

Trabajo Fin de Grado

Grado en Ingeniería Civil

Análisis de actuadores piezoeléctricos para pantallas hápticas

Autor:

María José Seva López

Tutores:

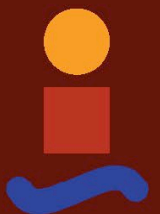
Luís Rodríguez de Tembleque Solano

Federico Carlos Buroni Cúneo

**Dpto. Mecánica de Medios Continuos y Teoría de
Estructuras**

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Sevilla, 2024



Proyecto Fin de Grado
Ingeniería Civil

Análisis de actuadores piezoeléctricos para pantallas hápticas

Autor:
María José Seva López

Tutores:
Luis Rodríguez de Tembleque Solano
Catedrático de Universidad

Federico Carlos Buroni Cúneo
Profesor Titular de Universidad

Dpto. Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla
Sevilla, 2024

Proyecto Fin de Grado: Análisis de actuadores piezoeléctricos para pantallas hápticas

Autor: María José Seva López

Tutores: Luis Rodríguez de Tembleque Solano
Federico Carlos Buroni Cúneo

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2024
El Secretario del Tribunal

A mis amigas y familia.

A mis maestros y compañeros.

*Ojalá te hubieses quedado hasta el
final, te quiero mami.*

Agradecimientos

¡Por fin! Tras muchos años de estudio, lo he logrado. He derramado muchas lágrimas, perdido cabello y visto planes desmoronarse, pero todo eso me ha llevado hasta este punto final. Esta carrera me ha enseñado, a la fuerza, que todos somos diferentes y que cada uno tiene su propio ritmo, pero con esfuerzo y perseverancia se puede lograr.

Quiero agradecer a mis compañeros de clase, quienes fueron un gran apoyo en este viaje. Gracias a ellos, continué y pude ir alcanzando todos los objetivos.

A mis amigas, a pesar de los innumerables planes cancelados, gracias por seguir pensando en mí, apoyándome en los momentos difíciles y compartiendo mi felicidad en los logros alcanzados.

También quiero agradecer a mis compañeros de prácticas, quienes me animaron a seguir formándome en el máster.

Gracias a mis tutores Luis y Federico Carlos por su confianza en mí para la realización del presente trabajo, además de su implicación y paciencia desde el principio.

Y por último, a mi familia. ¡Tito, ya queda menos para que me lleves el maletín en las obras!

María José Seva López

Sevilla, 2024

Resumen

El presente proyecto se basa en el análisis de actuadores piezoeléctricos utilizados en sistemas hápticos de pantallas electrónicas, empleando simulaciones mediante el método de elementos finitos. Los materiales piezoeléctricos son de gran interés tecnológico debido a su capacidad única de convertir energía mecánica en energía eléctrica y viceversa, lo que ha permitido el desarrollo de dispositivos innovadores en campos como la medicina y la ingeniería.

El presente estudio presta especial atención a los pulsadores, los cuales emplean material piezoeléctrico y están diseñados para responder a cambios en el voltaje aplicado. En este contexto, se caracteriza el comportamiento piezoeléctrico de los actuadores, evaluando su desempeño en aplicaciones hápticas con el objetivo de optimizar su diseño y funcionalidad.

El principio de funcionamiento de los pulsadores se basa en la propiedad piezoeléctrica del material utilizado. Cuando se aplica un voltaje al material piezoeléctrico, este experimenta un cambio en su geometría, lo que resulta en una variación en su volumen. Esta alteración geométrica genera un movimiento en la posición del pulsador. El análisis detallado de este fenómeno implica la simulación de las interacciones que ocurren en el dispositivo, incluyendo las deformaciones y el comportamiento dinámico.

Utilizando modelización de elementos finitos utilizando el software comercial ANSYS, se desarrollan modelos tridimensionales detallados de los pulsadores, teniendo en cuenta la geometría, y las propiedades tanto del material piezoeléctrico, así como de los demás materiales que conformarán el pulsador. Las simulaciones numéricas permiten analizar el desplazamiento resultante bajo diferentes señales eléctricas, así como las fuerzas transmitidas a la pantalla. Se realiza un estudio paramétrico para determinar la geometría óptima que maximice la fuerza de actuación háptica.

Se espera que los resultados de estas simulaciones proporcionen una comprensión más profunda del comportamiento de los actuadores piezoeléctricos y sean fundamentales para optimizar su diseño y mejorar su rendimiento en aplicaciones prácticas.

Abstract

This project focuses on the analysis of piezoelectric actuators used in haptic systems for electronic displays, employing simulations via the finite element method. Piezoelectric materials are of great technological interest due to their unique ability to convert mechanical energy into electrical energy and vice versa, enabling the development of innovative devices in fields such as medicine and engineering.

This study particularly examines actuators, which utilize piezoelectric materials and are designed to respond to changes in the applied voltage. In this context, the piezoelectric behavior of the actuators is characterized by evaluating their performance in haptic applications, aiming to optimize their design and functionality.

The operating principle of the actuators relies on the piezoelectric property of the material used. When a voltage is applied to the piezoelectric material, it undergoes a change in geometry, leading to a variation in its volume. This geometric alteration results in movement in the actuator's position. A detailed analysis of this phenomenon involves simulating the interactions within the device, including deformations and dynamic behavior.

Using finite element modeling with the commercial software ANSYS, detailed three-dimensional models of the actuators are developed, accounting for their geometry and the properties of both the piezoelectric material and other materials comprising the actuator. Numerical simulations are conducted to analyze the resulting displacement under different electrical signals, as well as the forces exerted on the display. A parametric study is carried out to determine the optimal geometry that maximizes the haptic actuation force.

The results from these simulations are expected to provide a deeper understanding of the behavior of piezoelectric actuators and will be crucial for optimizing their design and enhancing their performance in practical applications.

Índice

Agradecimientos	ix
Resumen	x
Abstract	xi
Índice	xii
Índice de Tablas	xiii
Índice de Figuras	xiv
Notación	xvii
1 Introducción	11
1.1. <i>Historia y motivación</i>	11
1.2. <i>Objetivo</i>	13
1.3. <i>Organización del documento</i>	14
2 Modelización de la viga PE	15
2.1. <i>Descripción de un sistema Viga-Actuador piezoeléctrico</i>	15
2.1.1 Propiedades de los materiales	17
2.1.2 Condiciones de contorno	18
2.2. <i>Modelización MEF</i>	19
2.3. <i>Validación del modelo MEF</i>	25
2.1.3 Análisis estático	25
2.1.4 Análisis modal	30
2.4. <i>Análisis dinámico del Sistema Viga-Actuador</i>	33
3 Análisis dinámico de Actuador Háptico	38
3.1. <i>Descripción del actuador Háptico</i>	38
3.2. <i>Modelización MEF</i>	39
3.3. <i>Análisis del Actuador Háptico</i>	44
3.3.1 Análisis Modal del Actuador	47
3.3.2 Análisis Dinámico del Actuador	49
4 Resumen y Conclusiones Generales	59
4.1. <i>Resumen</i>	59
4.2. <i>Conclusiones</i>	59
4.3. <i>Trabajos futuros</i>	61
5 Bibliografía	62
Anexo 1: Código de MATLAB	63
Anexo 2: Códigos de ANSYS	71
Anexo 3: Figuras	88

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Símbolos de la ecuación constitutiva.	18
Tabla 2: Geometría de la viga de acero.	19
Tabla 3: Geometría de la placa piezoeléctrica.	19
Tabla 4: Propiedades mecánicas del acero.	20
Tabla 5: Propiedades material piezoeléctrico PZT-4.	21
Tabla 6: Coeficientes dieléctricos.	21
Tabla 7: Modos de pandeo del libro (Pilkey, 27 October 2004)	31
Tabla 8: Resultados primeros 5 nodos de forma analítica.	31
Tabla 9: Resultados primeros 5 nodos mediante ANSYS.	31
Tabla 10: Nomenclatura del pulsador háptico.	39
Tabla 11: Valores de la geometría del pulsador háptico.	40
Tabla 12: Propiedades mecánicas del acero.	40
Tabla 13: Propiedades material piezoeléctrico PZT-4.	41
Tabla 14: Coeficientes dieléctricos.	41
Tabla 15: Valores del radio de la patilla y del radio de la placa para las distintas relaciones de r/R_p .	45
Tabla 16: Valores del espesor de la patilla y del espesor de la placa para las distintas relaciones de t/t_p .	45
Tabla 17: Valores geométricos en cada una de las diferentes simulaciones.	46
Tabla 18: Frecuencias naturales OP. 1	48
Tabla 19: Frecuencias naturales del modo de flexión	49

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Efecto piezoeléctrico directo al de tensión y compresión aplicado. (Pradeesh, Udhayakumar, Vasundhara, & Kalavath, 23 June 2022)	11
Figura 2: Efecto piezoeléctrico inverso en el campo eléctrico aplicado. (Pradeesh, Udhayakumar, Vasundhara, & Kalavath, 23 June 2022)	11
Figura 3: Sistema Háptico (Francia Patente nº 17 / 417,994, 2021).	12
Figura 4: Tamaño del mercado mundial en tecnología háptica. (Chen, Teo, & Yao, 25 February 2023)	13
Figura 5: Morfología viga unimorfa.	15
Figura 6: Modos de los dispositivos piezoeléctricos. (Sezer & Koç, 2021)	16
Figura 7: Geometría de los elementos SOLID186 y SOLID226. (ANSYS, s.f.)	17
Figura 8: Opciones del elemento CIRCU94. (ANSYS, s.f.)	20
Figura 9: Keypoints de referencia.	22
Figura 10: Volúmenes generados a partir de Keypoints.	22
Figura 11: Asignación de los materiales.	23
Figura 12: Mallado final de cada volumen.	23
Figura 13: Condiciones de contorno de la viga.	24
Figura 14: Condiciones de contorno en detalle.	25
Figura 15: Perfil viga de estudio.	26
Figura 16: Alzado viga de estudio.	26
Figura 17: Deformada e indeformada.	27
Figura 18: Deformada e indeformada en detalle.	27
Figura 19: Desplazamiento vertical.	27
Figura 20: Reacción máxima vertical.	28
Figura 21: Tensión de Von Misses en la viga.	29
Figura 22: Tensión de Von Misses en la viga en detalle.	29
Figura 23: Flecha modelo teórico y modelo calculado en ANSYS.	30
Figura 24: Modo 1.	32
Figura 25: Modo 2.	32
Figura 26: Modo 3.	32
Figura 27: Modo 4.	32
Figura 28: Modo 5.	32
Figura 29: Modelo fuente senoidal y sus variables.	33
Figura 30: Señal de potencia introducida.	34
Figura 31: Desplazamiento vertical en el extremo libre de la barra.	34
Figura 32: Reacción vertical en el extremo empotrado.	34
Figura 33: Señal de potencia introducida.	34

