinámicos, ya que afectan la manera en que el suelo responde a cargas dinámicas. Entre los factores más relevantes se encuentran la densidad del suelo, el grado de saturación, la estructura del material, la presión de confinamiento, la amplitud de la deformación, la frecuencia de la carga o el número de ciclos de esfuerzo aplicado. Como hemos comentado, cada uno de estos factores influirá en parámetros como los módulos dinámicos (E_d , G y K), el coeficiente de Poisson o el coeficiente de amortiguamiento, modificando la rigidez y capacidad de disipar energía del suelo bajo cargas oscilatorias.

Uno de los aspectos más relevantes en el comportamiento dinámico del suelo es la dependencia del módulo de corte con la amplitud de la deformación. A bajas amplitudes de deformación ($<0.0001\%$), el suelo se comporta de manera prácticamente elástica, y el módulo de corte G se mantiene estable. Sin embargo, a medida que la amplitud de la deformación aumenta, el módulo de corte comienza a reducirse de manera significativa debido a los cambios en estructura interna del suelo y a la aparición de deslizamientos entre partículas. De manera inversa ocurre con el amortiguamiento, pudiéndose observar las relaciones en la siguiente gráfica:

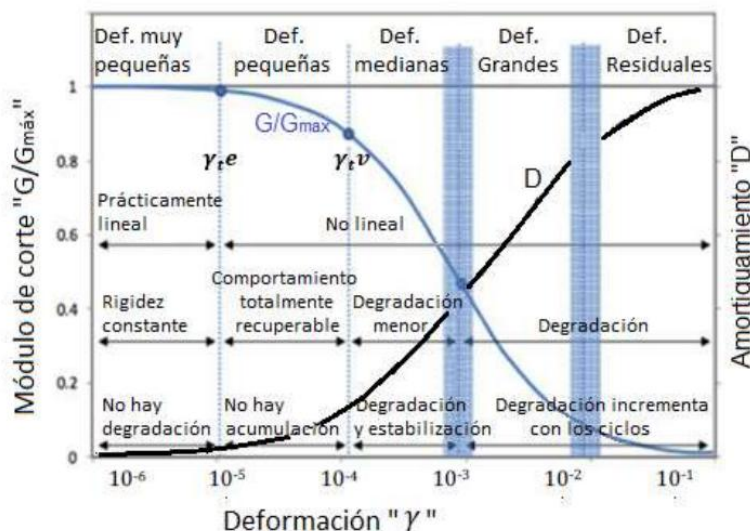


Figura 2-6. Variación del módulo de corte normalizado y el amortiguamiento de un suelo con respecto a la amplitud de la deformación cortante.

El comportamiento dinámico del suelo también varía según su naturaleza. En términos generales, los suelos granulares, como arenas y gravas, presentan valores más elevados de G debido a su estructura compacta, lo que los hace más rígidos frente a esfuerzos cortantes. Sin embargo, estos suelos tienen un coeficiente de amortiguamiento bajo, ya que la fricción entre partículas es menor en comparación con las arcillas. En cambio, las arcillas saturadas presentan un amortiguamiento mayor debido a la fricción interna y a la interacción entre partículas finas y agua en los poros, lo que genera una mayor disipación de energía en cada ciclo de carga. Como resultado, su módulo de corte G es menor, lo que indica una menor rigidez frente a esfuerzos cortantes.

Como ya hemos comentado, la densidad del suelo también va a influir directamente en sus propiedades dinámicas. Un suelo más denso tiene una mayor cantidad de partículas en contacto, lo que incrementa la rigidez del material y, por lo tanto, los valores de G y E . En suelos granulares compactos, la alta densidad favorece la transmisión eficiente de esfuerzos y reduce la atenuación de las ondas. En cambio, en suelos sueltos, la presencia de espacios vacíos entre partículas disminuye la rigidez y facilita la disipación de energía, aumentando el coeficiente de amortiguamiento.

La humedad también afecta las propiedades dinámicas del suelo. En suelos parcialmente saturados, el aire en los poros permite cierto grado de compresibilidad, lo que disminuye la velocidad de propagación de las ondas sísmicas y afecta negativamente la rigidez del suelo. En suelos totalmente saturados, el agua intersticial impide la compactación del medio, aumentando la presión de poros y reduciendo la resistencia efectiva del suelo, pudiendo ocurrir licuefacción bajo cargas dinámicas repetidas.

Además de las características del suelo, la frecuencia de la carga aplicada y el número de ciclos de carga tienen una influencia directa en los módulos dinámicos del suelo. Los materiales con alta rigidez pueden mostrar variaciones en su respuesta dependiendo de la frecuencia de la carga, pudiendo ocurrir resonancia si coincide esta con la frecuencia natural del medio. Además, a medida que el número de ciclos de carga aumenta, los módulos dinámicos tienden a disminuir debido a la acumulación de deformaciones plásticas y la degradación estructural del suelo.

2.4. Obtención de las propiedades dinámicas del suelo

2.4.1 Ensayos de laboratorio

Para la caracterización dinámica de un suelo, es necesario conocer los parámetros que ya hemos mencionado en el punto anterior. Para su obtención, se recurre a diversos ensayos de laboratorio que permiten evaluar las propiedades mecánicas bajo cargas repetitivas o vibratorias, simulando condiciones reales a las que podría estar sometido el suelo. A diferencia de los ensayos de campo, los ensayos de laboratorio ofrecen un control más preciso sobre los parámetros del suelo y las condiciones de carga, permitiendo una mejor interpretación de sus

propiedades dinámicas.

Existen diversas técnicas para medir las propiedades dinámicas del suelo en laboratorio como por ejemplo el ensayo de columna resonante, el ensayo de pulso ultrasónico, el ensayo de corte simple cíclico, el ensayo de corte simple torsional cíclico o el ensayo de compresión triaxial cíclico. Los más relevantes son el ensayo triaxial cíclico y el ensayo de columna resonante, los cuales son ampliamente utilizados para determinar el módulo de corte G , el coeficiente de amortiguamiento D y otros parámetros clave del comportamiento dinámico del suelo.

En la siguiente tabla se observa la adecuación de cada ensayo a los rangos de amplitudes de deformación cortante:

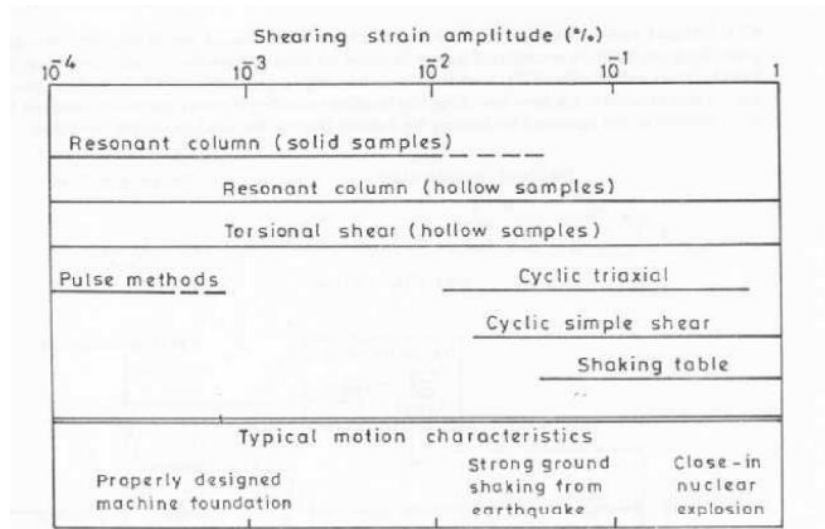


Figura 2-7. Adecuación de los ensayos de laboratorio para rangos de amplitudes de deformación cortante.

El ensayo triaxial cíclico es uno de los más utilizados para evaluar la resistencia y la deformabilidad del suelo bajo cargas repetitivas. En este ensayo, se somete una muestra de suelo confinado a esfuerzos cíclicos mediante la aplicación de una carga axial que varía periódicamente. Se miden la evolución de la deformación y la degradación del módulo de corte con el número de ciclos de carga, permitiendo caracterizar el comportamiento del suelo en condiciones dinámicas. Este ensayo es especialmente útil para estudiar la susceptibilidad del suelo a la licuefacción en suelos saturados y la variación de su rigidez con el esfuerzo aplicado.

Por otro lado, el ensayo de columna resonante permite evaluar el módulo de corte G y el coeficiente de amortiguamiento D en rangos de deformación muy bajos (del orden de $10^{-4} \%$ a $10^{-2} \%$). Este ensayo se basa en inducir una vibración en la muestra de suelo mediante un rotor electromagnético y medir la frecuencia de resonancia alcanzada. A partir de esta frecuencia, se obtiene la velocidad de propagación de las ondas de corte en el suelo, lo que permite determinar el módulo de corte en condiciones de baja deformación.

Así pues, mientras que el triaxial cíclico permite analizar el comportamiento del suelo ante cargas repetitivas de mayor amplitud y evaluar la evolución de sus propiedades mecánicas con el número de ciclos, el ensayo de columna resonante es más adecuado para obtener los parámetros dinámicos a pequeñas deformaciones, siendo especialmente útil en la caracterización del comportamiento elástico del suelo. Por ello es en el que nos vamos a centrar más a fondo dado que en nuestro ámbito de estudio, máquinas rotativas, las deformaciones tendrán muy bajas amplitudes comportándose el suelo y sistema de forma elástica.

Como acabamos de comentar, el ensayo de columna resonante es un método de laboratorio empleado para determinar las propiedades dinámicas del suelo en el rango de bajas deformaciones. Este ensayo se fundamenta en la teoría de propagación de ondas en barras prismáticas. Para su ejecución, la muestra de suelo es sometida a una excitación oscilatoria que puede ser de tipo torsional o axial. En el primer caso, se generan ondas de corte dentro de la muestra, lo que permite evaluar su rigidez frente a esfuerzos cortantes. En el segundo caso, la excitación axial induce ondas longitudinales de compresión, lo que posibilita la determinación del módulo de Young. Durante el ensayo, la frecuencia de vibración se ajusta progresivamente hasta alcanzar la resonancia, es decir, el punto en el que la amplitud de oscilación de la muestra es máxima. Una vez identificada la frecuencia de resonancia, se registran los datos de respuesta mecánica del suelo, a partir de los cuales se calculan las propiedades dinámicas. A continuación, se explicará más detalladamente el procedimiento del ensayo paso a

paso.

Preparación de la muestra

Se utiliza una muestra cilíndrica de suelo de dimensiones típicas de 30 a 100 mm de altura y 20 a 50 mm de diámetro, obtenida de manera inalterada o recompuesta. La muestra se confina en una cámara triaxial y se satura completamente en caso de suelos cohesivos.

Condiciones de carga y confinamiento

Se aplica una presión confinante mediante un fluido en la celda, replicando la presión efectiva del suelo en el terreno. La muestra se coloca entre dos placas, una fija y otra que puede girar o desplazarse axialmente.

Excitación mecánica

Se somete la muestra a pequeñas oscilaciones mediante un electroimán o motor que induce una vibración a una frecuencia variable.

Dependiendo del modo de ensayo, se aplican torsiones para inducir ondas de corte o cargas axiales para generar ondas de compresión.

Determinación de la frecuencia de resonancia

Se varía progresivamente la frecuencia de la vibración hasta encontrar el punto en el que la muestra entra en resonancia, es decir, donde su respuesta es máxima.

En este estado, se mide la frecuencia de resonancia (f_R) y la amplitud de oscilación.

Cálculo de los parámetros dinámicos

A partir de la frecuencia de resonancia, se calcula el módulo de corte G con la ecuación $G = \rho \cdot (2 \cdot \pi \cdot f_R) \cdot 2 \cdot J$ donde ρ es la densidad del suelo y J es el momento de inercia polar de la muestra. Y posteriormente se determina el coeficiente de amortiguamiento (D) midiendo la disminución de la amplitud de la oscilación después de apagar la excitación, utilizando el decremento logarítmico.

2.4.2 Ensayos de campo

Los ensayos de campo son una herramienta fundamental para caracterizar el comportamiento del suelo en su estado natural, sin las alteraciones que pueden producirse en muestras de laboratorio. Entre los más utilizados se encuentran los ensayos sísmicos y el ensayo de penetración estándar (SPT).