Figura 34: Desplazamiento vertical en el extremo libre de la barra.	34
Figura 35: Reacción vertical en el extremo empotrado.	35
Figura 36: Desplazamiento vertical en el extremo libre de la barra obtenido con un tiempo de simulación equivalente a 68 veces el período.	35
Figura 37: Señal de potencia introducida.	36
Figura 38: Desplazamiento vertical en el extremo libre de la barra.	36
Figura 39: Reacción vertical en el extremo empotrado.	36
Figura 40: Señal de potencia introducida.	36
Figura 41: Desplazamiento vertical en el extremo libre de la barra.	36
Figura 42: Reacción vertical en el extremo empotrado.	37
Figura 43: Pulsador Háptico patentado (Francia Patente nº 17 / 417,994, 2021).	38
Figura 44: Notación pulsador háptico.	39
Figura 45: Volumen actuador piezoeléctrico.	42
Figura 46: Modelo completo del actuador.	42
Figura 47: Asignación de los materiales.	43
Figura 48: Mallado del actuador.	43
Figura 49: Mallado en detalle del actuador.	43
Figura 50: Mallado en planta del actuador.	43
Figura 51: Mallado en alzado del actuador.	43
Figura 52: Condición de empotramiento de la patilla.	44
Figura 53: Condición de contorno en detalle.	44
Figura 54: Condiciones de contorno de voltaje.	44
Figura 55: Condiciones de contorno en detalle.	44
Figura 56: Alzado OP. 1	46
Figura 57: Perfil OP. 1	46
Figura 58: Alzado OP. 5	46
Figura 59: Perfil OP. 5	46
Figura 60: Alzado OP. 9	46
Figura 61: Perfil OP. 9	46
Figura 62: Modo 1.	47
Figura 63: Modo 1.	47
Figura 64: Modo 2.	47
Figura 65: Modo 2.	47
Figura 66: Modo 3.	47
Figura 67: Modo 3.	47
Figura 68: Modo 4.	48
Figura 69: Modo 4.	48
Figura 70: Modo 5.	48

Figura 71: Modo 5.	48
Figura 72: Situación puntos de análisis.	50
Figura 73: Situación en planta de puntos de análisis.	50
Figura 74: Reacción en $t_{ltp} = 0.5$	51
Figura 75: Reacción en $t_{ltp} = 1$	51
Figura 76: Reacción en $t_{ltp} = 2$	51
Figura 77: Valores máximos de las reacciones verticales .	52
Figura 78: Situación en planta de puntos de análisis.	53
Figura 79: Desplazamiento en $rRp = 0.2$ y $t_{ltp} = 0.5$	54
Figura 80: Desplazamiento en $rRp = 0.3$ y $t_{ltp} = 0.5$	54
Figura 81: Desplazamiento en $rRp = 0.4$ y $t_{ltp} = 0.5$	54
Figura 82: Desplazamiento en $rRp = 0.2$ y $t_{ltp} = 1$	55
Figura 83: Desplazamiento en $rRp = 0.3$ y $t_{ltp} = 1$	55
Figura 84: Desplazamiento en $rRp = 0.4$ y $t_{ltp} = 1$	55
Figura 85: Desplazamiento en $rRp = 0.2$ y $t_{ltp} = 2$.	56
Figura 86: Desplazamiento en $rRp = 0.3$ y $t_{ltp} = 2$	56
Figura 87: Desplazamiento en $rRp = 0.4$ y $t_{ltp} = 2$	56
Figura 88: Desplazamiento máximo en A, B y C.	57
Figura 89: Voltaje en el punto A y B.	58

Notación

C	Capacitancia
$\mathbf{C}$	Matriz de amortiguamiento
$\mathcal{C}^E$	Tensor de rigidez
D	Desplazamiento de carga dieléctrica
$\mathbf{d}$	Tensor de coeficientes piezoeléctricos
d_{31}	coeficiente piezoeléctrico para el modo de carga 31
$\mathbf{e}$	Tensor de coeficientes piezoeléctricos
E	Campo eléctrico
E	Módulo elástico del material base
E_P	Módulo elástico del material piezoeléctrico
F	Fuerza aplicada en el extremo libre
$\mathbf{K}$	Matriz de rigidez
L	Longitud de la viga
$\mathbf{M}$	Matriz de masa
Q	Carga
$\mathcal{S}^E$	Tensor de compliancia
S_{11}^E	Componente del tensor de compliancia en el eje vertical
t	Espesor total
t_b	Espesor de la placa base
t_p	Espesor de la placa piezoeléctrica
U	Energía total del sistema
V	Voltaje
W	Ancho de la viga
α	Relación entre el módulo elástico del material base y el módulo elástico del material piezoeléctrico
α_R	Parámetro de amortiguamiento de Rayleigh
β	Relación entre el espesor del material base y el espesor del material piezoeléctrico
β_R	Parámetro de amortiguamiento de Rayleigh
ε	Deformación mecánica
ξ	Factor de amortiguamiento
σ	Tensión mecánica
ϵ_{33}^T	Componente del tensor de permitividad en el eje horizontal
ϵ^T	Permitividad

1 INTRODUCCIÓN

Este capítulo se enfoca en exponer los motivos fundamentales que respaldan la investigación emprendida en este estudio, seguido de una revisión exhaustiva de la literatura existente en el ámbito de los dispositivos piezoeléctricos. Además, se describen detalladamente los objetivos específicos perseguidos en esta investigación y se brinda una explicación comprensiva de la estructura que sigue el contenido presentado en este documento, ofreciendo así una visión completa y clara de su organización interna.

1.1. Historia y motivación

La piezoelectricidad deriva del idioma griego y significa generación de electricidad aplicando presión sobre ella. El efecto piezoeléctrico fue descubierto por Pierre Curie y Jacques Curie en 1880. Estos observaron que cuando los cristales eran sometidos a tensión mecánica, se polarizaban eléctricamente y el grado de polarización era proporcional a la tensión aplicada. Gabriel Lippmann en 1881 descubrió el efecto inverso, estos mismos materiales eran capaces de deformarse cuando son expuestos a un campo eléctrico. Esto fue confirmado experimentalmente por los hermanos Curie a finales de 1881.

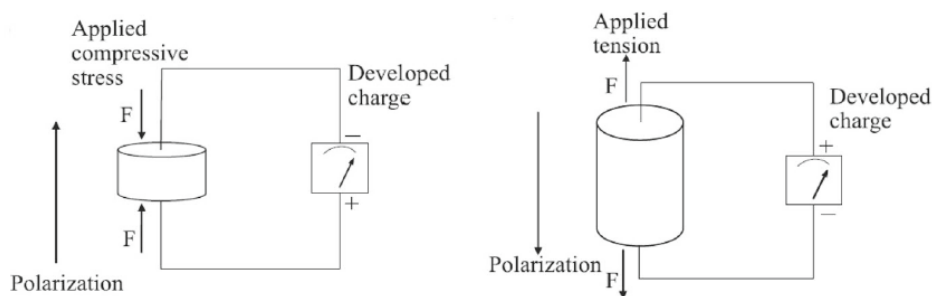


Figura 1: Efecto piezoeléctrico directo al de tensión y compresión aplicado (Pradeesh, Udhayakumar, Vasundhara, & Kalavath, 2022).

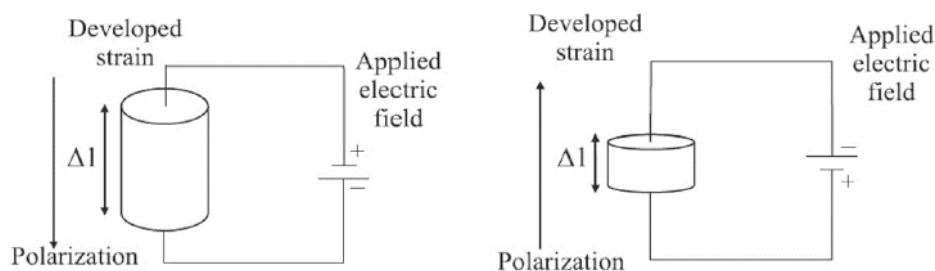


Figura 2: Efecto piezoeléctrico inverso en el campo eléctrico aplicado (Pradeesh, Udhayakumar, Vasundhara, & Kalavath, 2022).

Los materiales piezoeléctricos se pueden obtener a través de métodos naturales o sintéticos. Las formas disponibles son materiales polímeros, cerámicas y cristales.

Algunos de los materiales piezoeléctricos naturales son:

- Sal de Rochelle

- Topacio
- Cuarzo
- Minerales del grupo Turmalina

Algunos materiales piezoeléctricos sintéticos son:

- Plomo Titanato de Circonato (PZT)
- Polímeros
- Materiales compuestos

Para preparar un material piezoeléctrico, se mezcla polvo fino de óxidos metálicos en porciones específicas y luego se calienta para formar un polvo uniforme. Este, se mezcla con aglutinante orgánico y se dan las formas deseadas. El polvo se cuece durante un tiempo específico a una cierta temperatura hasta que se forma una estructura cristalina densa. El cristal se enfría y los electrodos se aplican sobre las superficies hasta llegar al punto de Curie, alrededor de 300°C donde se desarrollará la polarización. Tras esto se vuelve un material piezoeléctrico cuando se le aplica tensión mecánica sobre el cristal.

El material piezoeléctrico posee una estructura cristalográfica no centrosimétrica. Además, algunos materiales piezoeléctricos exhiben polarización espontánea debido a la separación de los centros de carga negativos y positivos en la celda unitaria cristalográfica.

En la actualidad, la mayoría de los seres humanos usan dispositivos electrónicos, como pueden ser portátiles, móviles, cámaras, etc.

Además, han ido desarrollando sensores y actuadores piezoeléctricos que ayudan combinar la interacción entre el contacto físico humano y el entorno informático virtual. Para actuadores se usa el efecto inverso, entran con una señal eléctrica y se obtiene una respuesta es mecánica.

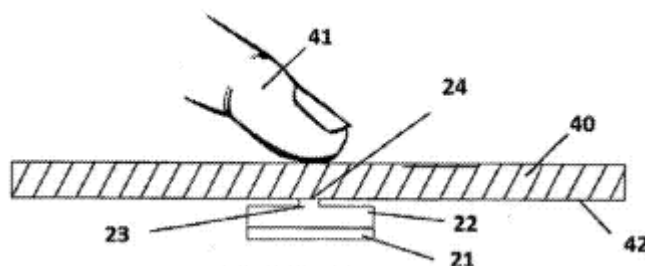


Figura 3: Sistema Háptico (Francia Patente nº 17 / 417,994, 2021).

En la industria de dispositivos se han estado usando principalmente materiales piezoeléctricos basados en el titanato de plomo-zirconato (PZT) debido a sus excelentes propiedades. Sin embargo, la preocupación por un elemento tóxico liberado durante la fabricación y uso de estos materiales, el plomo, hace que se esté investigando. Ejemplo de ello es el proyecto de investigación PID2022-137903OB-I00 titulado “Sistemas De Nanocompuestos Activos Sin Plomo: Un Enfoque Computacional Hacia Dispositivos Hápticos Sostenibles”, del Ministerio de Ciencia e Innovación.

La háptica, se refiere a la capacidad de aplicar sensaciones táctiles y cinestésicas a las interacciones entre humanos y computadora. El objetivo de los dispositivos hápticos es reproducir el sentido del tacto a través de la fuerza, la vibración y el movimiento transmitido al usuario.

El mercado de tecnología háptica se encuentra en fase de crecimiento. Se prevé un avance en el mercado del 13.9% durante los años 2022-2026.

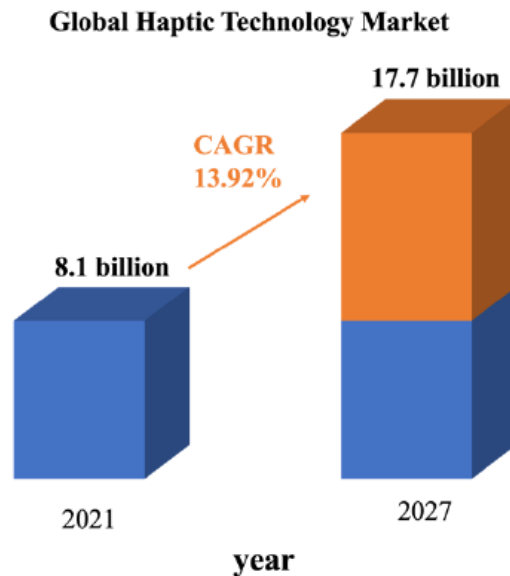


Figura 4: Tamaño del mercado mundial en tecnología háptica (Chen, Teo, & Yao, 2023).

Para la tecnología háptica más básica, solo necesita vibraciones breves para notificación. Para los requisitos más avanzados que mejoren la experiencia del usuario se necesitan mecanismos de retroalimentación háptica de alta definición para comunicarse con el sentido del tacto con el usuario.

En este proyecto se estudia un actuador háptico específico para pantallas el cual puede aplicarse en el ámbito de la industria automotriz, electrodomésticos y dispositivos del hogar y sistemas Braille para ciegos.

1.2. Objetivo

El presente proyecto tiene como objetivo general modelar numéricamente un actuador háptico para pantallas electrónicas basado en material PZT con el fin de optimizar su diseño geométrico y funcionalidad en aplicaciones de retroalimentación táctil. Para esto se plantea el uso del MEF. Además, el análisis busca optimizar el diseño del actuador para mejorar su desempeño en aplicaciones hápticas, como sistemas de retroalimentación táctil en dispositivos electrónicos. Los objetivos específicos son:

- Desarrollar un modelo numérico tridimensional detallado del pulsador háptico utilizando el software ANSYS, integrando las propiedades mecánicas, piezoeléctricas y dieléctricas del material piezoeléctrico.
- Realizar simulaciones dinámicas para determinar las frecuencias naturales, modos de vibración, desplazamientos y reacciones bajo diferentes condiciones de voltaje aplicado.
- Validar el modelo numérico mediante comparaciones con modelos teóricos o analíticos, garantizando la precisión y confiabilidad de los resultados obtenidos.
- Evaluar el impacto de la variación de parámetros geométricos clave en el desempeño dinámico del actuador e identificar configuraciones óptimas que maximicen la fuerza de actuación háptica.
- Proporcionar recomendaciones para la implementación práctica de actuadores hápticos en sistemas de retroalimentación táctil, considerando las limitaciones técnicas y las aplicaciones potenciales.

1.3. Organización del documento

El documento está compuesto por 4 capítulos que desarrollan el contenido del trabajo. A continuación, se presenta una descripción breve de cada capítulo.

- **Capítulo 1: Introducción.**

En este primer capítulo se lleva a cabo una descripción general de los materiales piezoeléctricos incluyendo hitos significativos como el descubrimiento de la piezoelectricidad o el desarrollo de dichos materiales. Además, se clasifican y describen los diversos tipos de materiales piezoeléctricos y se exponen algunas de las aplicaciones de dichos materiales.

Finalmente se remarca el objetivo del presente trabajo especificando su enfoque al ámbito Háptico y su previsión de posible ampliación en el futuro.

- **Capítulo 2: Modelización de la viga piezoeléctrica.**

En esta sección se desarrolla el modelo de una viga piezoeléctrica utilizando la metodología de elementos finitos. Inicialmente, se lleva a cabo un análisis detallado del comportamiento estático de la viga, evaluando las deformaciones y tensiones inducidas. Este análisis estático es validado mediante comparaciones analíticas, que garantizan la precisión y confiabilidad del modelo numérico generado. Posteriormente, se realiza una validación adicional basada en los modos de vibración del sistema. Por último, se implementa un modelo dinámico para la misma viga piezoeléctrica, que completa el estudio del comportamiento del sistema bajo condiciones dinámicas.

- **Capítulo 3: Modelización del Actuador Háptico.**

En este apartado, se lleva a cabo un análisis similar al desarrollado en el capítulo anterior que se centra en un modelo de actuador háptico.

Además, se evalúan detalladamente el comportamiento y las respuestas del actuador bajo diversas modificaciones de diseño, utilizando la misma metodología de elementos finitos aplicada previamente. Aunque la validación analítica específica del modelo de actuador háptico queda fuera del alcance del presente proyecto, se asume que el procedimiento es correcto debido a la aplicación rigurosa y consistente de la misma metodología y técnica analítica utilizada para la viga piezoeléctrica descrita anteriormente.

- **Capítulo 4: Resumen y Conclusiones Generales.**

Este capítulo sintetiza el proyecto en detalle, destacando los principales hitos y logros alcanzados a lo largo de este. Además, se exponen las posibles aplicaciones y contribuciones de los actuadores piezoeléctricos en investigaciones futuras.

2 MODELIZACIÓN DE LA VIGA PE

En el trabajo se desarrollan dos modelos de cálculo distintos. En primer lugar, se implementa un modelo de elementos finitos 3D y en segundo lugar una comprobación con el modelo teórico.

2.1. Descripción de un sistema Viga-Actuador piezoeléctrico

En esta sección, se aborda el estudio de una viga de acero que sostiene una lámina de material piezoeléctrico, y se pone el foco en su comportamiento mecánico y piezoeléctrico. Este tipo de estructura combina las propiedades mecánicas de la viga con las propiedades de conversión de energía de los materiales piezoeléctricos, permitiendo la generación de deformación mecánica en respuesta a la carga eléctrica.

El modelo de la viga tridimensional se simula utilizando el MEF mediante el software ANSYS, una herramienta ampliamente utilizada en la simulación de problemas físicos complejos.

El análisis, en primer lugar, busca validar los resultados de deformación y las respuestas eléctricas inducidas en la lámina piezoeléctrica para posteriormente ser analizado bajo diferentes condiciones de potencial.

La viga en estudio se denomina “viga unimorfa”. Esta se caracteriza por estar compuesta de una placa piezoeléctrica unida a una viga que actúa como sustrato:

- Placa de acero inoxidable: Constituye la base de la viga y proporciona la rigidez estructural necesaria para soportar las distintas variaciones de voltaje a las que puede ser sometido el material piezoeléctrico.
- Material piezoeléctrico: Se deposita sobre la placa de acero y tiene la capacidad de deformarse mecánicamente gracias a un diferencial de potencial eléctrico y viceversa, gracias a sus propiedades piezoeléctricas.

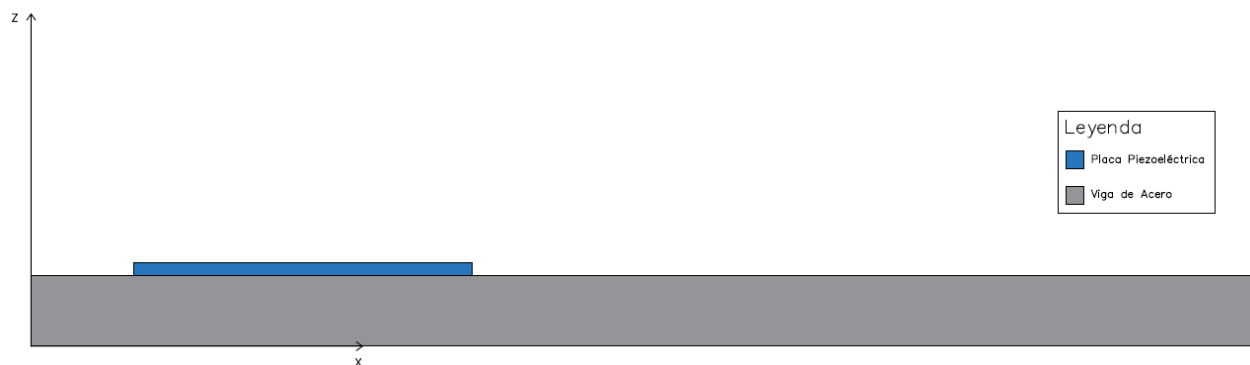


Figura 5: Morfología viga unimorfa.

El acero inoxidable que compone la base de la viga se caracteriza por dos propiedades mecánicas esenciales, el módulo de Young y de Poisson, y la densidad.

El material piezoeléctrico seleccionado para esta modelización es el PZT-4 (Plomo Zirconato Titanato), conocido por su comportamiento ortótropo. En un material ortótropo, las propiedades mecánicas y piezoeléctricas varían a lo largo de tres direcciones mutuamente perpendiculares. Esta característica permite que la mayoría de sus propiedades se representen de manera matricial, lo cual es ventajoso para el análisis mediante elementos finitos.

También es importante considerar la orientación del campo eléctrico en el análisis, ya que esto permite distinguir entre dos modos piezoeléctricos principales: el modo 33 y el modo 31.

En el modo 33, el campo eléctrico y la tensión mecánica se aplican en la misma dirección, generalmente a lo largo

del eje de polarización del material piezoeléctrico. Este modo es particularmente eficiente en aplicaciones que requieren una deformación o una generación de voltaje a lo largo del mismo eje que el campo eléctrico.

En el modo 31, el campo eléctrico y la tensión mecánica están orientados en direcciones perpendiculares. En este caso, el campo eléctrico se aplica a lo largo de un eje, mientras que la tensión mecánica se desarrolla en una dirección ortogonal, lo que permite aplicaciones donde se requiere una interacción distinta entre las fuerzas eléctricas y mecánicas.

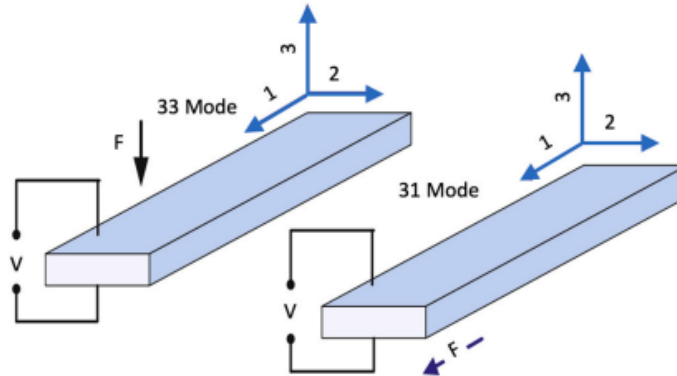


Figura 6: Modos de los dispositivos piezoeléctricos (Sezer & Koç, 2021).