Al igual que los ensayos de laboratorio fueron más adecuados para la obtención de parámetros como los módulos dinámicos o el coeficiente de amortiguamiento, los ensayos de campo lo serán más para la obtención de propiedades como las velocidades de onda, también necesarias para nuestro propósito final, el análisis de cimentaciones de máquinas rotativas. Para ello, nos centraremos en el ensayo sísmico descendente (Downhole).

El ensayo Downhole consiste en la generación de ondas sísmicas en la superficie del terreno para su posterior detección en un sondeo vertical donde se ha instalado un geófono triaxial. Al medir el tiempo de llegada de las ondas a cada nivel del geófono, se puede determinar la velocidad de propagación de las ondas en el terreno mediante un análisis de los tiempos de viaje.

El procedimiento del ensayo comienza con la perforación de un sondeo hasta la profundidad deseada y la instalación del geófono dentro del mismo. A continuación, se genera una señal sísmica en la superficie y se registran los tiempos de llegada de las ondas en cada posición del geófono. Posteriormente, los datos obtenidos se procesan para calcular las velocidades de onda a partir de la diferencia de tiempos entre las mediciones en distintos niveles. Este análisis se basa en la ecuación de tiempo de viaje, donde la velocidad de propagación se obtiene dividiendo la distancia entre sensores por la diferencia de tiempos de llegada.

2.4.3 Métodos indirectos

Los métodos indirectos para la obtención de las propiedades dinámicas del suelo nos van a permitir estimar parámetros clave sin necesidad de realizar ensayos sísmicos o de laboratorio específicos. En este sentido, estos

métodos se fundamentan en correlaciones empíricas basadas en ensayos geotécnicos convencionales y en la caracterización mecánica del suelo mediante propiedades indirectamente relacionadas con el comportamiento dinámico.

Cabe destacar que, aunque los métodos indirectos presenten la ventaja de ser más rápidos y económicos en comparación con los ensayos sísmicos, su fiabilidad dependerá de la precisión de las correlaciones utilizadas y de la variabilidad natural del suelo. Se recomienda emplearlos como una primera aproximación y, si es posible, complementarlos con mediciones directas.

El módulo de corte secante para suelos finos, es decir, el módulo de corte cuando el suelo ya ha entrado en el régimen no lineal, puede ser determinado de manera indirecta a partir de la ecuación:

$$\frac{G_{sec}}{G_0} = \left[1 + \left(\frac{\gamma_{cyc}}{\gamma_{ref}} \right)^\alpha \right]^{-1} \quad (2-7)$$

Donde G_0 es el módulo de corte a muy pequeña deformación, γ_{cyc} es la deformación cortante cíclica, γ_{ref} es la deformación de corte de referencia en la que $G_{sec}/G_0=0.5$ y α es un coeficiente de curvatura cuyo valor dependerá del tipo de suelo, se muestra como ϕ_5 en la Tabla 2-1.

$$\gamma_{ref}(\%) = (\phi_1 + \phi_2 \times I_p \times OCR^{\phi_3}) \times \left(\frac{\sigma'_0}{p_a} \right)^{\phi_4} \quad (2-8)$$

Donde I_p es el índice de plasticidad, OCR es la razón de sobreconsolidación, σ'_0 la tensión principal efectiva y $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$ constantes dadas en la Tabla 2-1.

Tabla 2-1. Constantes para la evaluación del módulo de corte normalizado y el coeficiente de amortiguamiento de suelos finos.

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor	Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
ϕ_1	0,0352	ϕ_5	0,9190	ϕ_9	-0,2889	ϕ_{13}	-4,23
ϕ_2	0,001	ϕ_6	0,8005	ϕ_{10}	0,2919	ϕ_{14}	3,62
ϕ_3	0,3246	ϕ_7	0,0129	ϕ_{11}	0,6329	ϕ_{15}	-5,00
ϕ_4	0,3483	ϕ_8	-0,1069	ϕ_{12}	-0,0057	ϕ_{16}	-0,25

El coeficiente de amortiguamiento D para suelos finos puede calcularse en función de la deformación cortante cíclica mediante la expresión:

$$D = D_0 + f(G(\gamma_{cyc})/G_0) \quad (2-9)$$

Donde:

$$D_0 = (\phi_6 + \phi_7 \times I_p \times OCR^{\phi_8}) \times \frac{\sigma'_0}{p_a} \times [1 + \phi_{10} \ln(f)] \quad (2-10)$$

$$f\left(\frac{G_{sec}}{G_0}\right) = b \times D_M \times \left(\frac{G_{sec}}{G_0}\right)^{0,1} = b \times [c1(D_{M,\alpha=1}) + c2(D_{M,\alpha=1})^2 + c3(D_{M,\alpha=1})^3] \times \left(\frac{G_{sec}}{G_0}\right)^{0,1} \quad (2-11)$$

Siendo $b = \phi_{11} + \phi_{12} \ln(N)$, D_0 es el coeficiente de amortiguamiento a pequeñas deformaciones,

$$D_{M,\alpha=1} = \frac{100}{\pi} \left[4 \frac{\gamma_{cyc} - \gamma_{ref} \ln \left(\frac{\gamma_{cyc} + \gamma_{ref}}{\gamma_{ref}} \right)}{\frac{\gamma_{cyc}^2}{\gamma_{cyc} + \gamma_{ref}}} - 2 \right] \quad (2-12)$$

$$c1 = 0,2523 + 1,8618\alpha - 1,1143\alpha^2 \quad (2-13)$$

$$c2 = -0,0095 - 0,071\alpha + 0,0805\alpha^2 \quad (2-14)$$

$$c3 = 0,0003 + 0,0002\alpha - 0,0005\alpha^2 \quad (2-15)$$

N es el número de ciclos (10 por defecto), I_p es el índice de plasticidad, OCR es la razón de sobreconsolidación, σ'_0 la tensión principal efectiva, p_a es la presión atmosférica, f es la frecuencia de la carga en Hz (1Hz por defecto) y $\phi_6, \phi_7, \phi_8, \phi_9, \phi_{10}$ constantes dadas en la Tabla 2-1.

La variabilidad del módulo de corte normalizado puede estimarse asumiendo una distribución normal y un valor de varianza σ_{NG} dado por la siguiente fórmula:

$$\sigma_{NG} = e^{\phi_{13}} + \sqrt{\frac{0.25}{e^{\phi_{14}}} - \frac{([G_{sec}/G_0] - 0.5)^2}{e^{\phi_{14}}}} \quad (2-16)$$

Donde $[G_{sec}/G_0]$ está dado por la fórmula (2-7) y ϕ_{13}, ϕ_{14} son constantes dadas en la Tabla 2-1.

La variabilidad del coeficiente de amortiguamiento cortante puede determinarse asumiendo una distribución normal y un valor de la varianza σ_D a partir de:

$$\sigma_D = e^{\phi_{15}} + e^{\phi_{16}} \sqrt{D_m} \quad (2-17)$$

Donde D_m está dado por la fórmula (2-9) y ϕ_{15}, ϕ_{16} son constantes dadas en la Tabla 2-1.

El módulo de corte secante para suelos gruesos puede ser determinado de manera indirecta a partir de la ecuación:

$$\frac{G_{sec}}{G_0} = \left[1 + \left(\frac{\gamma_{cyc}}{\gamma_{ref}} \right)^\alpha \right]^{-1} \quad (2-18)$$

Donde G_0 es el módulo de corte a muy pequeña deformación, γ_{cyc} es la deformación cortante cíclica, γ_{ref} es la deformación de corte de referencia en la que $G_{sec}/G_0=0.5$ y α es un coeficiente cuyo valor es $\alpha = 0,86 + 0,1 \log \left(\frac{\sigma'_0}{p_a} \right)$, siendo σ'_0 la tensión principal efectiva y p_a es la presión atmosférica.

$$\gamma_{ref}(\%) = 0.12 C_{U,PSD}^{-0.6} \times \left(\frac{\sigma'_0}{p_a} \right)^{0.5 C_u^{-0.15}} \quad (2-19)$$

Siendo $C_{U,PSD}$ el coeficiente de uniformidad.

El coeficiente de amortiguamiento cortante para suelos gruesos puede ser determinado de manera indirecta en función de la deformación cortante cíclica a partir de la ecuación:

$$D = D_0 + b \times D_M \times \left(\frac{G_{sec}}{G_0} \right)^{0.1} = \left[0.55 C_{U,PSD}^{0.1} \times D_{50}^{-0.3} \times \left(\frac{\sigma'_0}{p_a} \right)^{-0.05} \right] + \left[D_0 + b \times D_M \times \left(\frac{G_{sec}}{G_0} \right)^{0.1} \right] \quad (2-20)$$

Donde D_0 es coeficiente de amortiguamiento cortante a pequeña deformación, $C_{U,PSD}$ el coeficiente de uniformidad, D_{50} es el tamaño de grano medio, σ'_0 la tensión principal efectiva y p_a es la presión atmosférica, $b = \phi_{11} + \phi_{12} \ln(N)$,

$$D_M = [c1(D_{M,\alpha=1}) + c2(D_{M,\alpha=1})^2 + c3(D_{M,\alpha=1})^3] \times \left(\frac{G_{sec}}{G_0} \right)^{0.1} \quad (2-21)$$

Siendo:

$$D_{M,\alpha=1} = \frac{100}{\pi} \left[4 \frac{\gamma_{cyc} - \gamma_{ref} \ln \left(\frac{\gamma_{cyc} + \gamma_{ref}}{\gamma_{ref}} \right)}{\frac{\gamma_{cyc}^2}{\gamma_{cyc} + \gamma_{ref}}} - 2 \right] \quad (2-22)$$

$$c1 = 0,2523 + 1,8618\alpha - 1,1143\alpha^2 \quad (2-23)$$

$$c2 = -0,0095 - 0,071\alpha + 0,0805\alpha^2 \quad (2-24)$$

$$c3 = 0,0003 + 0,0002\alpha - 0,0005\alpha^2 \quad (2-25)$$

Y N es el número de ciclos (10 por defecto).

La velocidad de las ondas de corte (V_s) puede determinarse indirectamente a partir de ensayos de penetración y presión. En particular, se han desarrollado correlaciones con el ensayo de penetración estándar (SPT), donde la relación empírica se expresa como:

$$V_s = k_{vs} N_{60}^{0.23} \sigma_v^{0.25} \quad (2-26)$$

En esta ecuación, k_{vs} es un coeficiente empírico que depende de la edad del suelo (27 para arenas holocenas y 35 para pleistocenas), N_{60} es el número de golpes del SPT corregido y σ_v es tensión vertical efectiva.

Asimismo, el ensayo de dilatómetro plano (DMT) permite estimar el módulo de corte a muy pequeña deformación mediante la ecuación:

$$G_o = k_1 K_D^{-k_2} M_{DMT} \quad (2-27)$$

donde M_{DMT} es el módulo del dilatómetro, K_D es el índice de tensión horizontal, k_1 es una constante empírica cuyo valor es de 26,177 para $I_{DMT} < 0,6$; 15,686 para $0,6 \leq I_{DMT} < 1,8$; y 4,5613 para $0,8 \leq I_{DMT}$, y k_2 es otra constante empírica cuyo valor es de 1,0066 para $I_{DMT} < 0,6$; 0,921 para $0,6 \leq I_{DMT} < 1,8$; y 0,7967 para $0,8 \leq I_{DMT}$. Siendo I_{DMT} el índice del material del dilatómetro.

3 INTRODUCCIÓN A LAS CIMENTACIONES DE MÁQUINAS

3.1 Tipos de máquinas dinámicas y sus cimentaciones

3.1.1 Máquinas de movimiento alternativo

Las máquinas de movimiento alternativo son aquellas en las que el movimiento mecánico se genera a través de un sistema de pistón, biela y cigüeñal, incluyendo motores de combustión interna, tanto diésel como gasolina, compresores de pistón, utilizados por ejemplo en sistemas de refrigeración o instalaciones neumáticas, y bombas alternativas, utilizadas en el transporte de fluidos a alta presión en sectores como la minería o la industria petrolera.