El modelo del dispositivo piezoeléctrico se enfoca en el análisis del modo 31.

Para realizar la modelización tridimensional de los materiales en ANSYS, se han empleado dos tipos de elementos SOLID del conjunto de elementos finitos disponibles en el software, los cuales son de gran importancia para representar adecuadamente las propiedades mecánicas y piezoeléctricas de la estructura.

En particular, se ha empleado el elemento SOLID186, un elemento de volumen utilizado para resolver problemas estructurales en dominios elásticos, hiperelásticos y con grandes deformaciones. Este elemento se compone de 20 nodos, lo que le permite capturar con precisión los comportamientos complejos del material. Cada nodo de SOLID186 posee tres grados de libertad, correspondientes a las traslaciones en las direcciones principales del espacio, designadas como UX, UY y UZ. Dado que SOLID186 está optimizado para resolver exclusivamente problemas estructurales, se ha seleccionado para modelar el material del sustrato, en este caso, el acero.

Para la modelización del material piezoeléctrico, se ha optado por utilizar el elemento SOLID226, que comparte características geométricas similares a SOLID186, incluyendo su configuración tridimensional con 20 nodos. Sin embargo, SOLID226 se distingue por su capacidad para abordar no solo problemas elásticos, hiperelásticos y con grandes deformaciones, sino también otros fenómenos físicos como problemas térmicos, piezoeléctricos, magnéticos y estructurales. A diferencia del SOLID186, cada nodo de SOLID226 cuenta con cuatro grados de libertad: las tres traslaciones (UX, UY y UZ) y el potencial eléctrico. Esta característica adicional es fundamental para modelar correctamente el comportamiento del material piezoeléctrico en el sistema, garantizando una integración precisa entre el sustrato de acero y el material piezoeléctrico en la simulación. Para activar el problema piezoeléctrico en ANSYS, es necesario configurar el elemento adecuadamente utilizando la opción KEYOPT. En particular, se debe establecer el parámetro KEYOPT(1) = 1001.

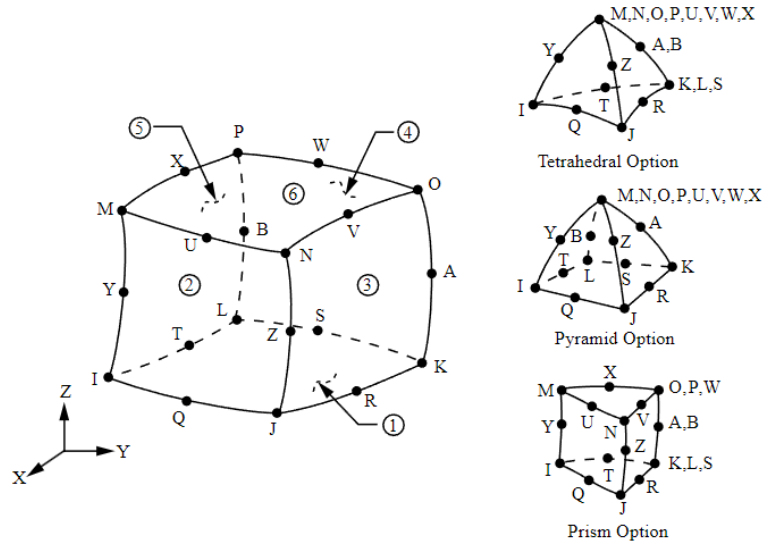


Figura 7: Geometría de los elementos SOLID186 y SOLID226. (ANSYS, s.f.)

2.1.1 Propiedades de los materiales

A continuación, se presentan las propiedades de ambos materiales. Para el acero inoxidable, las propiedades se introducen utilizando valores escalares, lo que simplifica la definición de sus características mecánicas debido a la naturaleza homogénea e isotrópica del material. Por otro lado, las propiedades piezoeléctricas se describen mediante matrices que relacionan las tensiones mecánicas, las deformaciones, los campos eléctricos y las polarizaciones. El software ANSYS se basa en una formulación de las ecuaciones constitutivas piezoeléctricas para definir las interacciones entre las magnitudes mecánicas y eléctricas.

Mientras que las del acero inoxidable se introducen mediante valores escalares, las del material piezoeléctrico se introducen de manera matricial.

$$\begin{Bmatrix} \sigma \\ D \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C^E & -e^T \\ e & \epsilon^S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon \\ E \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Cabe destacar que el superíndice "S" que acompaña al tensor de permitividad indica que esta propiedad es medida bajo condiciones de deformación constante, es decir, sin variación en la forma del material. Además de los valores del tensor de permitividad absoluta ϵ^S , es necesario especificar el valor de la permitividad en el vacío. Este valor es fundamental ya que permite calcular la permitividad relativa del material piezoeléctrico, que se obtiene dividiendo la permitividad absoluta por la permitividad del vacío.

Las relaciones entre las variables que se emplean en las dos formulaciones de las ecuaciones constitutivas son las siguientes:

$$\begin{aligned} S^E &= [C^E]^{-1} \\ e &= dC^E \\ \epsilon^S &= \epsilon^T - de^T \end{aligned} \quad (2)$$

La matriz de rigidez posee una dimensión de 6x6, atendiendo a sus 6 grados de libertad: 3 en las direcciones principales y 3 en las tangenciales:

$$C^E = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \quad (3)$$

El tensor de coeficientes piezoeléctricos tiene una dimensión de 3x6:

$$e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Por último, la matriz de permitividad es de 3x3

$$\epsilon^S = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Descripción	Símbolo	Unidad	Dimensión
Tensor de rigidez	C^E	Pa	6×6
Desplazamiento de carga dieléctrica	D	C/m^2	3×1
Tensor de coeficientes piezoeléctricos	e	C/m^2	3×6
Campo eléctrico	E	N/C	3×1
Deformación mecánica	ϵ	N/m^2	6×1
Tensión mecánica	σ	Pa	6×1

Tabla 1: Símbolos de la ecuación constitutiva.

2.1.2 Condiciones de contorno

El modelo de validación y estudio emplea las mismas condiciones de contorno que se utilizan como referencia en el artículo de (Wang, Dai, Li, Oh, & Wu, 2020). En concreto, se ha implementado un empotramiento en uno de los extremos de la viga, lo que significa que dicho extremo está completamente fijo. Es decir, implica la restricción completa de las translaciones en las tres direcciones principales: verticales (UZ), longitudinales (UX) y laterales (UY) y de sus respectivas rotaciones.

Además, se ha implementado un sistema de electrodos para optimizar el comportamiento del material piezoeléctrico en contacto con el sustrato. Este sistema consta de dos electrodos con funciones diferenciadas. Se ha colocado un electrodo entre la capa de contacto del material piezoeléctrico y el sustrato con el objetivo de estabilizar el potencial eléctrico del sistema, eliminando cualquier acumulación de carga no deseada y proporcionando un punto de referencia de potencial eléctrico neutro. El segundo electrodo es el encargado de aplicar una diferencia de potencial controlada directamente al material piezoeléctrico. Esta diferencia de potencial se modula de forma progresiva y precisa durante el avance el estudio experimental. La variación en el valor de

este potencial permite investigar cómo las distintas magnitudes de voltaje afectan el comportamiento y la respuesta del material piezoeléctrico.

Para modelar los componentes eléctricos, se implementa el elemento CIRC94 que interactúa con el elemento SOLID226 usado en el material piezoeléctrico. En nuestro modelo, está vinculado al circuito eléctrico que conecta los nodos del material piezoeléctrico con un sistema externo, representando una fuente de voltaje o resistencia conectada al sistema piezoeléctrico.

2.2. Modelización MEF

En el presente apartado se procede a describir de manera detallada y técnica el procedimiento llevado a cabo para la modelización del problema planteado.

Antes de comenzar, se limpia el entorno de trabajo para eliminar cualquier configuración previa y se habilita el módulo de preprocesamiento de ANSYS, /PREP7.

A continuación, se empieza definiendo los parámetros geométricos del modelo, es decir, espesor, longitud y ancho de la viga de acero y de la lámina piezoeléctrica.

Descripción	Símbolo	Unidad	Valor
Ancho	W	m	0.03
Longitud	Lb	m	1
Espesor	tb	m	0.002

Tabla 2: Geometría de la viga de acero.

Descripción	Símbolo	Unidad	Valor
Ancho	W	m	0.03
Longitud	Lp	m	0.2
Espesor	tp	m	0.0005

Tabla 3: Geometría de la placa piezoeléctrica.

Tras ello se implementan los distintos tipos de elementos que usaremos a lo largo del modelado:

- SOLID186, para la viga de acero
- SOLID226, con la opción 1001 para implementar los efectos del campo piezoeléctrico
- CIRC94, para modelar los componentes eléctricos. En este caso, cuando va asociado con la opción “0” se comporta como una resistencia y si va asociada con la opción “3” como voltaje eléctrico.

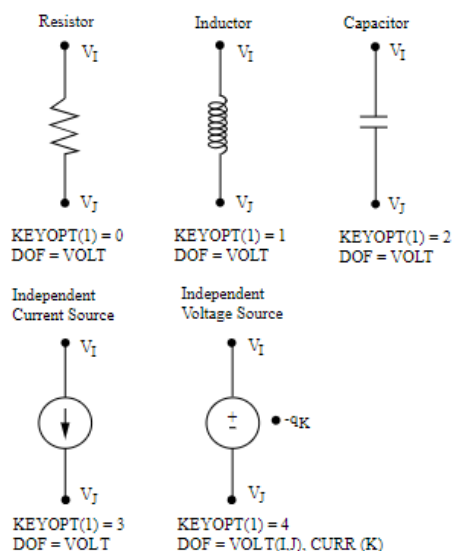


Figura 8: Opciones del elemento CIRCUI94. (ANSYS, s.f.)

Se continúa con la implementación de las propiedades mecánicas del acero, es decir, el módulo de elasticidad, la relación de Poisson y la densidad.

Descripción	Símbolo	Unidad	Valor
Módulo de Young	E	N/m^2	195×10^9
Coefficiente de Poisson	ν	-	0.3
Densidad	ρ	Kg/m^3	7750

Tabla 4: Propiedades mecánicas del acero.

Se especifican las propiedades del material piezoeléctrico PZT-4:

Descripción	Símbolo	Unidad	Valor
Tensor de rigidez	c_{11}	GPa	139
	c_{12}		77.8
	c_{13}		74.3
	c_{33}		115
	c_{44}		25.6
	c_{66}		30.6
Tensor de coeficientes piezoeléctricos	e_{31}	C/m^2	-5.2
	e_{33}		15.1

	e_{15}		12.7
Coeficiente de Poisson	ν	-	0.3
Densidad	ρ	Kg/m^3	7495

Tabla 5: Propiedades material piezoeléctrico PZT-4.

También se definen los coeficientes dieléctricos del material, los cuales representan su capacidad para almacenar energía eléctrica en presencia de un campo eléctrico:

Descripción	Símbolo	Unidad	Valor
Coeficientes dieléctricos	ϵ_{11}/ϵ_0	-	763
	ϵ_{11}/ϵ_0		658
Permitividad en el vacío	-	F/m	8.854×10^{-12}

Tabla 6: Coeficientes dialécticos.

Con esta información, se construye la matriz de rigidez del material piezoeléctrico:

$$C^E = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 139 & 77.8 & 74.3 & 0 & 0 & 0 \\ 77.8 & 139 & 74.3 & 0 & 0 & 0 \\ 74.3 & 74.3 & 115 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 25.6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 25.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 30.6 \end{bmatrix} \quad (3)$$

La matriz piezoeléctrica es:

$$e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 12.7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 12.7 & 0 & 0 \\ -5.2 & -5.2 & 15.1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Y la matriz dialéctica es:

$$\epsilon^S = \begin{bmatrix} 763 & 0 & 0 \\ 0 & 763 & 0 \\ 0 & 0 & 658 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Con las matrices de rigidez establecidas, se procede a definir la geometría del sistema. Primero, se determinan los puntos clave (KEYPOINTS), que representan los vértices de los volúmenes que conforman la viga de acero y la lámina piezoeléctrica, figura 9.

Se crean los volúmenes que forman la estructura tridimensional utilizando los puntos previamente definidos, figura 10.

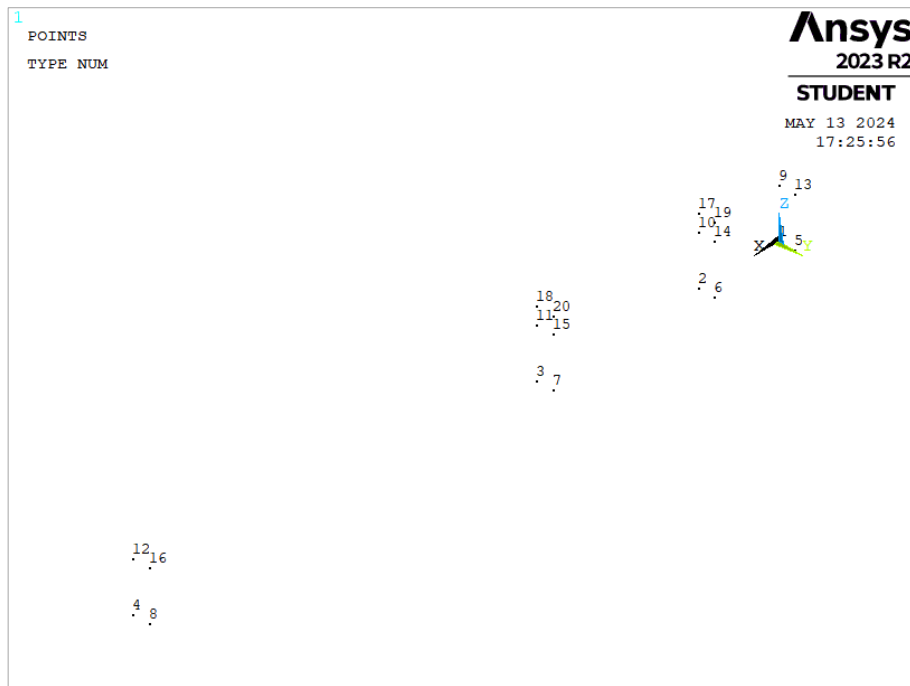


Figura 9: Keypoints de referencia.

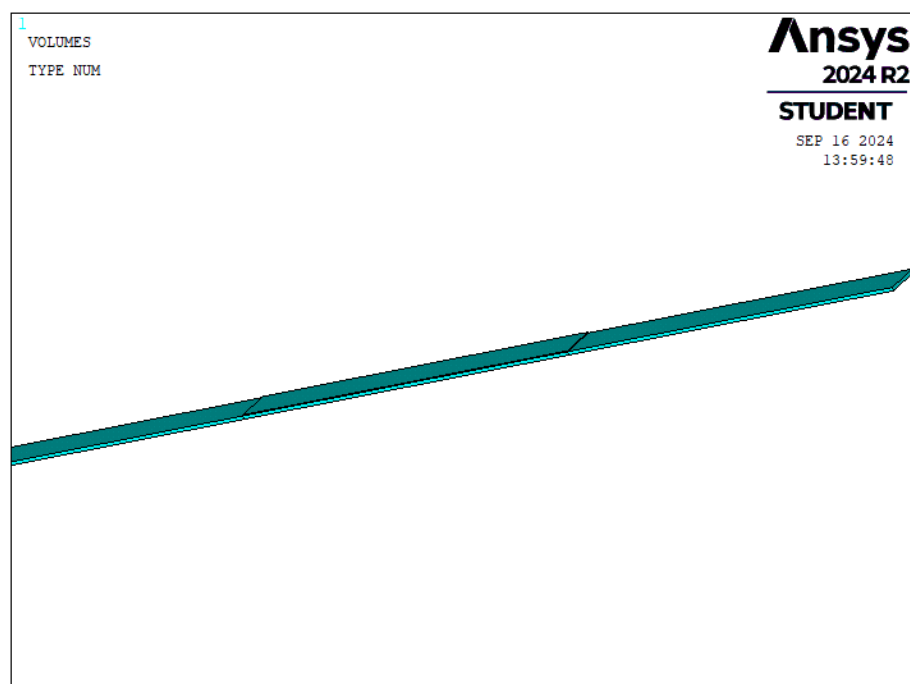


Figura 10: Volúmenes generados a partir de Keypoints.

Se asignan los materiales y elementos a los diferentes volúmenes:

- El material 1 (acero) se asigna a los volúmenes de la viga junto con el elemento 1 (SOLID186).
- El material 2 (piezoeléctrico) se asigna a la lámina piezoeléctrica junto con el elemento 2 (SOLID226).

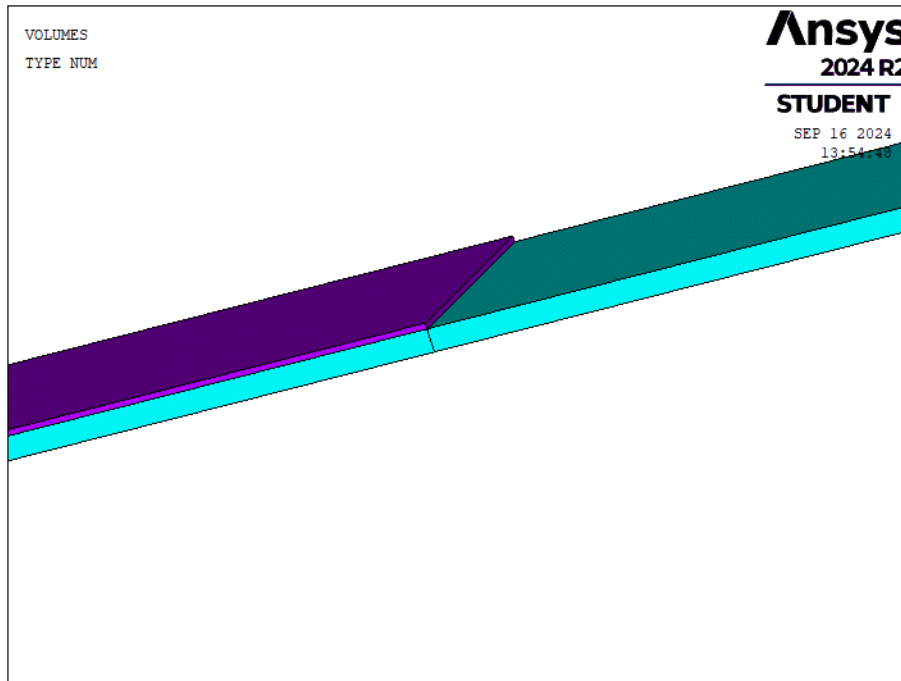


Figura 11: Asignación de los materiales.

Se define la densidad del mallado como el número de subdivisiones en cada dirección, con el objetivo de asegurar que el análisis por elementos finitos posea la resolución adecuada. Para ello, se implementa una subdivisión uniforme de las aristas de cada volumen dividiéndose en múltiplos de 8, lo que permite generar una malla interna homogénea. Esta estrategia mejora la precisión en la simulación y en el análisis del comportamiento estructural del modelo, garantizando una distribución uniforme de los elementos en toda la geometría.

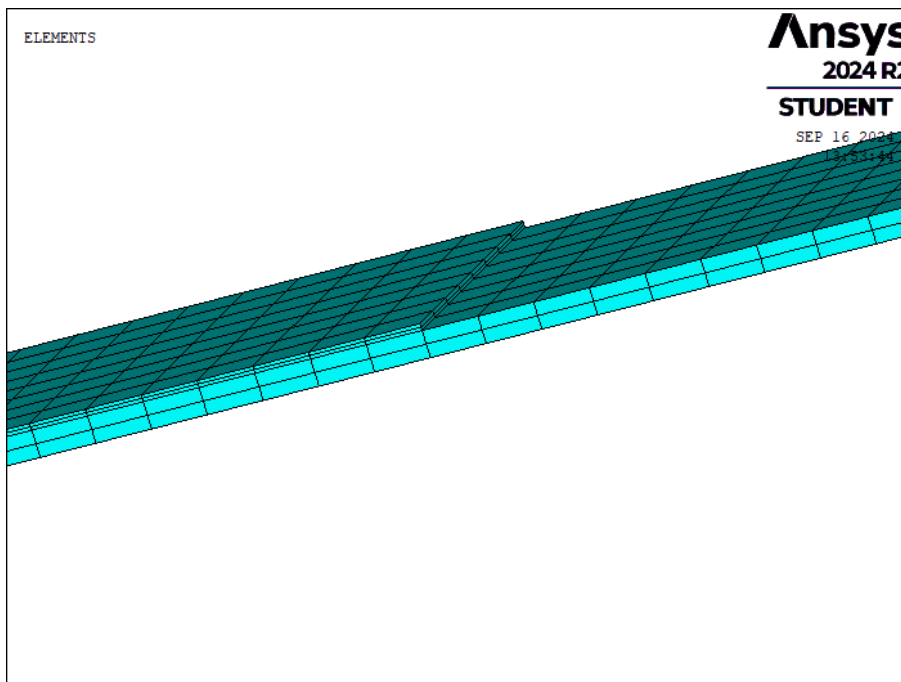


Figura 12: Mallado final de cada volumen.

Como se puede observar, se ha realizado una discretización más detallada en la zona donde se encuentra el piezoeléctrico. Este refinamiento de la malla tiene como objetivo mejorar la precisión del modelo en esa región específica, permitiendo una representación más fiel de los efectos locales y la recolección de datos, tales como deformaciones, tensiones y campos eléctricos, etc.