El principio de funcionamiento de estas máquinas se basa en la conversión del movimiento rotacional del cigüeñal en un desplazamiento lineal alternativo del pistón. Este proceso genera fuerzas desequilibradas que pueden inducir vibraciones en la estructura sobre la que están instaladas. Para minimizar estos efectos, suelen incorporarse mecanismos de compensación, como contrapesos o volantes de inercia, que ayudan a equilibrar la

máquina y reducir las cargas dinámicas transmitidas a la cimentación. La magnitud de estas fuerzas depende de factores como el número de cilindros, el tamaño del pistón y la disposición de los elementos mecánicos.

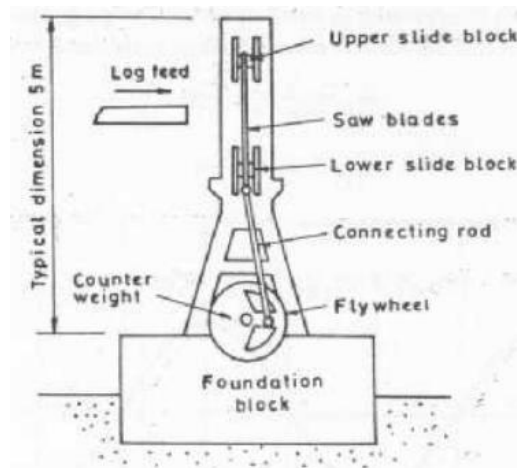


Figura 3-1. Esquema de ejemplo de máquina de movimiento alternativo.

Las frecuencias de operación de este tipo de máquinas son relativamente bajas en comparación con otros tipos de maquinaria dinámica. Los motores y compresores grandes suelen trabajar en un rango de 50 a 250 rpm, mientras que los motores de combustión interna más pequeños, como los diésel y de gasolina, pueden alcanzar entre 300 y 1000 rpm.

Para garantizar un funcionamiento adecuado, las cimentaciones de estas máquinas deben minimizar la transmisión de vibraciones al suelo y a las estructuras cercanas. Por ello, existen dos tipos de cimentaciones diseñadas para este propósito y más comúnmente utilizadas, las cimentaciones de bloque y las de cajón.

Las cimentaciones de bloque consisten en un pedestal macizo de hormigón sobre el cual se apoya la máquina, proporcionando alta rigidez y absorbiendo las vibraciones de manera eficiente debido a su gran masa. Son especialmente utilizadas en máquinas de baja frecuencia y alta fuerza de impacto.

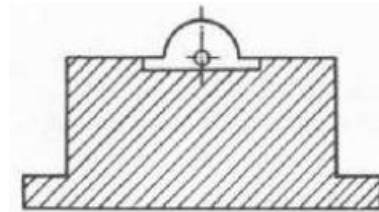


Figura 3-2. Cimentación tipo bloque.

Las cimentaciones de cajón consisten en una estructura hueca de hormigón que permite un mayor amortiguamiento del suelo. Este tipo de cimentación es empleado en máquinas de mayor tamaño donde la disipación de energía de las vibraciones juega un papel más importante.

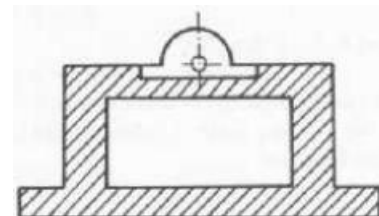


Figura 3-3. Cimentación tipo cajón.

3.1.2 Máquinas de impacto

A diferencia de las máquinas rotativas o de las mencionadas en el capítulo anterior, en las que el movimiento es continuo o alternante, las máquinas de impacto transmiten impulsos cortos de gran intensidad al suelo, lo que

produce vibraciones altamente transitorias. Entre los ejemplos más comunes de este tipo de máquinas se encuentran las prensas de forja, los martillos pilones o los equipos de compactación dinámica, como los martillos vibratorios que se utilizan para la hinca de pilotes.

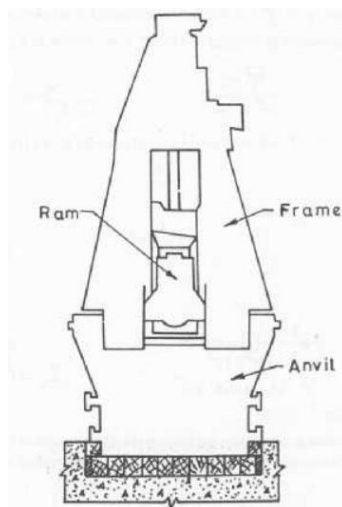


Figura 3-4. Esquema de ejemplo de máquina de impacto.

El funcionamiento de estas máquinas se basa en el movimiento libre o guiado de una masa que cae o se desplaza rápidamente para chocar con otra parte fija o con el material que se desea moldear o compactar. Las fuerzas generadas en cada golpe son muy superiores a las que se producen en otras máquinas dinámicas, aunque se aplican durante intervalos de tiempo muy breves.

Las frecuencias de operación de las máquinas de impacto dependen del número de impactos por unidad de tiempo. En general, oscilan entre 50 y 150 golpes por minuto, aunque algunas prensas industriales pueden superar estos valores. A pesar de que estas frecuencias son relativamente bajas, la intensidad de los impactos hace que el efecto dinámico sobre la cimentación y el suelo sea significativo, especialmente en terrenos compresibles o mal compactados. Por ello, es fundamental analizar la transmisión de energía hacia el terreno y los posibles efectos acumulativos.

Las cimentaciones diseñadas para máquinas de impacto deben cumplir una doble función: resistir las cargas estáticas derivadas del peso de la máquina y su base, y disipar la energía del impacto de forma que se minimice la transmisión de vibraciones al entorno. Para ello, se utilizan principalmente cimentaciones masivas con elevada rigidez y capacidad de absorción, a menudo se utilizan las cimentaciones tipo bloque mencionadas en el capítulo anterior, cambiando únicamente algunos detalles como una masa más elevada, lo que se traduce en una inercia mayor, para la mejor absorción de impactos. En algunos casos, se incorporan materiales amortiguadores o sistemas de aislamiento dinámico entre la máquina y la cimentación para reducir el efecto de los impactos. También es frecuente que estas cimentaciones se diseñen con bases anchas y profundas, de modo que se distribuyan mejor las cargas en el terreno, evitando asentamientos diferenciales o fallo a fatiga.

3.1.3 Máquinas rotativas

Las máquinas rotativas consisten fundamentalmente en partes móviles girando continuamente a gran velocidad alrededor de un eje, como por ejemplo las turbinas, los compresores rotativos o los turbogeneradores. Estas máquinas operan generalmente a altas velocidades, que varían entre las 3000 y las 10 000 rpm, y se caracterizan por generar fuerzas centrífugas periódicas como consecuencia de pequeños desequilibrios dinámicos, causados habitualmente por excentricidades en el eje de rotación.

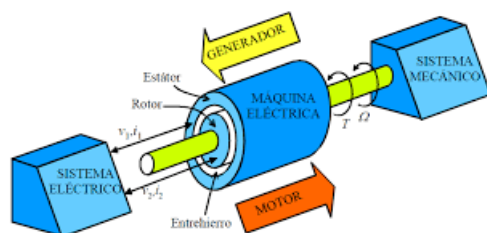


Figura 3-5. Esquema de ejemplo de máquina rotativa.

Aunque en condiciones ideales estas máquinas se equilibran antes de su puesta en marcha, como acabamos de mencionar, en la práctica siempre existirá un cierto grado de desequilibrio residual, que es lo que hace que durante su funcionamiento se generen fuerzas dinámicas de carácter continuo. A pesar de que estas fuerzas no sean tan intensas como las generadas por máquinas de impacto o de movimiento alternativo, su naturaleza armónica e ininterrumpida requiere un diseño de la cimentación más enfocado a evitar que coincidan con las frecuencias naturales del sistema, provocándose fenómenos de resonancia.

Dado que estos equipos suelen ir acompañados de una gran cantidad de sistemas auxiliares como bombas, tuberías, intercambiadores de calor o condensadores, la cimentación más habitual es una estructura en forma de pórtico de dos niveles. En la que la turbina o compresor se sitúa sobre una losa elevada, al nivel del suelo de la sala de máquinas, mientras que los equipos auxiliares se situarán en el nivel inferior. Esta configuración no solo mejora la accesibilidad y distribución de los elementos, sino que también permite una mejor respuesta estructural frente a las vibraciones.

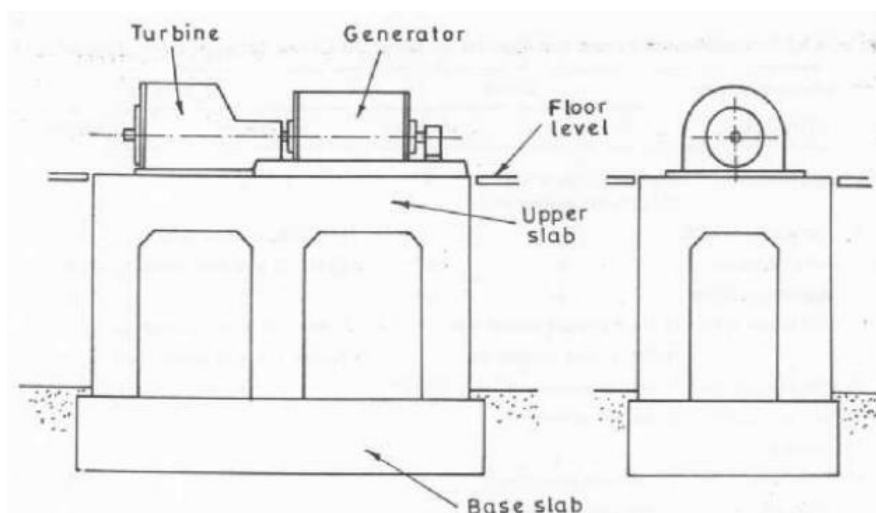


Figura 3-6. Cimentación tipo pórtico.

Las cimentaciones de este tipo proporcionan una gran rigidez estructural y además reducen el riesgo de agrietamiento por variaciones térmicas y asentos. En comparación con otras cimentaciones utilizadas en máquinas dinámicas, este tipo está especialmente diseñado para evitar la amplificación vibratoria, elevando las frecuencias propias del sistema por encima de la frecuencia de funcionamiento.

3.2 Requerimientos generales para las cimentaciones de máquinas

Para garantizar un diseño adecuado de las cimentaciones de máquinas, deben cumplirse una serie de requerimientos generales que aseguren tanto el funcionamiento eficiente de la máquina como la estabilidad del sistema máquina–cimentación–suelo frente a las acciones dinámicas. A continuación, se mostrarán los requerimientos a tener en cuenta para el correcto diseño de las cimentaciones de máquinas según el libro *“Soil Dynamics and Machine Foundations”*, Swami Saran (2006).

El centro de gravedad del conjunto máquina-cimentación debe estar, en la medida de lo posible, en la misma línea vertical que el centro de gravedad del plano base de la cimentación. Esto debe ser así para que no se

produzcan momentos indeseados que podrían provocar inclinaciones o vibraciones adicionales. Una disposición simétrica mejora significativamente la estabilidad dinámica del sistema.

La cimentación debe ser segura frente a rotura por cortante. Para ello, el dimensionamiento de la cimentación debe contemplar adecuadamente tanto las cargas estáticas como dinámicas, especialmente las de impacto o las inducidas por desequilibrios en el funcionamiento de la máquina.

Los asientos deben mantenerse dentro de límites admisibles. Una cimentación que asiente de forma diferencial o excesiva puede alterar la alineación de la máquina, comprometiendo su funcionamiento y durabilidad. Por tanto, será imprescindible realizar un estudio geotécnico detallado del terreno para estimar correctamente los asientos y su distribución.

Uno de los requerimientos más importantes es evitar la resonancia. La frecuencia natural del sistema máquina–cimentación–suelo no deberá coincidir en ningún caso con la frecuencia de funcionamiento de la máquina, ya que esto puede amplificar enormemente las vibraciones y causar daños severos. Para ello, se define una zona de resonancia, y la frecuencia natural del sistema deberá situarse fuera de ella. Los valores a evitar recomendados del cociente entre la frecuencia de funcionamiento (ω) y la natural (ω_n), varían según el tipo de máquina de la siguiente manera:

Máquinas de movimiento alternativo:

-Para máquinas importantes: $0.5 < \omega/\omega_n < 2.0$

-Para máquinas ordinarias: $0.6 < \omega/\omega_n < 1.5$

Máquinas de impacto: $0.4 < \omega/\omega_n < 1.5$

Máquinas rotativas: $0.8 < \omega/\omega_n < 1.25$

Además, si la frecuencia natural del sistema está por debajo de la de operación, se deben considerar las amplitudes durante la resonancia transitoria, ya que pueden ser elevadas. En general, se recomienda una frecuencia natural alta para máquinas con bajas frecuencias operativas, y baja para máquinas con frecuencias operativas más altas.