Por último, se definen las condiciones de contorno del modelo de estudio, establecidas en el artículo (Wang, Dai, Li, Oh, & Wu, 2020), es decir, se ha impuesto un empotramiento en uno de los extremos de la viga, lo que implica la restricción completa de las translaciones en las tres direcciones principales: verticales (UZ), longitudinales (UX) y laterales (UY).

Además, se ha implementado un sistema de electrodos para optimizar el comportamiento del material piezoeléctrico en contacto con el sustrato. Este sistema consta de dos electrodos con funciones diferenciada. Se ha colocado un electrodo entre la capa de contacto del material piezoeléctrico y el sustrato con el objetivo de estabilizar el potencial eléctrico del sistema, eliminando cualquier acumulación de carga no deseada y proporcionando un punto de referencia de potencial eléctrico neutro. El segundo electrodo es el encargado de aplicar una diferencia de potencial controlada directamente al material piezoeléctrico. Esta diferencia de potencial es modulada de forma progresiva y precisa durante avance el estudio experimental. La variación en el valor de este potencial permite investigar cómo las distintas magnitudes de voltaje afectan el comportamiento y la respuesta del material piezoeléctrico.

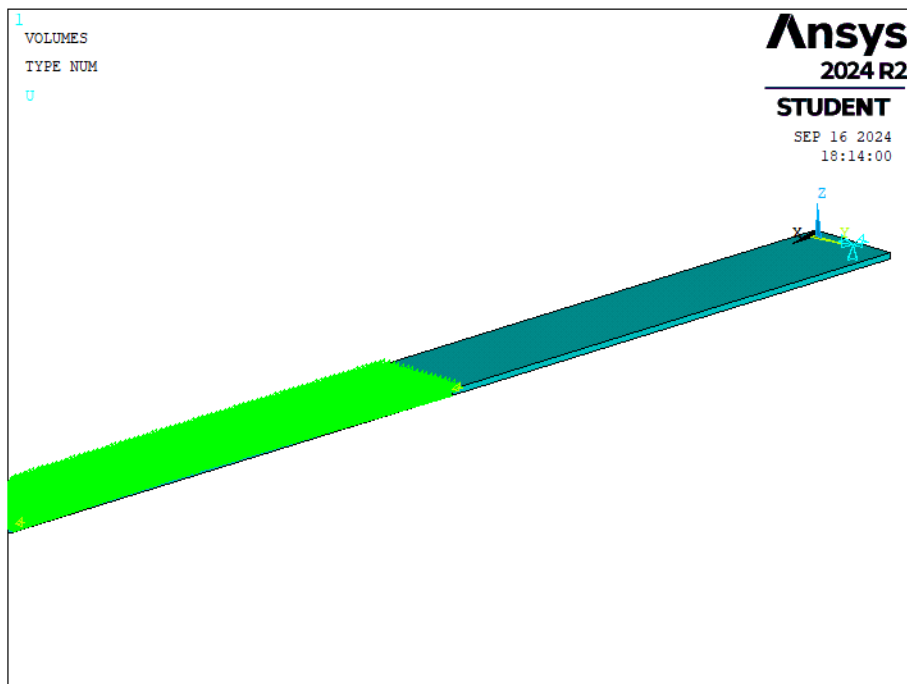


Figura 13: Condiciones de contorno de la viga.

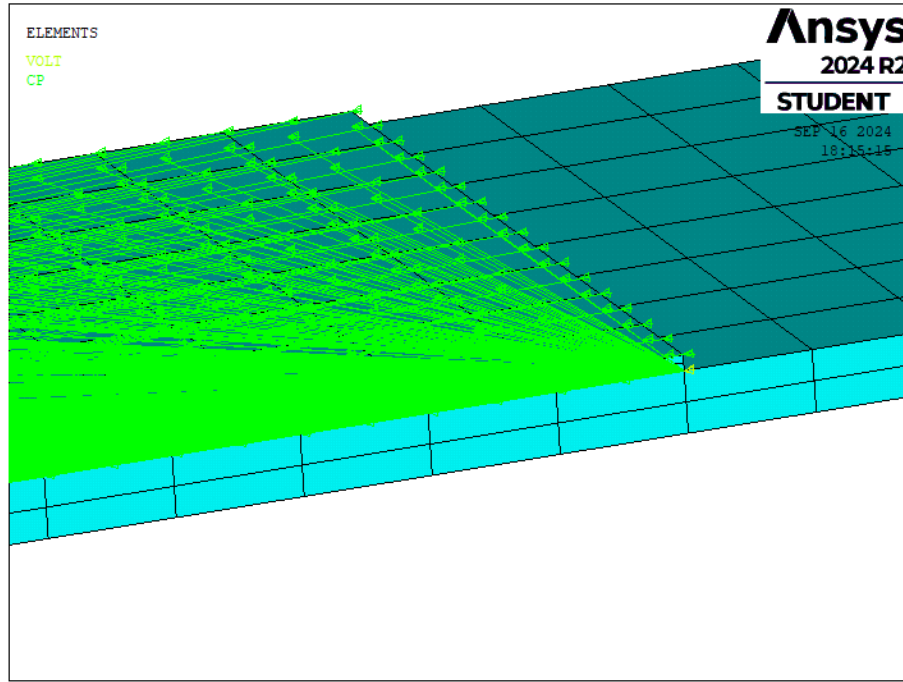


Figura 14: Condiciones de contorno en detalle.

2.3. Validación del modelo MEF

Antes de ejecutar las simulaciones con el MEF desarrollados, es fundamental asegurarse de que estos modelos representen fielmente el comportamiento del recolector. Para esta verificación, se han introducido los mismos parámetros geométricos de entrada en los modelos MEF y en el modelo analítico, de modo que los resultados obtenidos en ambos deben ser consistentes.

Para llevar a cabo la validación mencionada, se comienza con un modelo estático y otro modal del problema en cuestión.

2.1.3 Análisis estático

En este apartado se lleva a cabo una simulación estática en la cual se observa el comportamiento de nuestro modelo de estudio ante una excitación de 50 voltios. Este problema se resuelve de forma tanto analítica como a través del software de ANSYS.

Se comienza

con el modelo analítico, a través del cual se determina la flecha o deflexión de la viga utilizando las siguientes ecuaciones fundamentales de la teoría de vigas.

La flecha obtenida en función de la posición a lo largo de la longitud de la viga dependerá del tipo de condiciones de apoyo y de la carga inducida por el voltaje aplicado a la placa de material piezoeléctrico que se encuentra sobre la viga. Esta deflexión estará definida por las siguientes ecuaciones:

$$W(x) \begin{cases} 0 & 0 \leq x < x_1 \\ \frac{k}{2}(x - x_1)^2 & x_1 \leq x < x_2 \\ kL_a \left(\frac{L_a}{2} + x - x_2 \right) & x_2 \leq x < x_3 \end{cases} \quad (6)$$

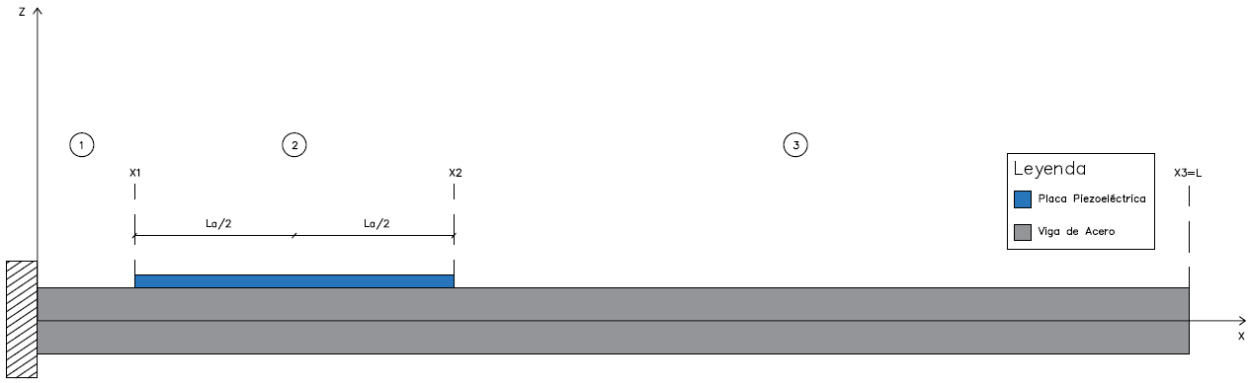


Figura 15: Perfil viga de estudio.

La curvatura generada en el tramo del actuador será:

$$K = \frac{M_a}{EI} - \frac{ES}{EI} \times \frac{(N_a \times EI - M_a \times ES)}{EA \times EI - (ES)^2} \quad (7)$$

Siendo:

$$\begin{aligned} EA &= E \times b \times h + E_a \times b_a \times h_a \\ ES &= E_a \times b_a \times h_a \times \left(\frac{h_a}{2} - \frac{h}{2} \right) \\ EI &= \frac{E \times b \times h^3}{12} + E_a \times b_a \times h_a \times \left(h_a \times \left(\frac{h}{2} \right) + \left(\frac{h}{2} \right)^2 + \frac{h_a^2}{3} \right) \\ M_a &= N_a \times \frac{h + h_a}{2} \\ N_a &= h_a \times b_a \times E_a \times \varepsilon_1 \\ \varepsilon_1 &= d_{13} \times E_3 \end{aligned} \quad (8)$$

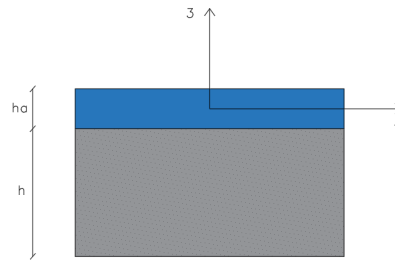


Figura 16: Alzado viga de estudio.

Introduciendo dichas ecuaciones en el software MATLAB, se obtienen de manera gráfica los resultados realizados analíticamente. Esto permite verificar la concordancia entre los resultados teóricos obtenidos mediante las ecuaciones de la deflexión de la viga y los resultados numéricos derivados del análisis MEF.

En cuanto al análisis de elementos finitos, se siguen los pasos descritos anteriormente, que incluyen la creación del modelo geométrico, la asignación de propiedades del material, la aplicación de condiciones de frontera y la carga inducida por el voltaje aplicado a la placa piezoeléctrica. Al resolver el modelo mediante el método de elementos finitos, se obtienen los siguientes resultados gráficos:

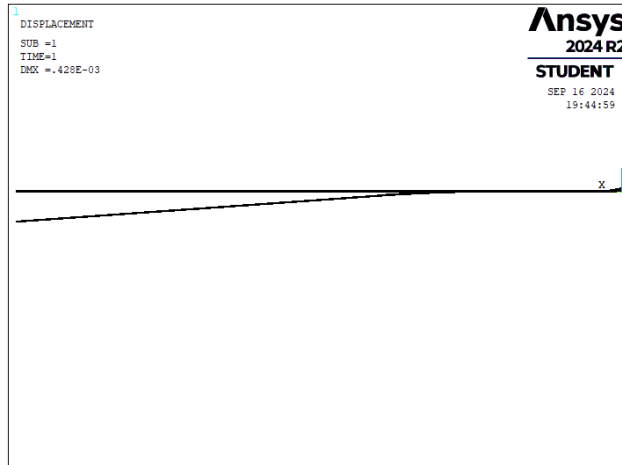


Figura 17: Deformada e indeformada.

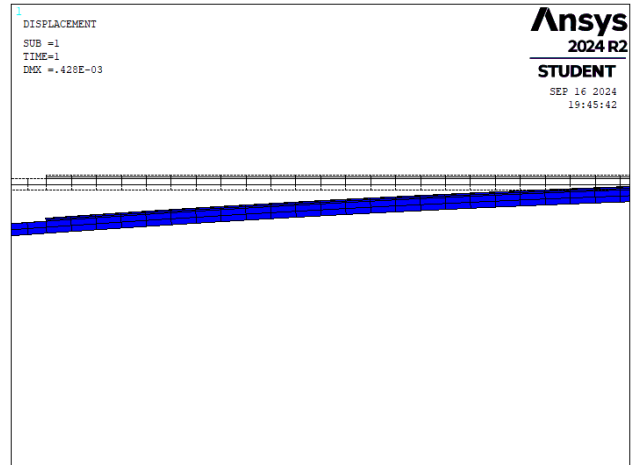


Figura 18: Deformada e indeformada en detalle.

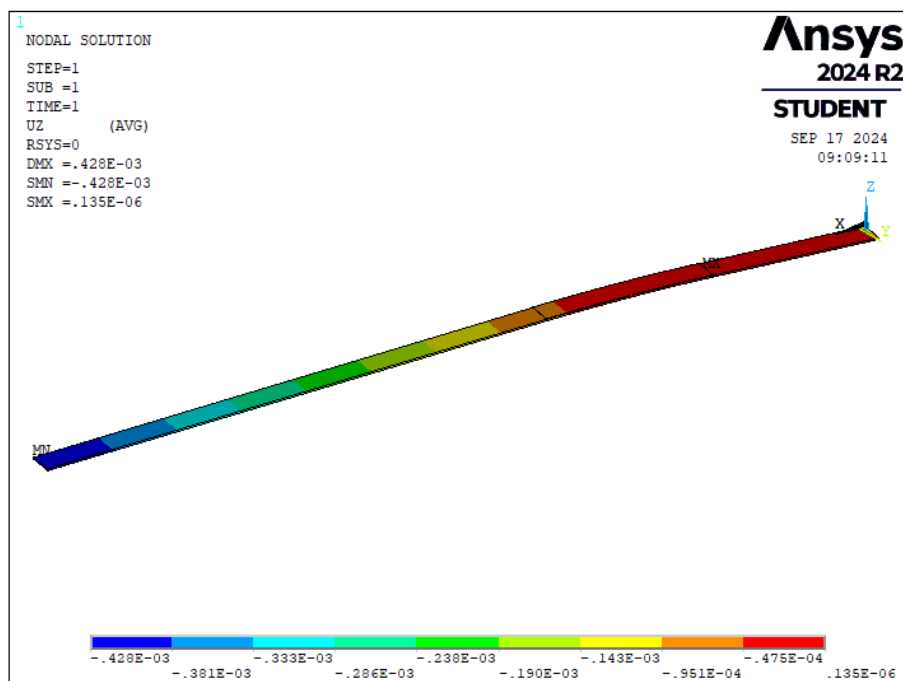


Figura 19: Desplazamiento vertical.

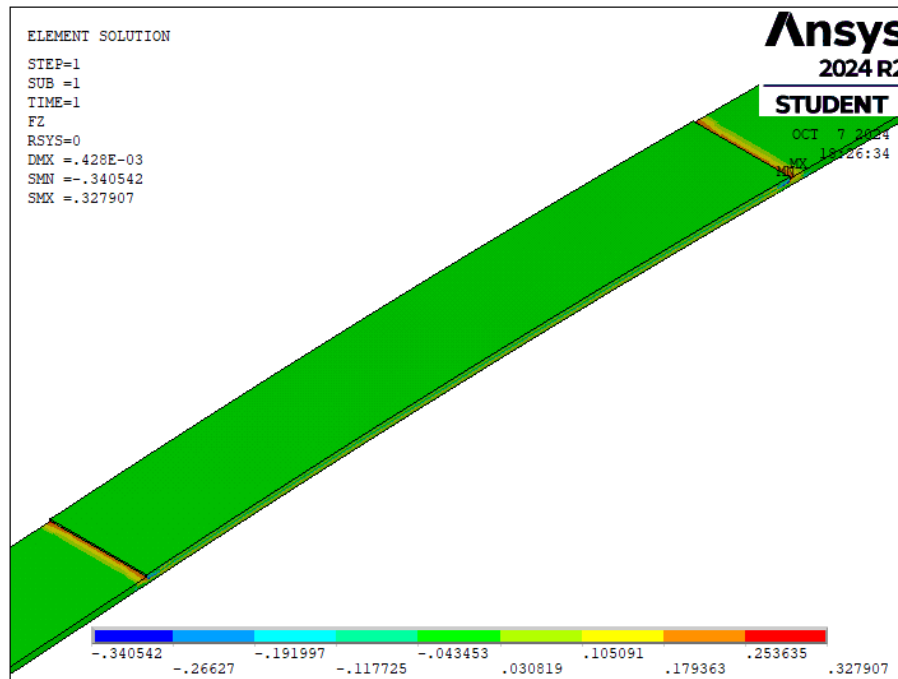


Figura 20: Reacción máxima vertical.

En estas imágenes se observa cómo las deformaciones se distribuyen a lo largo de la viga, incrementándose progresivamente hacia el extremo libre, donde se produce la máxima deflexión. Esto es consistente con el comportamiento típico de una viga en voladizo sometida a una carga en el extremo, ya que la flexión es mayor cuanto más alejada está del empotramiento.

Asimismo, las tensiones máximas se concentran en la zona cercana al empotramiento de la viga, como es previsible, debido a las restricciones de movimiento impuestas en ese punto, lo que genera un aumento de las fuerzas internas en esa región. Además, se puede apreciar que, en los extremos de la placa piezoeléctrica, donde esta se une a la viga, también se experimentan concentraciones de tensión. Esto ocurre debido a la discontinuidad en las propiedades mecánicas entre la viga y la placa piezoeléctrica, así como a las reacciones adicionales generadas por la deformación inducida piezoeléctricamente.

Adicionalmente, en el MEF se han obtenido las tensiones de Von Mises comprobándose así si alguno de los materiales plastifica o no.

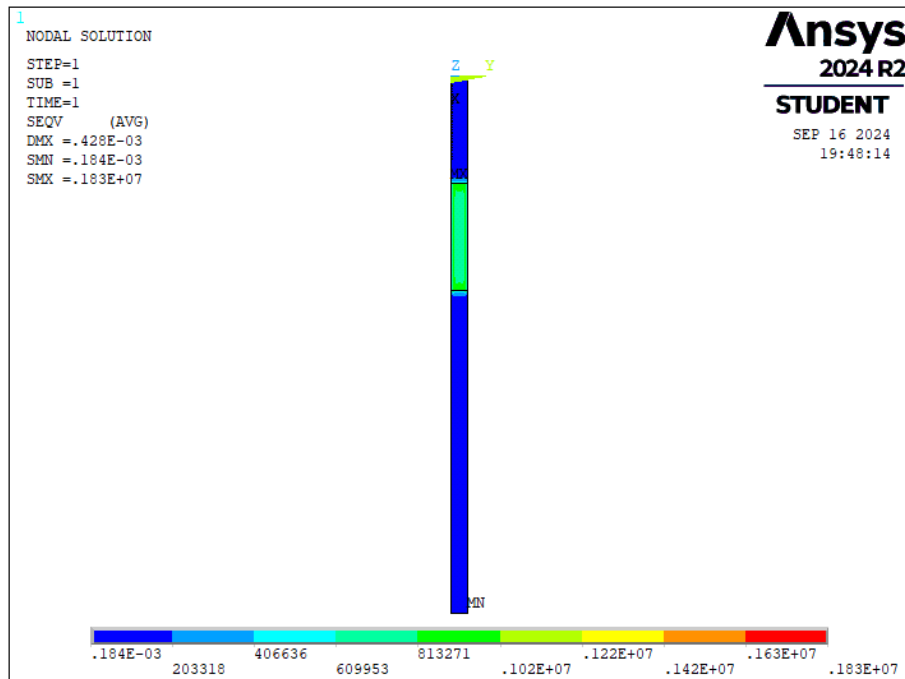


Figura 21: Tensión de Von Misses en la viga.

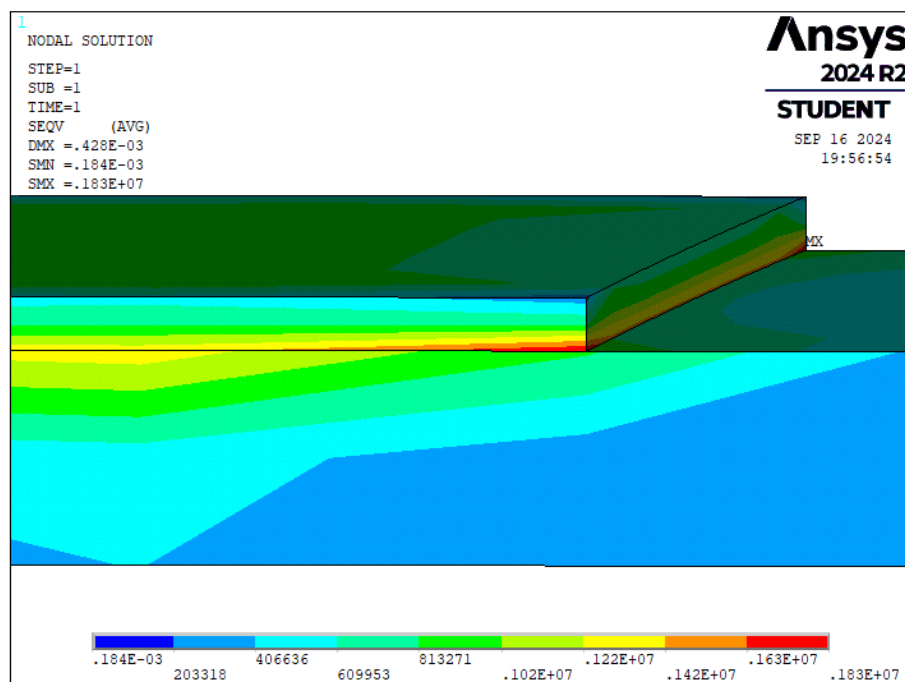


Figura 22: Tensión de Von Misses en la viga en detalle.

Se observa que la tensión máxima se localiza en la zona de contacto entre el material piezoeléctrico y la viga, alcanzando un valor de 1,83 MPa. Este valor es inferior al límite elástico de ambos materiales que componen el modelo, lo que garantiza que la estructura no experimentará deformación plástica y se mantendrá dentro del régimen elástico.