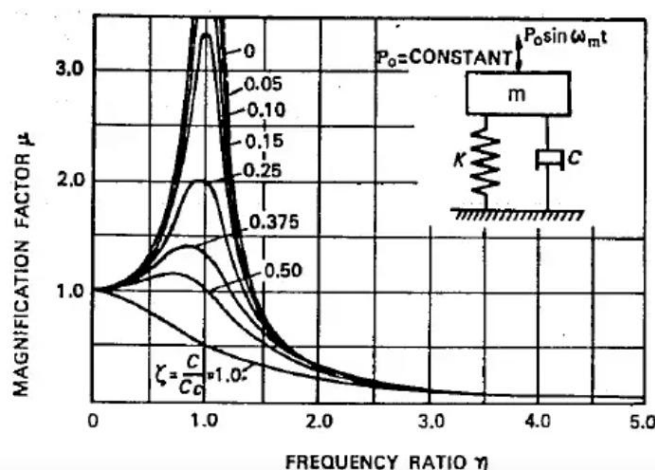


Figura 3-7. Gráfica resonancia.

Esta gráfica representa, para un sistema de un grado de libertad sometido a una carga armónica, el comportamiento del factor de amplificación dinámica (μ) frente a la relación entre la frecuencia de excitación y la frecuencia natural del sistema (γ). El factor de amplificación dinámica cuantifica cuánto se mayor o atenúa una vibración a medida que cambia la frecuencia de entrada respecto a la frecuencia natural. Se puede observar que, a menor amortiguamiento (ζ), la curva presenta un pico más pronunciado en torno a la unidad en el eje horizontal, lo que indica que la vibración se amplifica significativamente cuando la frecuencia de entrada coincide con la frecuencia natural del sistema, es decir, ocurre la resonancia.

La amplitud del movimiento a la frecuencia de operación no debe superar la amplitud admisible, la cual nunca debe ser mayor que la especificada por el fabricante de la máquina. Exceder esta amplitud podrá afectar al rendimiento de la máquina o incluso dañarla permanentemente.

Las vibraciones no deberán resultar molestas para el personal que trabaje en el entorno, ni perjudiciales para otras máquinas de precisión cercanas, para esto deberemos tener en cuenta la amplitud y frecuencia de las mismas.

4 CIMENTACIONES DE MÁQUINAS ROTATIVAS

4.1 Introducción

El turbogenerador es el ejemplo por excelencia de las máquinas rotativas y en la mayoría de los casos la parte más importante de las centrales térmicas. Como comentábamos en el capítulo anterior, este tipo de maquinaria opera a velocidades elevadas, generalmente entre 3000 y 10000 revoluciones por minuto, lo que genera cargas dinámicas considerables que deben ser debidamente transmitidas y disipadas por la cimentación de la misma para garantizar un funcionamiento seguro, continuo y eficiente.



Figura 4-1. Turbogenerador.

La cimentación debe ser capaz de resistir no solo las cargas estáticas, sino también las dinámicas, asociadas al funcionamiento de la máquina. Además, al tratarse el turbogenerador de una máquina compleja que necesita equipos auxiliares, debe cumplir funciones adicionales como permitir una adecuada disposición de los mismos y facilitar el mantenimiento, el acceso y la inspección.

La solución más extendida para este tipo de maquinaria es la cimentación tipo pórtico o de marco rígido. Este sistema estructural se compone habitualmente de una losa inferior o placa base apoyada directamente sobre el terreno o sobre pilotes, una serie de columnas que transmiten las cargas verticales y un sistema de vigas longitudinales y transversales que forman una plataforma superior donde están colocados la turbina y el generador. Esta tipología permite obtener una cimentación rígida, estable y de fácil adaptación a los requerimientos funcionales de la instalación, que comentaremos con detalle en el siguiente apartado.

4.2 Consideraciones y requerimientos

4.2.1 Datos de diseño

Los datos que serán necesarios, como mínimo, para el diseño de la cimentación de una máquina rotativa, serán los siguientes:

Desde el punto de vista mecánico, se requiere un diagrama de cargas detallado que indique la magnitud, posición y dirección de todas las cargas que actúan sobre la cimentación, distinguiendo entre cargas estáticas y dinámicas. Este diagrama debe incluir no solo las cargas puntuales, sino también la superficie sobre la que se distribuyen. Además, debe conocerse la capacidad nominal de la máquina, su velocidad de operación, la disposición del equipo auxiliar, la distribución de las tuberías, así como la temperatura de sus superficies externas. También será imprescindible disponer de planos detallados que indiquen las dimensiones y ubicación de pernos de anclaje, tuberías, huecos, conductos o insertos embebidos.

En lo que respecta al terreno, es fundamental disponer de un perfil geotécnico detallado y de las características del suelo hasta al menos tres veces el ancho de la cimentación de la turbina, o bien hasta alcanzar un estrato competente. Debe incluirse también información sobre la posición del nivel freático, especialmente en distintas estaciones del año, ya que su proximidad influye directamente en la transmisión de vibraciones y en la capacidad portante del suelo.

La precisión y calidad de estos datos condicionarán directamente la fiabilidad del análisis estructural y dinámico de la cimentación, por lo que su obtención y verificación constituirán una fase esencial del proceso de diseño.

4.2.2 Consideraciones especiales

El diseño de la cimentación de un turbogenerador debe tener en cuenta una serie de consideraciones especiales que garanticen el correcto funcionamiento dinámico del sistema, la durabilidad estructural y la prevención de daños por efectos térmicos, vibratorios y de asentamiento.

En primer lugar, la cimentación debe estar completamente separada del edificio principal y de otras cimentaciones adyacentes, mediante una junta libre perimetral que evite la transferencia de vibraciones. También debe verificarse que las zapatas vecinas no generen interacciones negativas por superposición de bulbos de presión.

Todas las uniones entre vigas y columnas deben estar reforzadas con ménsulas para aumentar la rigidez del pórtico y evitar concentraciones de tensiones excesivas. Asimismo, deben evitarse voladizos salientes y en caso de ser necesarios, deben tener una longitud de empotramiento entre el 60 % y el 75 % de su luz libre, para reducir el riesgo de vibraciones locales excesivas.

Las vigas transversales deben alinearse verticalmente con los apoyos de los equipos, y sus ejes deben coincidir con los de las columnas en el mismo plano vertical, con el fin de evitar momentos torsionales no deseados. La plataforma superior debe ser lo más rígida posible en su plano, actuando como una placa indeformable durante el funcionamiento dinámico de la máquina.

La losa base debe tener suficiente rigidez para resistir asentamientos diferenciales del terreno y la masa necesaria para bajar el centro de gravedad conjunto del sistema máquina-cimentación. Su espesor debe ser superior al requerido por cálculos estáticos, siendo de al menos 2 m para máquinas de 25 MW, y pudiendo llegar a 4 m en potencias superiores. El peso de la losa base no debe ser menor que la suma del peso de la máquina y de la cimentación, excluyendo la propia losa base y los condensadores.

Desde el punto de vista constructivo, se recomienda que la losa de cimentación se hormigone en una sola etapa para evitar juntas frías. En caso de ser necesaria una junta entre hormigones, esta deberá ubicarse preferentemente a un tercio de la altura de la columna y ser tratada para garantizar una adherencia del 100 %.

En lo posible, el diseño geométrico debe garantizar que la resultante del peso de la máquina y de la cimentación (incluyendo plataforma superior, columnas, losas intermedias y base) pase por el centro de gravedad del área de contacto con el terreno, mejorando la estabilidad y reduciendo efectos dinámicos asimétricos.

Finalmente, el nivel freático debe mantenerse lo más alejado posible de la base de cimentación, idealmente a una profundidad mínima de un cuarto del ancho de la cimentación. Esto limita la propagación de vibraciones a través del agua subterránea, ya que esta actúa como buen conductor de ondas.

4.2.3 Requerimientos generales

El diseño de cimentaciones para máquinas rotativas deberá satisfacer una serie de requerimientos técnicos que garanticen un comportamiento estructural y dinámico adecuado, especialmente en términos de vibraciones. La seguridad del sistema no solo dependerá de su capacidad resistente, sino también de su capacidad para evitar fenómenos como la resonancia o desplazamientos excesivos que puedan comprometer tanto la máquina como

su entorno.

Uno de los principales requerimientos es que la frecuencia natural del sistema cimentación-máquina esté suficientemente alejada de la frecuencia de operación. Para ello, se recomienda mantener una separación mínima del 30 %, aunque es preferible un margen del 50 %, teniendo en cuenta una posible incertidumbre del 10 %-20 % en el cálculo de frecuencias. En general, no es necesario evitar la resonancia en modos superiores si las amplitudes asociadas son pequeñas, pero sí debe evitarse en el primer modo vertical y horizontal, que suelen ser los más críticos.

Las amplitudes de vibración deberán mantenerse dentro de límites admisibles. Según la normativa técnica, para máquinas que operan por encima de 3000 rpm, los valores máximos recomendados en el nivel de los cojinetes son de 0,02 mm en vertical y 0,04 mm en horizontal. Para velocidades inferiores, estos límites aumentan a 0,04 mm y 0,07 mm, respectivamente.

Desde el punto de vista estructural, es imprescindible verificar todas las combinaciones de carga posibles, incluyendo las cargas muertas, cargas dinámicas equivalentes (tanto verticales como horizontales), cargas por cortocircuito y acciones térmicas o de retracción. Los momentos más desfavorables resultantes de estas combinaciones deberán emplearse en el dimensionamiento. No deberán sumarse simultáneamente las acciones dinámicas verticales y horizontales, ya que no ocurren al mismo tiempo.

En cuanto a las tensiones admisibles en el terreno, estas no deberán superarse bajo ninguna de las combinaciones de carga analizadas. Para el cálculo de la carga total sobre el suelo, únicamente se considerará la mitad del valor de la fuerza dinámica vertical. También deberán tenerse en cuenta los momentos torsionales producidos por cargas excéntricas de la máquina, los cuales deberán reflejarse en el diseño de las vigas del marco estructural.

4.3 Cargas actuantes

4.3.1 Tipos de carga y definición

A continuación, definiremos las posibles cargas a las que estará sometida la cimentación de un turbogenerador y que por tanto deberán considerarse en el proceso de diseño. Estas cargas incluirán tanto acciones permanentes como efectos dinámicos, térmicos y accidentales.

Las cargas muertas. Estas comprenderán tanto el peso propio de la cimentación, como el de la máquina (turbina, generador, condensador), además de cualquier estructura auxiliar incorporada al sistema.

Fuerzas debidas a desequilibrios en el funcionamiento de la máquina. Estas fuerzas son consecuencia de la existencia de una excentricidad efectiva entre el eje de rotación y el centro de masas del rotor. Actúan de forma continua mientras la máquina está en funcionamiento y varían con el cuadrado de la velocidad de rotación, por ello, son especialmente significativas en equipos de alta velocidad como el turbogenerador. En configuraciones con varios rotores sobre el mismo eje, estas fuerzas pueden cancelarse parcialmente si las masas están dispuestas de forma simétrica, aunque también pueden generar momentos desequilibrados que actúan tanto en dirección vertical como horizontal. En estos casos, además de la fuerza resultante, deben considerarse los momentos generados por la separación entre los centros de masa.

Durante el funcionamiento del turbogenerador puede producirse la rotura de uno de los álabes del rotor, así como un fallo en alguno de los rodamientos. Este tipo de incidente genera un aumento significativo en la fuerza de desequilibrio que actúa sobre la cimentación, por lo que es tratado como un tipo de carga por separado.

También hay que tener en cuenta la situación de cortocircuito. En estos casos, se genera un par denominado “momento de cortocircuito”, que tiende a separar el estator de la cimentación. Este efecto impone cargas verticales adicionales sobre las vigas longitudinales que sostienen el estator del generador. Si no se dispone del valor real, el momento puede estimarse empíricamente como cuatro veces la potencia nominal del turbogenerador.

Cargas de operación. Engloban todos los esfuerzos generados durante el funcionamiento ordinario de la máquina, como fuerzas de fricción, pares de funcionamiento, empujes derivados de tuberías o la succión provocada por el vacío en el condensador. La mayoría de estos datos son suministrados por el fabricante, aunque en algunos casos se podrán estimar mediante fórmulas empíricas si no se dispone de información específica.

Dentro de las cargas de operación, las más importantes son las cargas de succión en el condensador que aparecen debido al vacío generado durante su funcionamiento. Esta succión actúa como una carga adicional sobre la turbina y, por tanto, sobre la cimentación, siempre que exista un acoplamiento elástico entre ambos, ya que, en caso de acoplamiento rígido, no se transmite la carga. Su valor, en caso de no conocerse, puede ser estimado en función del área de conexión y la diferencia entre la presión atmosférica y la presión interna del condensador.

Las cargas térmicas resultantes de gradientes de temperatura entre diferentes partes de la cimentación también generan momentos y esfuerzos adicionales. En ausencia de datos específicos, se puede asumir una diferencia de temperatura de 20 °C tanto entre la losa superior e inferior, como entre las caras interna y externa de la losa superior. Para considerar los efectos de la retracción del hormigón de la losa superior respecto a la base, se puede asumir una caída de temperatura de 10 °C, pudiendo aumentarse a 15 °C si el hormigonado de los pórticos se realiza más de dos meses después del vaciado de la losa base.

Las acciones sísmicas se introducen como cargas laterales que actúan sobre cada marco transversal de la cimentación. La magnitud de estas fuerzas depende de la zona sísmica, del tipo de terreno y del nivel de importancia de la estructura. Cuando las fuerzas sísmicas son consideradas en el diseño, pueden aumentarse tanto las tensiones admisibles en los materiales como la presión admisible del terreno.

Por último, durante la fase de montaje, pueden actuar las denominadas cargas de construcción, habitualmente tratadas como cargas uniformemente distribuidas de entre 10 y 30 kN por metro cuadrado.

4.3.2 Combinaciones de carga

Existen algunas consideraciones importantes al combinar las distintas cargas actuantes:

Las cargas de construcción no deben considerarse simultáneamente con las cargas dinámicas, ya que solo actúan durante la fase de montaje o cuando la máquina está detenida.

Las cargas dinámicas verticales y horizontales no deben tenerse en cuenta a la vez, ya que no ocurren al mismo tiempo.

Los efectos térmicos y de retracción son de naturaleza opuesta, por lo que tampoco deben considerarse de forma conjunta en el sumatorio total de momentos.

Sin embargo, las acciones sísmicas pueden combinarse con las fuerzas dinámicas generadas por la máquina, ya que ambas pueden actuar simultáneamente durante un evento sísmico.

Teniendo en cuenta estas consideraciones, las combinaciones de carga más relevantes para el diseño de la cimentación de un turbogenerador son:

Condición de operación normal: (Cargas permanentes, cargas de operación, cargas térmicas y cargas dinámicas por desequilibrio)

Condición de cortocircuito: (Se incluye el momento de cortocircuito a la condición de operación normal)

Condición de pérdida de álabe o fallo de rodamiento: (Se incluye la carga por rotura de uno de los álabes del rotor o por fallo en alguno de los rodamientos a la condición de operación normal)

Condición sísmica: (Se incluyen las acciones sísmicas a la condición de operación normal)

4.4 Métodos de análisis dinámico

En el análisis dinámico de cimentaciones tipo pórtico se emplea habitualmente un modelo bidimensional basado en una serie de simplificaciones que se mencionarán a continuación y que permitirán tratar cada pórtico

transversal de forma independiente.

Se asume que las diferencias entre las deformaciones de las distintas columnas son despreciables y que tanto las vigas longitudinales como las transversales experimentan deformaciones prácticamente idénticas. La resistencia a torsión de las vigas longitudinales se considerará insignificante frente a la deformación de las transversales, y se admitirá que las vibraciones verticales pueden analizarse por separado en cada marco. Además, el peso transmitido desde las vigas longitudinales se representará como cargas concentradas sobre las cabezas de las columnas, incluso cuando las vigas transversales se encuentren colocadas de forma excéntrica. Para simplificar el sistema, se reemplazan las vigas y columnas por elementos sin masa, concentrando la masa en unos pocos puntos representativos, y se iguala la energía cinética del sistema real y el idealizado. El efecto de la elasticidad del terreno se descarta al considerarse mucho más flexible en comparación con la estructura. Por último, se supondrá que el tablero superior actúa como una placa rígida en su plano cuando se analizan desplazamientos horizontales.

A partir de este planteamiento simplificado, se han desarrollado diversos métodos para el análisis dinámico, siendo los más reconocidos el Método de la Resonancia propuesto por Rausch en Alemania, el Método de la Amplitud desarrollado por Barkan en la antigua URSS, y el Método Combinado, también denominado Método de Resonancia Extendido, propuesto por Major en Hungría.

El **Método de la Resonancia** se basa en evitar que la frecuencia natural del sistema coincida con la frecuencia de operación de la máquina, exigiendo que exista al menos una separación del 30 %. No obstante, este enfoque presenta limitaciones, ya que no garantiza por sí solo un diseño adecuado. De hecho, en cimentaciones subajustadas, es decir, donde la frecuencia natural es mucho menor que la de operación, se pueden observar vibraciones excesivas durante las fases de aceleración y deceleración, a pesar de cumplirse la condición de separación. También se han registrado casos en los que la frecuencia natural está próxima a la de operación sin consecuencias negativas, debido a que las amplitudes generadas no resultan significativas. Este método, al basarse en un sistema de un grado de libertad tipo masa-resorte, supone una simplificación excesiva y no permite predecir la magnitud real de las vibraciones, ya que omite el cálculo de amplitudes.

A continuación, se detalla el procedimiento a seguir:

El problema se simplifica modelando cada pórtico como un sistema de un grado de libertad, como se observa en el siguiente esquema:

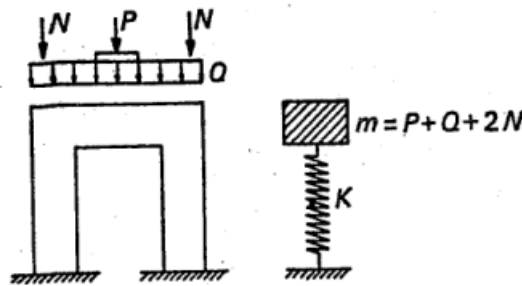


Figura 4-2. Simplificación del sistema para el Método de la Resonancia.

Para las frecuencias verticales se hará la media de las frecuencias de cada pórtico:

$$f_v = \frac{\sum f_i}{n} \quad (4-1)$$

Donde f_i es la frecuencia de cada pórtico y n el número total de pórticos.

Para el cálculo de la frecuencia vertical de cada pórtico partimos de:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{Kg}{W}} \quad (4-2)$$

Donde W es el peso, K la rigidez y g la aceleración de la gravedad.

Si decimos que:

$$\delta_v = \frac{W}{K} \quad (4-3)$$

Tenemos entonces que la frecuencia vertical de cada pórtico es:

$$\omega_n = \frac{30}{\sqrt{\delta_v}} \quad (4-4)$$

Donde δ_v es el desplazamiento vertical total en metros en el punto medio de la viga transversal.

Este desplazamiento vertical se calcula como la siguiente suma:

$$\delta_v = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 \quad (4-5)$$

Donde δ_1 , δ_2 , δ_3 son los desplazamientos debidos a la carga puntual (P), a la carga distribuida ($Q = ql$) y al cortante, respectivamente, y δ_4 es la compresión que sufre la columna debido a la carga axil (N) transferida por las vigas longitudinales.

$$\delta_1 = \frac{Pl^3}{96EI_b} \frac{2K+1}{K+2} \quad (4-6)$$

$$\delta_2 = \frac{Ql^3}{384EI_b} \frac{5K+2}{K+2} \quad (4-7)$$

$$\delta_3 = \frac{3}{5} \frac{l}{EA_b} \left(P + \frac{Q}{2} \right) \quad (4-8)$$

$$\delta_4 = \frac{h}{EA_c} \left(N + \frac{P+Q}{2} \right) \quad (4-9)$$

Siendo P la carga concentrada de la máquina, q el peso propio por unidad de longitud de la viga transversal, N la carga concentrada en las columnas, A_b el área de la sección transversal de la viga, A_c el área de la sección transversal de las columnas, E el módulo elástico del material de la cimentación, h la altura efectiva de las columnas, l la longitud efectiva de las vigas y K la constante de rigidez del pórtico.

$$K = \frac{I_b h}{I_c l} \quad (4-10)$$

Para las frecuencias horizontales se asume que la losa inferior es infinitamente rígida, y se procede de la siguiente manera:

$$f_h = 30 \sqrt{\frac{\sum K_{hi}}{W}} \quad (4-11)$$

Donde W es el peso total de la máquina y la losa superior, y $\sum K_{hi}$ el sumatorio de las rigideces laterales de cada pórtico.

La rigidez lateral de cada pórtico se calcula con la siguiente formula.

$$K_{hi} = \frac{12EI_c}{h^3} \left(\frac{6K+1}{3K+2} \right) \quad (4-13)$$

El significado de los parámetros ya ha sido indicado anteriormente.

El **Método de la Amplitud**, propuesto por Barkan para superar las limitaciones del Método de la Resonancia, establece como criterio de diseño que las amplitudes de vibración forzada se mantengan dentro de los valores admisibles. Este método se basa en un sistema de dos grados de libertad, lo cual representa una mejora respecto al anterior. Sin embargo, no tiene en cuenta el aumento de amplitudes que puede producirse durante los arranques y paradas, especialmente en cimentaciones subajustadas, por lo que los valores obtenidos también podrían subestimar la respuesta real.

A continuación, se detalla el procedimiento a seguir:

Para el cálculo de las frecuencias naturales se modela cada pórtico como un sistema de dos grados de libertad como se indica en el siguiente esquema:

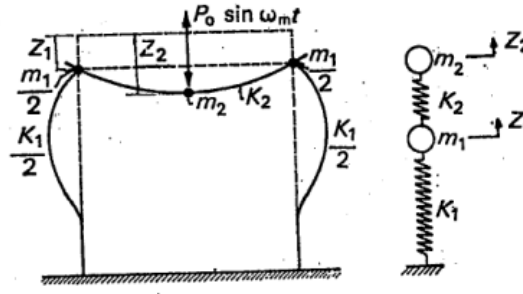


Figura 4-3. Simplificación del sistema para el Método de la Amplitud.

La fuerza centrífuga de un aparato giratorio desequilibrado se calcula de la siguiente manera:

$$C_i = \frac{R}{g} e \omega_m^2 \quad (4-14)$$

Donde e es la excentricidad del rotor, la cual puede asumirse como 0.05 mm para una máquina de 3000 rpm, 0.2 mm para una máquina de 1500 rpm y de 0.35 a 0.8 mm para una máquina de 750 rpm, R es el peso del rotor y ω_m es la frecuencia de operación.

Las componentes vertical y horizontal de dicha fuerza son las siguientes:

$$P_v = C_i \sin(\omega_m t) \quad (4-15)$$

$$P_h = C_i \cos(\omega_m t) \quad (4-16)$$

Para el cálculo de las frecuencias verticales, el peso equivalente m_2 se supone concentrado en el centro de cada viga transversal y se calcula como:

$$m_2 = m_o + 0.45 m_b \quad (4-17)$$

Donde $m_o = \frac{P}{g}$, es la masa concentrada de la maquina y m_b la masa de la viga transversal.

La masa m_1 concentrada sobre las columnas se calcula como:

$$m_1 = m_a + 0.255 m_b + 0.35 m_c \quad (4-18)$$

Donde m_a es la masa transferida por las vigas longitudinales y m_c la masa de las columnas.

La rigidez de las columnas de cada pórtico se calcula como:

$$K_1 = \frac{2EA_c}{h} \quad (4-19)$$

Y la rigidez de la viga transversal de cada pórtico se calcula como:

$$K_2 = \frac{1}{\delta_v} \quad (4-20)$$

Donde:

$$\delta_v = \frac{l^3(1+2K)}{96EI_b(2+K)} + \frac{3l}{8GA_b} \quad (4-21)$$

Siendo G el módulo de rigidez que normalmente toma un valor de la mitad de E .

Las frecuencias naturales acopladas del movimiento vertical del sistema se obtienen a partir de las raíces reales de la siguiente ecuación cuadrática en ω_m^2 :

$$f(\omega_m^2) = \omega_m^4 - (1 + \alpha)(\bar{\omega}_{n1}^2 + \bar{\omega}_{n2}^2)\omega_m^2 + (1 + \alpha)\bar{\omega}_{n1}^2\bar{\omega}_{n2}^2 \quad (4-22)$$

Donde:

$$\bar{\omega}_{n2}^2 = \frac{K_2}{m_2} \quad (4-23)$$

$$\bar{\omega}_{n1}^2 = \frac{K_1}{m_1 + m_2} \quad (4-24)$$

$$\alpha = \frac{m_2}{m_1} \quad (4-25)$$

Las ecuaciones de movimiento para vibración forzada del sistema con dos grados de libertad son:

$$m_1 \ddot{z}_1 + K_1 z_1 + K_2 (z_1 - z_2) = 0 \quad (4-26)$$

$$m_2 \ddot{z}_2 + K_2 (z_2 - z_1) = P_o \sin(\omega_m t) \quad (4-27)$$

Las amplitudes a_1 y a_2 de las masas m_1 y m_2 tendrán las siguientes expresiones:

$$a_1 = \frac{\bar{\omega}_{n2}^2}{m_1 f(\omega_m^2)} P_o \quad (4-28)$$

$$a_2 = \frac{[(1+\alpha)\bar{\omega}_{n1}^2 + \alpha\bar{\omega}_{n2}^2 - \omega_m^2]}{m_2 f(\omega_m^2)} P_o \quad (4-29)$$

Siendo P_o nuestra fuerza centrífuga definida anteriormente como C_i y ω_m la frecuencia de operación de la máquina.

Para el cálculo de las frecuencias naturales horizontales se asume que las losas de cimentación superior e inferior son infinitamente rígidas, y que las columnas actúan como resortes de lámina cuya rigidez es igual a la rigidez lateral de los marcos transversales individuales. No se considera la elasticidad del suelo.

Se utiliza un modelo como se indica en el siguiente esquema:

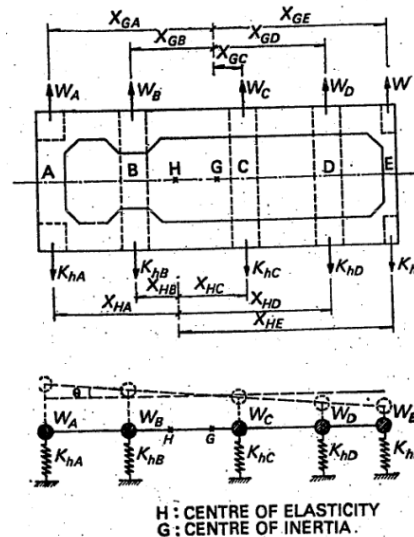


Figura 4-4. Esquema para el cálculo de las frecuencias naturales horizontales en el Método de la amplitud.

Donde los muelles representan los pórticos y las rigideces de los muelles son las rigideces laterales de cada pórtico.

La masa equivalente m_i concentrada en el centro de cada pórtico viene dada por la ecuación:

$$m_i = m_{oi} + m_{bi} + 0.3 m_{ci} + m_{ai} \quad (4-30)$$

Donde m_{oi} es la masa de la máquina sobre la viga transversal de cada pórtico, m_{bi} es la masa de cada viga transversal, m_{ci} es la masa de las dos columnas de cada pórtico y m_{ai} es la masa transferida por las vigas longitudinales en cada columna.

Las ecuaciones de movimiento para la traslación lateral (x) y la rotación (θ) en el plano horizontal son las siguientes:

$$m\ddot{x} + Kx + Ke\theta = C\sin(\omega_m t) \quad (4-31)$$

$$\varphi\ddot{\theta} + Kex + (Ke^2 + \gamma)\theta = M_o\sin(\omega_m t) \quad (4-32)$$

Donde m es la masa total en la losa superior, K es la suma de las rigideces laterales de todos los pórticos, C es la fuerza centrífuga total, e es la distancia entre el centro de gravedad G y el de rigidez H , y γ , φ , M_o son:

$$\gamma = \sum K_{hi} X_{Hi}^2 \quad (4-33)$$

$$\varphi = \sum m_i X_{Gi}^2 \quad (4-34)$$

$$M_o = \sum C_i X_{Gi} \quad (4-35)$$

Las frecuencias naturales acopladas del movimiento horizontal del sistema ω_{h1} y ω_{h2} se obtienen a partir de las raíces reales de la siguiente ecuación cuadrática en ω_n^2 :

$$f(\omega_m^2) = \omega_n^4 - (\alpha\omega_x^2 + \omega_\theta^2)\omega_n^2 + \omega_x^2\omega_\theta^2 = 0 \quad (4-36)$$

Donde:

$$\omega_x = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (4-37)$$

$$\omega_\theta = \sqrt{\frac{\gamma}{\varphi}} \quad (4-38)$$

$$\alpha = 1 + \frac{e^2}{r^2} \quad (4-39)$$

$$r^2 = \frac{\varphi}{m} \quad (4-40)$$

Las expresiones de las amplitudes α_x y α_θ serán las siguientes:

$$\alpha_x = \frac{\left(\frac{e^2}{r^2}\omega_x^2 + \omega_\theta^2 - \omega_m^2\right)\frac{C}{m} - e\omega_x^2\frac{M_o}{\varphi}}{f(\omega_m^2)} \quad (4-41)$$

$$\alpha_\theta = \frac{\left(\frac{e^2}{r^2}\omega_x^2\frac{C}{m}\right) - (\omega_x^2 - \omega_m^2)\frac{M_o}{\varphi}}{f(\omega_m^2)} \quad (4-42)$$

La amplitud total para la vibración horizontal será:

$$\alpha_h = \alpha_x + \alpha_\theta x' \quad (4-43)$$

Siendo x' la distancia del punto más alejado de la cimentación al centro de gravedad G .

El **Método Combinado**, propuesto por Major en Hungría, que surge como resultado de las carencias de los métodos anteriores, integra las ventajas del Método de la Resonancia y del Método de la Amplitud. Este enfoque no solo comprueba la existencia de resonancia, sino que también evalúa las amplitudes máximas, incluyendo aquellas que pueden generarse transitoriamente durante las fases de arranque y parada.

A continuación, se detalla el procedimiento a seguir:

Para el cálculo de las frecuencias naturales verticales se sigue el procedimiento explicado en el Método de la Resonancia.

Para el cálculo de las frecuencias naturales horizontales se utiliza la siguiente expresión:

$$(f_n)_h = 30 \sqrt{\alpha_o \pm \sqrt{\alpha_o^2 - \frac{\sum K_{hi} I_H}{\sum W_i I_G}}} \quad (4-44)$$

Donde K_{hi} es la rigidez lateral de cada pórtico, W_i es el peso total de cada pórtico, I_G e I_H son:

$$I_G = \sum W_i X_{Gi}^2 \quad (4-45)$$

$$I_H = \sum K_{hi} X_{Hi}^2 \quad (4-46)$$

Siendo X_{Gi} la distancia de cada pórtico al centro de gravedad G y X_{Hi} la distancia de cada pórtico al centro de rigidez H .

Y

$$\alpha_o = \frac{1}{2} \left[e^2 \frac{\sum K_{hi}}{I_G} + \frac{\sum K_{hi}}{\sum W_i} + \frac{I_H}{I_G} \right] \quad (4-47)$$

Para el cálculo de las amplitudes se procede con el factor dinámico (μ) cuya expresión es la siguiente:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{f_m^2}{f_n^2}\right) + \left(\frac{\Delta}{\pi}\right)^2 \frac{f_m^2}{f_n^2}}} \quad (4-48)$$

Donde Δ es el decremento logarítmico del amortiguamiento, que toma un valor de 0.4 para cimentaciones de hormigón.

Para cimentaciones subajustadas $f_n < f_m$, es decir, cuando la frecuencia natural es inferior a la frecuencia de operación de la máquina, se toma $f_n = f_m$ para el calculo del factor de amortiguamiento, quedando:

$$\mu = \frac{\pi}{\Delta} \quad (4-49)$$

Para el cálculo de la fuerza centrífuga (C) producida por la rotación desequilibrada de la máquina, tenemos, para cimentaciones subajustadas ($f_n < f_m$):

$$C_i = \alpha R \left[\frac{f_n}{f_m} \right]^2 \quad (4-50)$$

Donde α toma los siguientes valores en función de la velocidad de operación de la maquina:

$\alpha = 0.2$ para velocidades de operación superiores o iguales a 3000 rpm

$\alpha = 0.16$ para velocidades de operación iguales a 1500 rpm

$\alpha = 0.1$ para velocidades de operación iguales a 750 rpm

Para cimentaciones sobreajustadas ($f_n > f_m$):

$$C_i = \alpha R \quad (4-51)$$

Las amplitudes verticales se calculan con la siguiente formula:

$$\alpha_v = \mu \delta_v \quad (4-52)$$

Donde:

$$\delta_v = \frac{C}{E} \left(\frac{l^3}{96 I_b} \frac{2K+1}{K+2} + \frac{3}{5} \frac{l}{A_b} + \frac{1}{2} \frac{h}{A_c} \right) \quad (4-53)$$

El significado de todos los parámetros ha sido mencionado con anterioridad.

Para el cálculo de las amplitudes horizontales, las fuerzas centrífugas se obtienen de la siguiente manera:

$$C_i = C \frac{K_{hi}}{\sum K_{hi}} + e_1 \frac{CK_{hi}X_{Hi}}{I_H} \quad (4-54)$$

Donde:

$$I_H = \sum K_{hi} X_{Hi}^2 \quad (4-55)$$

C es la fuerza centrífuga total, K_{hi} es la rigidez lateral de cada pórtico, e_1 es la distancia entre el centro de gravedad y el centro de rigidez y X_{Hi} la distancia de cada pórtico al centro de rigidez H .

Los desplazamientos laterales de cada pórtico vendrían dados por la expresión:

$$\delta_{hi} = \frac{C_i}{K_{hi}} \quad (4-56)$$

Las amplitudes horizontales de cada pórtico serían:

$$\alpha_{hi} = \mu \delta_{hi} \quad (4-57)$$

Donde μ viene dado por la ecuación (4-48), pero se recomienda que tome su máximo valor (7.85), ya que las frecuencias horizontales suelen ser pequeñas en comparación con las frecuencias de operación.

Se ha comprobado en observaciones prácticas que la resonancia es más crítica en el primer modo de vibración, mientras que en modos superiores la posibilidad de que se generen efectos destructivos disminuye notablemente. Por ello, el análisis suele centrarse en la frecuencia natural fundamental y en la respuesta asociada a dicho modo.

Para cimentaciones de turbogeneradores de más de 100 MW, se recomienda utilizar un modelo espacial tridimensional de pórtico que tiene en cuenta la masa, la rigidez y el amortiguamiento del sistema. En este modelo, se asignarán nodos a los puntos clave de la estructura, como apoyos, uniones y zonas con cambios de sección, asegurando así que se capten adecuadamente todos los modos relevantes de vibración. Se suele emplear el método de masas concentradas, sumando la masa de la máquina a la de la cimentación, y utilizando propiedades seccionales equivalentes para vigas y columnas, que suelen considerarse empotradas en la base.

El análisis dinámico se realiza mediante notación matricial, construyendo la matriz de rigidez global a partir de las de cada elemento, obteniéndose finalmente los autovalores del sistema, es decir, los periodos y las amplitudes de vibración. Este enfoque permite una evaluación más precisa del comportamiento dinámico de cimentaciones sometidas a cargas complejas.

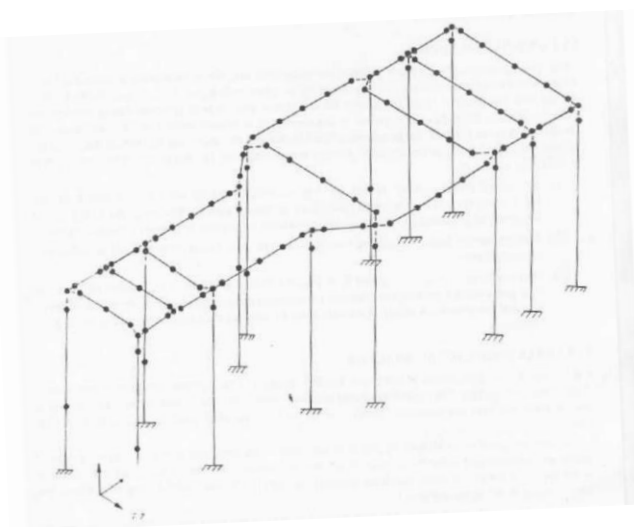


Figura 4-5. Modelo espacial tridimensional de pórtico.

5 EJEMPLO PRÁCTICO DE APLICACIÓN

Como parte final del trabajo, para poner en práctica los conocimientos teóricos mostrados, se ha llevado a cabo el análisis dinámico de una turbina de ciclo combinado de 3000 rpm y su propuesta de cimentación por los tres métodos mencionados en el capítulo previo.

Este capítulo va orientado a la comparación de resultados obtenidos por los distintos métodos, por tanto, los desarrollos de los procesos de análisis no se muestran en su totalidad, si no que se hace referencia a ellos al estar detallados en el capítulo anterior.

Se nos proporciona el diagrama de cargas y las dimensiones en planta de la cimentación, mostrados a continuación:



Se proponen cinco pórticos con idéntica sección transversal de vigas y columnas, de 3x1,5 metros, teniendo una altura de 13 metros y difiriendo únicamente en la luz de los mismos. Los tres primeros pórticos (de izquierda a derecha) tienen una luz de 11 metros, mientras que los dos últimos tienen una luz de 10 metros.

La distribución de los pórticos se ha elegido de manera que el primer pórtico absorba las cargas LB, LC y LD1, el segundo pórtico absorba las cargas LD2 y LE, el tercer pórtico absorba las cargas LF y LG, el cuarto pórtico absorba las cargas LH y LI, y el quinto pórtico absorba las cargas LJ, LK y LL. Cabe destacar que las cargas LA y LB no ocurren simultáneamente, y se han llevado a cabo los análisis para el estado de operación normal de la máquina, por tanto, la carga LA no se ha tenido en cuenta en dichos análisis.

Comenzamos con el **Método de la Resonancia**:

Las inercias de las vigas y de las columnas I_b e I_c son las mismas, al tener estas la misma sección transversal, teniendo un valor de $3,375 \text{ m}^4$.

De la misma manera, las áreas de las secciones transversales de las vigas y las columnas A_b y A_c , coinciden. Tomando un valor de $4,5 \text{ m}^2$.

Las alturas efectivas (h) de los pórticos son de 13 m, y las luces efectivas (l) son, como se ha comentado, de 11 m para los tres primeros pórticos y de 10 m para los dos últimos.

Sustituyendo en la fórmula (4-10) tenemos que las constantes de rigideces de los pórticos (K) son, para los tres primeros, 1,18 y para los dos últimos 1,3.

Para el cálculo de los desplazamientos verticales totales se ha supuesto que todas las cargas actúan como una puntual en el centro de cada viga transversal, siendo esta carga (P) la suma de la carga que absorbe cada pórtico, el peso de la viga transversal y un tercio del peso de las columnas. El peso de las vigas y las columnas se ha calculado tomando para el material de cimentación (hormigón armado) una densidad de 25 kN/m^3 .

Los valores calculados de la carga P para cada uno de los cinco pórticos se muestran a continuación:

$$P1 = 8318,3 \text{ kN}$$

$$P2 = 7475,5 \text{ kN}$$

$$P3 = 8357,5 \text{ kN}$$

$$P4 = 7951 \text{ kN}$$

$$P5 = 6079,2 \text{ kN}$$

Sustituyendo en la ecuación (4-6), tomando un valor de $E=30 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$, tenemos que los desplazamientos debidos a P , que coinciden con los desplazamientos verticales totales al solo tener P como carga actuante en nuestro modelo, en cada pórtico son los siguientes:

$$\delta_1 1 = 1203,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\delta_1 2 = 1081,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\delta_1 3 = 1209,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\delta_1 4 = 892,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\delta_1 5 = 682,3 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Sustituyendo en la ecuación (4-4), obtenemos las frecuencias naturales verticales de cada pórtico:

$$f_v 1 = 864,77 \text{ rpm}$$

$$f_v 2 = 912,36 \text{ rpm}$$

$$f_v 3 = 862,72 \text{ rpm}$$

$$f_v 4 = 1004,25 \text{ rpm}$$

$$f_v 5 = 1148,51 \text{ rpm}$$

La media de las frecuencias de cada pórtico nos da la del sistema, según la ecuación (4-1):

$$f_v = 958,52 \text{ rpm}$$

Para el cálculo de la frecuencia natural horizontal, procedemos con el cálculo de las rigideces laterales, que sustituyendo en la ecuación (4-13) nos da los siguientes valores:

$$K_{h1} = 806580,7 \text{ kN/m}$$

$$K_{h2} = 806580,7 \text{ kN/m}$$

$$K_{h3} = 806580,7 \text{ kN/m}$$

$$K_{h4} = 824853,6 \text{ kN/m}$$

$$K_{h5} = 824853,6 \text{ kN/m}$$

El sumatorio de las mismas da una cantidad de $\sum K_{hi} = 4069449,3 \text{ kN/m}$.

Sustituyendo en la ecuación (4-11), siendo $W=38181,5 \text{ kN}$ el peso total de la máquina y la losa superior, que en nuestro caso sería el sumatorio de nuestras cargas P de cada pórtico, tenemos finalmente la frecuencia natural horizontal:

$$f_h = 309,72 \text{ rpm}$$

Método de la Amplitud:

Se ha supuesto $m_1=m_2$ igual a la mitad de carga P utilizada en el Método de la Resonancia, teniendo para cada pórtico:

$$m_{11} = m_{21} = 4159,15 \text{ kN}$$

$$m_{12} = m_{22} = 3737,75 \text{ kN}$$

$$m_{13} = m_{23} = 4178,75 \text{ kN}$$

$$m_{14} = m_{24} = 3975,5 \text{ kN}$$

$$m_{15} = m_{25} = 3039,6 \text{ kN}$$

La rigidez de las columnas de cada pórtico se calcula según la ecuación (4-19), siendo la misma para todos los pórticos al tener igual sección y altura efectiva cada uno de ellos:

$$K_1 = 20,77 \cdot 10^6 \text{ kN/m}$$

La rigidez de la viga transversal de cada pórtico se calcula según la ecuación (4-20), para ello calculamos primero los valores de δ_v para cada pórtico según la ecuación (4-21), tomando G un valor de la mitad de E , $G=15 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$.

$$\delta_{v1} = 2,06 \cdot 10^{-7} \text{ m/kN}$$

$$\delta_{v2} = 2,06 \cdot 10^{-7} \text{ m/kN}$$

$$\delta_{v3} = 2,06 \cdot 10^{-7} \text{ m/kN}$$

$$\delta_{v4} = 1,68 \cdot 10^{-7} \text{ m/kN}$$

$$\delta_{v5} = 1,68 \cdot 10^{-7} \text{ m/kN}$$

Sustituyendo en la ecuación (4-20) tenemos la rigidez de la viga transversal de cada pórtico:

$$K_{21} = 4,85 \cdot 10^6 \text{ kN/m}$$

$$K_{22} = 4,85 \cdot 10^6 \text{ kN/m}$$

$$K_{23} = 4,85 \cdot 10^6 \text{ kN/m}$$

$$K_{24} = 5,96 \cdot 10^6 \text{ kN/m}$$

$$K_{25} = 5,96 \cdot 10^6 \text{ kN/m}$$

Las frecuencias naturales acopladas del movimiento vertical del sistema se obtienen a partir de las raíces reales

de la ecuación (4-22). Para ello tenemos que calcular primero los términos que aparecen en ella.

Sustituyendo en la ecuación (4-23) tenemos:

$$\begin{aligned}\bar{\omega}_{n2}^2 1 &= 1166,1 \text{ m}^{-1} \\ \bar{\omega}_{n2}^2 2 &= 1297,57 \text{ m}^{-1} \\ \bar{\omega}_{n2}^2 3 &= 1160,63 \text{ m}^{-1} \\ \bar{\omega}_{n2}^2 4 &= 1499,18 \text{ m}^{-1} \\ \bar{\omega}_{n2}^2 5 &= 1960,78 \text{ m}^{-1}\end{aligned}$$

Sustituyendo en la ecuación (4-24) tenemos:

$$\begin{aligned}\bar{\omega}_{n1}^2 1 &= 2496,9 \text{ m}^{-1} \\ \bar{\omega}_{n1}^2 2 &= 2778,4 \text{ m}^{-1} \\ \bar{\omega}_{n1}^2 3 &= 2485,19 \text{ m}^{-1} \\ \bar{\omega}_{n1}^2 4 &= 2612,25 \text{ m}^{-1} \\ \bar{\omega}_{n1}^2 5 &= 3416,57 \text{ m}^{-1}\end{aligned}$$

Sustituyendo en la ecuación (4-25) tenemos el mismo valor de α para todos los pórticos, ya que $m_1=m_2$:

$$\alpha = 1$$

Ahora podemos sacar las raíces reales de la ecuación (4-22), que son las frecuencias naturales verticales de cada pórtico, tenemos entonces dos frecuencias naturales para cada pórtico:

$$\begin{aligned}f_{v1} 1 &= 80 \text{ s}^{-1} = 763,94 \text{ rpm} \\ f_{v2} 1 &= 30 \text{ s}^{-1} = 286,48 \text{ rpm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f_{v1} 2 &= 84 \text{ s}^{-1} = 802,15 \text{ rpm} \\ f_{v2} 2 &= 31 \text{ s}^{-1} = 296 \text{ rpm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f_{v1} 3 &= 79,9 \text{ s}^{-1} = 762,98 \text{ rpm} \\ f_{v2} 3 &= 30 \text{ s}^{-1} = 286,48 \text{ rpm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f_{v1} 4 &= 84 \text{ s}^{-1} = 802,15 \text{ rpm} \\ f_{v2} 4 &= 33 \text{ s}^{-1} = 315 \text{ rpm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f_{v1} 5 &= 96 \text{ s}^{-1} = 916,73 \text{ rpm} \\ f_{v2} 5 &= 37 \text{ s}^{-1} = 353,32 \text{ rpm}\end{aligned}$$

Para el cálculo de las amplitudes verticales comenzamos calculando las fuerzas centrífugas con la ecuación (4-14), en la que e es la excentricidad del rotor, la cual puede asumirse como $0,05 \text{ mm} = 0,00005 \text{ m}$ para una máquina de 3000 rpm , ω_m es la frecuencia de operación de la máquina, $\omega_m = 3000 \text{ rpm} = 100\pi \text{ s}^{-1}$, g es la aceleración de la gravedad y R es el peso del rotor, que, al no proporcionárnoslo exactamente el diagrama de cargas, se ha estimado como el 35% de la carga estática que absorbe cada pórtico.

Los valores estimados de R para cada pórtico son los siguientes:

$$R1 = 758,3 \text{ kN}$$

$$R2 = 415,03 \text{ kN}$$

$$R3 = 603,68 \text{ kN}$$

$$R4 = 737,45 \text{ kN}$$

$$R5 = 589,96 \text{ kN}$$

Sustituyendo en la ecuación (4-14) tenemos que las fuerzas centrífugas que actúan en cada pórtico son:

$$C1 = 381,84 \text{ kN}$$

$$C2 = 208,99 \text{ kN}$$

$$C3 = 303,98 \text{ kN}$$

$$C4 = 371,34 \text{ kN}$$

$$C5 = 297,07 \text{ kN}$$

Las amplitudes a_1 y a_2 de las masas m_1 y m_2 para cada pórtico vienen dadas por las expresiones (4-28) y (4-29). Calculando los valores de $f(\omega_m^2) = f(3000 \text{ rpm}) = f(100\pi \text{ s}^{-1})$ de la ecuación (4-22) para cada pórtico, tenemos:

$$f1(100\pi \text{ s}^{-1}) = 9023685155 \text{ m}^{-2}$$

$$f2(100\pi \text{ s}^{-1}) = 8943555211 \text{ m}^{-2}$$

$$f3(100\pi \text{ s}^{-1}) = 9027021853 \text{ m}^{-2}$$

$$f4(100\pi \text{ s}^{-1}) = 8937177817 \text{ m}^{-2}$$

$$f5(100\pi \text{ s}^{-1}) = 8692861043 \text{ m}^{-2}$$

Sustituyendo en (4-28) tenemos:

$$a_{11} = 0,01186 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$a_{12} = 0,00811 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$a_{13} = 0,00935 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$a_{14} = 0,01566 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$a_{15} = 0,02204 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Sustituyendo en (4-29) tenemos:

$$a_{21} = -0,94146 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$a_{22} = -0,57417 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$a_{23} = -0,74593 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$a_{24} = -0,96125 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$a_{25} = -1,01076 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Para el cálculo de las frecuencias naturales horizontales se han calculado las masas equivalentes (m) como la carga P del método de la resonancia, quedando para cada pórtico:

$$m1 = 8318,3 \text{ kN}$$

$$m2 = 7475,5 \text{ kN}$$

$$m3 = 8357,5 \text{ kN}$$

$$m4 = 7951 \text{ kN}$$

$$m5 = 6079,2 \text{ kN}$$

Se ha supuesto que el centro de gravedad G y el centro de rigidez H coinciden.

Las distancias de cada pórtico al centro de gravedad son las siguientes:

$$X_{G1} = X_{H1} = 11,682 \text{ m}$$

$$X_{G2} = X_{H2} = 4,34 \text{ m}$$

$$X_{G3} = X_{H3} = -1,58 \text{ m}$$

$$X_{G4} = X_{H4} = -4,58 \text{ m}$$

$$X_{G5} = X_{H5} = -13,16 \text{ m}$$

Las frecuencias naturales acopladas del movimiento horizontal del sistema se obtienen a partir de las raíces reales de la ecuación (4-36), para ello calcularemos primero el valor de los parámetros que en ella aparecen.

Sustituyendo los valores de las rigideces laterales calculados en el Método de la Resonancia en la ecuación (4-33), tenemos:

$$\gamma = 287434565,7 \text{ kN/m}$$

Sustituyendo los valores de las masas equivalentes (m) en la ecuación (4-34), tenemos:

$$\varphi = 2516473,561 \text{ kN/m}^2$$

Sustituyendo en la ecuación (4-37) y elevándola al cuadrado (ya que en la ecuación (4-36) aparece siempre al cuadrado), donde $K = 4069449,3 \text{ kN/m}$ es la suma de las rigideces laterales de todos los pórticos y $m = 38181,5 \text{ kN}$ es la masa total en la losa superior, es decir la suma de las masas equivalentes de cada pórtico, tenemos:

$$\omega_x^2 = 106,58 \text{ m}^{-1}$$

Sustituyendo en la ecuación (4-37) y elevándola al cuadrado por el mismo motivo, tenemos:

$$\omega_\theta^2 = 114,22 \text{ m}^{-1}$$

Sustituyendo en la ecuación (4-39), sabiendo que e es la distancia entre el centro de gravedad G y el de rigidez H , es decir $e = 0 \text{ m}$, tenemos que:

$$\alpha = 1$$

Ahora podemos sacar las raíces reales de la ecuación (4-36), que son las frecuencias naturales horizontales del sistema, teniendo entonces:

$$f_{h1} = 10,687 \text{ s}^{-1} = 102,05 \text{ rpm}$$

$$f_{h2} = 10,324 \text{ s}^{-1} = 98,58 \text{ rpm}$$

Para el cálculo de las amplitudes dadas por las fórmulas (4-41) y (4-42), debemos primero conocer todos los términos que en ellas aparecen.

Sustituyendo en (4-35), tenemos:

$$M_o = -722,795 \text{ kNm}$$

Sabiendo que $C = 1563,22 \text{ kN}$ es la fuerza centrífuga total, calculada como la suma de las fuerzas centrífugas de cada pórtico y calculando el valor de $f(\omega_m^2) = f(3000 \text{ rpm}) = f(100\pi \text{ s}^{-1}) = 9719129190 \text{ m}^{-2}$ de la ecuación (4-36), ya podemos sustituir en las ecuaciones (4-41) y (4-42), obteniendo:

$$\alpha_x = -0,41527 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\alpha_\theta = -0,00291 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Sustituyendo en la ecuación (4-43) y siendo $x' = -17,66 \text{ m}$ la distancia del punto más alejado de la cimentación al centro de gravedad G , tenemos que la amplitud total para la vibración horizontal es:

$$\alpha_h = -0,36387 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Método Combinado:

Las frecuencias verticales se calculan por el Método de Resonancia, los valores que obtuvimos para cada pórtico

fueron los siguientes:

$$f_{v1} = 864,77 \text{ rpm}$$

$$f_{v2} = 912,36 \text{ rpm}$$

$$f_{v3} = 862,72 \text{ rpm}$$

$$f_{v4} = 1004,25 \text{ rpm}$$

$$f_{v5} = 1148,51 \text{ rpm}$$

Para el cálculo de las frecuencias horizontales utilizamos la expresión (4-44), pero antes vamos a definir cada uno de los términos que en ella aparecen:

Utilizando las rigideces laterales calculadas con anterioridad, tenemos:

$$\sum K_{hi} = 4069449,3 \text{ kN/m}$$

De la misma manera procedemos con las masas, teniendo:

$$\sum W_i = 38181,5 \text{ kN}$$

Sustituyendo en la ecuación (4-45), tenemos:

$$I_G = 2516473,561 \text{ kN/m}^2$$

Sustituyendo en la ecuación (4-46), tenemos:

$$I_H = 287434565,7 \text{ kN/m}$$

Sustituyendo en la ecuación (4-47), sabiendo que e es la distancia entre el centro de gravedad G y el de rigidez H , es decir $e = 0 \text{ m}$, tenemos que:

$$\alpha_o = 110,4 \text{ m}^{-1}$$

Ahora podemos sustituir en la ecuación (4-44) y así obtener las frecuencias naturales horizontales del sistema:

$$f_{h1} = 320,56 \text{ rpm}$$

$$f_{h2} = 309,77 \text{ rpm}$$

Para el cálculo de las amplitudes verticales se procede con el factor dinámico μ , que para cimentaciones subajustadas y de hormigón toma su valor máximo, es decir, $\mu = 7,85$.

Para el cálculo de las fuerzas centrífugas verticales en caso de cimentaciones subajustadas, se utiliza la ecuación (4-50), en la que $\alpha = 0.2$ para nuestra velocidad de operación, 3000 rpm. Sustituyendo en ella los valores para cada pórtico de la carga del rotor (R), las frecuencias naturales verticales y la frecuencia de operación de nuestra turbina (valores que ya hemos obtenido o utilizado con anterioridad), tenemos:

$$C1 = 12,6 \text{ kN}$$

$$C2 = 7,68 \text{ kN}$$

$$C3 = 9,98 \text{ kN}$$

$$C4 = 16,43 \text{ kN}$$

$$C5 = 17,29 \text{ kN}$$

Sustituyendo en la ecuación (4-53), tenemos:

$$\delta_{v1} = 3,04569 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\delta_{v2} = 1,85642 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\delta_{v3} = 2,41238 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\delta_{v4} = 3,36529 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\delta_v5 = 3,54144 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Sustituyendo en la ecuación (4-52), tenemos las amplitudes verticales de cada pórtico:

$$a_v1 = 23,90866 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$a_v2 = 14,57289 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$a_v3 = 18,93718 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$a_v4 = 26,41752 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$a_v5 = 27,8003 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Para el cálculo de las amplitudes horizontales, se procede con el cálculo de la fuerza centrífuga horizontal total, recurriendo de nuevo a la ecuación (4-50), pero utilizando esta vez el peso total del rotor de todos los pórticos y la más alta de las frecuencias naturales horizontales que obtuvimos al comienzo de este método, $f_{h1} = 320,56 \text{ rpm}$, quedando:

$$C = 7,09 \text{ kN}$$

La fuerza centrífuga horizontal total se reparte para cada pórtico como se indica en la ecuación (4-54), siendo e_1 es la distancia entre el centro de gravedad G y el de rigidez H , es decir $e_1 = 0 \text{ m}$, tenemos:

$$C1 = 1,41 \text{ kN}$$

$$C2 = 1,41 \text{ kN}$$

$$C3 = 1,41 \text{ kN}$$

$$C4 = 1,44 \text{ kN}$$

$$C5 = 1,44 \text{ kN}$$

Sustituyendo en la ecuación (4-56), tenemos:

$$\delta_h1 = 1,74812 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\delta_h2 = 1,74812 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\delta_h3 = 1,74812 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\delta_h4 = 1,74576 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\delta_h5 = 1,74576 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Sustituyendo finalmente en la ecuación (4-57), donde μ vuelve a tomar su máximo valor, $\mu = 7,85$, debido a que las frecuencias horizontales son pequeñas en comparación con la frecuencia de operación, tenemos que las amplitudes horizontales para cada pórtico son las siguientes:

$$\alpha_h1 = 13,72274 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\alpha_h2 = 13,72274 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\alpha_h3 = 13,72274 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\alpha_h4 = 13,70425 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\alpha_h5 = 13,70425 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

6 CONCLUSIONES

Como comentario final, a modo de conclusión, destacar que todas las frecuencias naturales verticales y horizontales obtenidas en los cálculos de los tres métodos distan más de un 30% de la frecuencia de operación de la máquina, incluso del 50% que se recomienda debido a la incertidumbre asumida en los cálculos. En cuanto a las amplitudes, todas las obtenidas en los cálculos de los métodos que las tienen en cuenta se encuentran por debajo de los límites admisibles (0,02 mm para amplitudes verticales y 0,04 mm para amplitudes horizontales), a excepción de las amplitudes verticales de los pórticos 1,4 y 5 obtenidas en el Método Combinado, resultando la media de amplitudes verticales (0,0223 mm) un poco por encima del valor límite (0,02 mm).

Como posible solución, debería aumentarse la masa de la cimentación, disminuyendo así las frecuencias verticales naturales de cada pórtico y del conjunto, alejándolas aún más de la frecuencia de operación de la máquina. Consiguiéndose así unas menores fuerzas centrífugas verticales en cada pórtico, y, por consiguiente, unas menores amplitudes verticales, que quedarían por debajo del valor límite. Este aumento de masa podríamos conseguirlo aumentando levemente las dimensiones de las secciones de las vigas y/o columnas de los pórticos.

En cuanto a la elección de un método, teniendo en cuenta el tiempo empleado en cada uno de ellos y los resultados obtenidos, recomendaría el Método Combinado, ya que, además de tener un tiempo de resolución bastante más corto que el Método de la Amplitud, al observar las frecuencias naturales y amplitudes obtenidas, podemos observar que se aproximan más a los valores límite, es decir, se posicionan más del lado de la seguridad que las amplitudes y frecuencias obtenidas en el Método de la Amplitud.

Finalmente, hay que recalcar que ninguno de los tres métodos de análisis utilizados tiene en cuenta la interacción con el terreno sobre el que descansa la cimentación, es decir, funcionarían como métodos básicos para el prediseño de la estructura. Una vez realizado este prediseño, debería introducirse el conjunto suelo-estructura en un software de elementos finitos, llevándose a cabo un análisis dinámico considerándose esta vez la interacción con el terreno subyacente.

REFERENCIAS

[Web 1] <https://www.argentina.gob.ar/inpres/docentes-y-alumnos/terremotos>

[Web 2] https://es.wikipedia.org/wiki/Onda_s%C3%ADsmica

[Web 3] <https://repositorio.uchile.cl/bitstream/handle/2250/145564/Medici%C3%B3n-de-par%C3%A1metros-din%C3%A1micos-de-arena-con-finos-mediante-columna-resonante.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

[Web 4] https://www.cartagena99.com/recursos/alumnos/apuntes/IEE_Tema3_MaquinasElectricas.pdf

[Web 5] <https://es.wikipedia.org/wiki/Turbogenerador>

Swami Saran, «Soil Dynamics and Machine Foundations» *Libro*, 2006.

P.Srinivasulu, C.V.Vaidyanathan, «Handbook of Machine Foundations» *Libro*, 1976.

«CEN/TC 250/SC 7/WG 1 N 533 EN 1997-2_2024_Eurocode 7 — Geotechnical design — Part 2 eng»