Por último y tras todo lo descrito se grafican las curvas de deflexión de la viga a lo largo de su longitud, comparando los valores de flecha, con unidades adimensionales, en función de la posición x para ambos modelos.

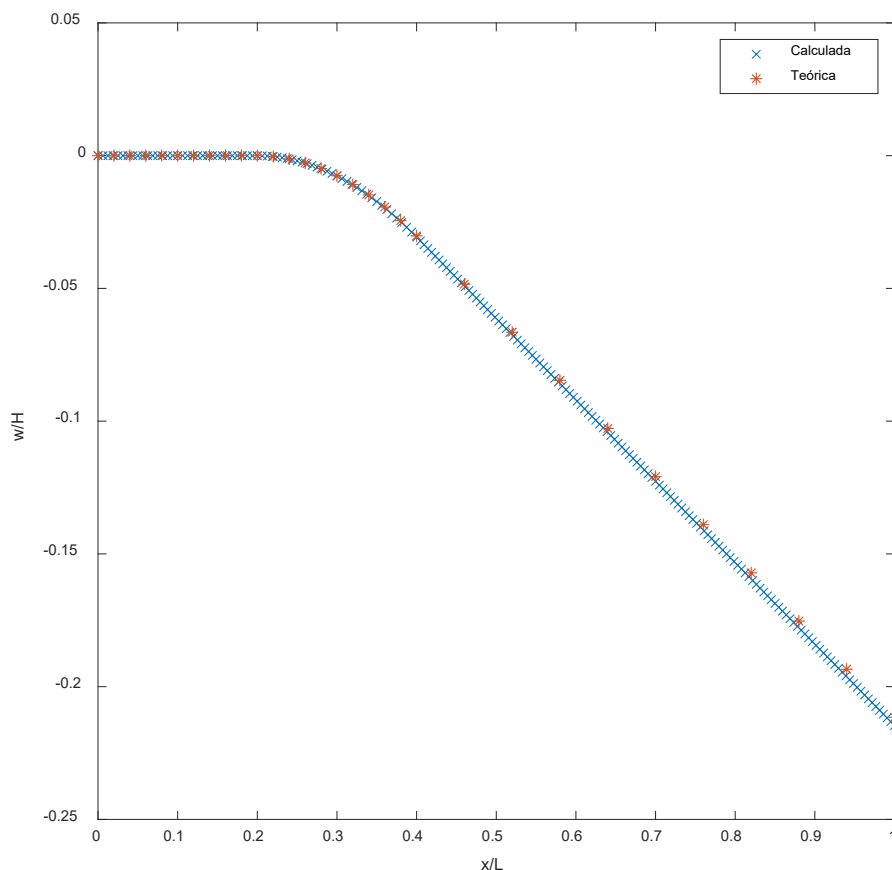


Figura 23: Flecha modelo teórico y modelo calculado en ANSYS.

En primer lugar, se observa que, en el caso del desplazamiento vertical (flecha), los resultados obtenidos mediante el modelo de elementos finitos son muy similares al modelo analítico. Aunque se detecta una ligera desviación que aumenta conforme se aleja de la zona de empotramiento, el error absoluto es de $6,19 \times 10^{-6}$, lo cual es prácticamente insignificante y no afecta la precisión general de los resultados.

Por lo tanto, queda validado el modelo de elementos finitos a través de su flecha.

2.1.4 Análisis modal

A continuación, y para obtener una mayor verificación entre el modelo teórico y el modelo de elementos finitos, se realiza una nueva comprobación analítica, esta vez con enfoque en los modos de pandeo de la viga en voladizo.

Las fórmulas del modelo de estudio se extraen del libro “Formulas for Stress, Strain, and Structural Matrices” (Pilkey, 2004).

Condiciones de contorno	$\lambda_i, i = 1, 2, 3, \dots$	Modos	$\beta_i, i = 1, 2, 3, \dots$
	1.87510407	$\cosh \frac{\lambda_i x}{L} - \cos \frac{\lambda_i x}{L}$ $- \beta_i \left(\sinh \frac{\lambda_i x}{L} - \sin \frac{\lambda_i x}{L} \right)$	$\frac{\sinh \lambda_i - \sin \lambda_i}{\cosh \lambda_i + \cos \lambda_i}$
	4.69409113		
	7.85475744		
	10.99554073		

$$14.13716839$$

$$(2i - 1) \times \frac{\pi}{2},$$

$$i > 5$$

Tabla 7: Modos de pandeo del libro (Pilkey, 2004)

Siendo las frecuencias naturales:

$$w_i(rad/s) = \frac{\lambda_i^2}{L^2} \left(\frac{EI}{\rho} \right)^{1/2} \quad f_i(Hz) = \frac{\lambda_i^2}{2\pi L^2} \left(\frac{EI}{\rho} \right)^{1/2}$$

Teniendo que:

- E = Módulo de elasticidad
- I = Momento de inercia
- ρ = Densidad
- L = Longitud de la viga
-

Con todo ello se obtienen los primeros 5 modos y sus respectivas frecuencias naturales cuya solución es la siguiente:

i	β_i	$w_i(rad/s)$	$f_i(Hz)$
1	1.87	10.18	1.62
2	4.69	63.81	10.16
3	7.85	178.69	28.44
4	10.99	350.17	55.73
5	14.13	578.79	92.12

Tabla 8: Resultados primeros 5 nodos de forma analítica.

El modelo de elementos finitos resuelto en ANSYS nos presenta los siguientes modos:

***** INDEX OF DATA SETS ON RESULTS FILE *****				
SET	TIME/FREQ	LOAD STEP	SUBSTEP	CUMULATIVE
1	1.7032885	1	1	1
2	10.104318	1	2	2
3	24.574671	1	3	3
4	28.888162	1	4	4
5	56.321196	1	5	5

Tabla 9: Resultados primeros 5 nodos mediante ANSYS.

Tras ejecutar el modelo de elementos finitos en ANSYS, se puede comprobar que las frecuencias obtenidas para los modos de pandeo son prácticamente iguales a las calculadas en el modelo teórico. Esta coincidencia entre ambos métodos confirma nuevamente la validez del MEF y su precisión al predecir el comportamiento estructural de la viga en voladizo bajo condiciones de pandeo.

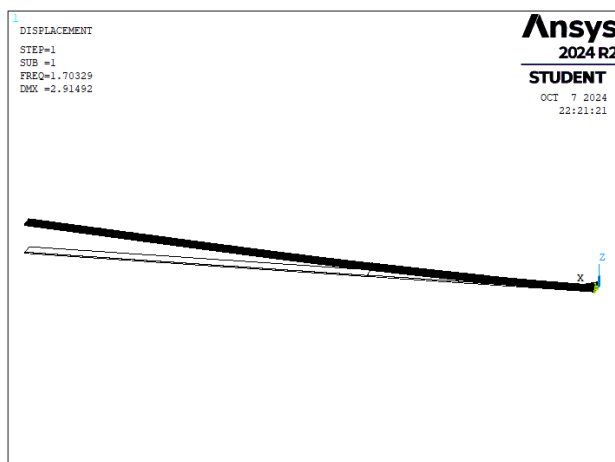


Figura 24: Modo 1.

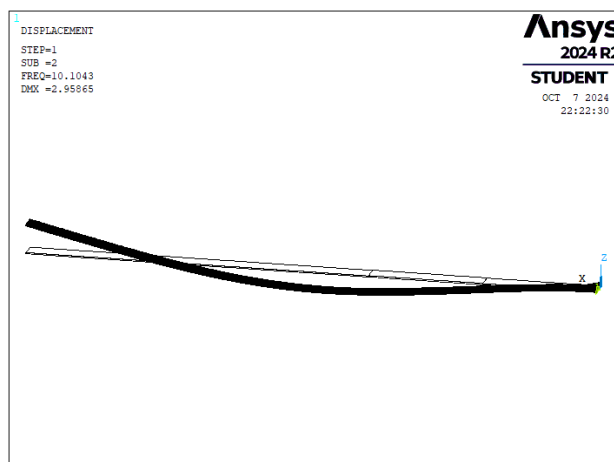


Figura 25: Modo 2.

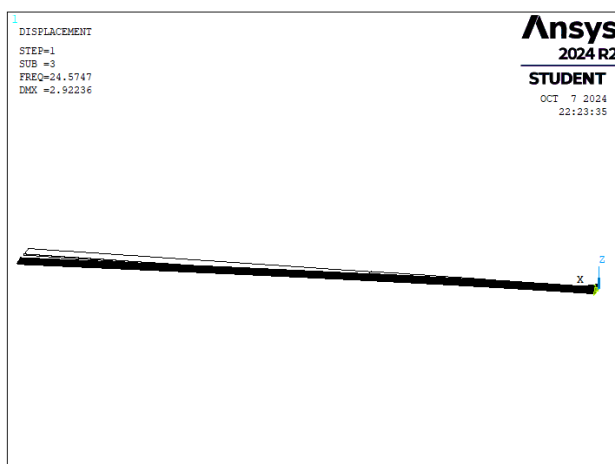


Figura 26: Modo 3.

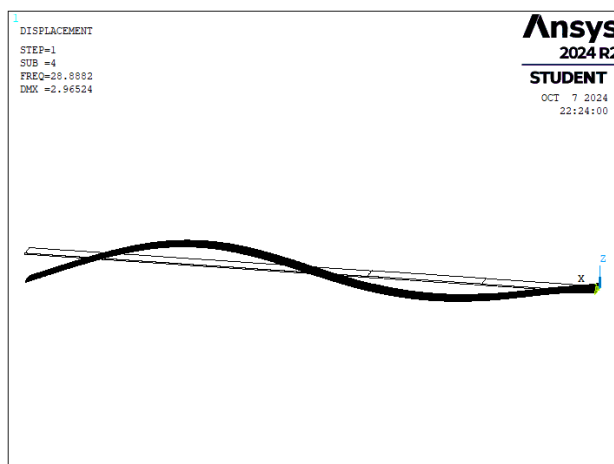


Figura 27: Modo 4.

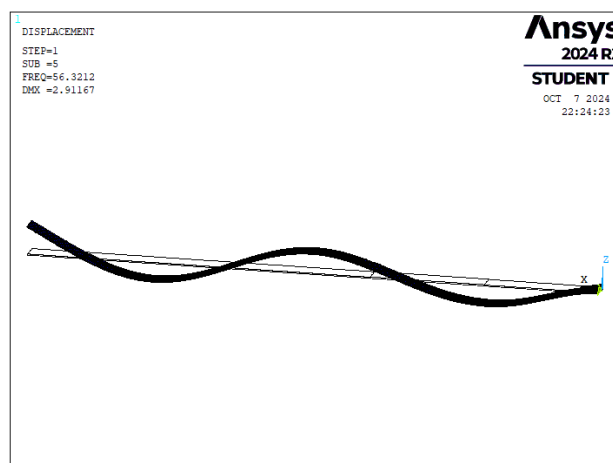


Figura 28: Modo 5.

Con esto, se refuerza la confianza en el modelo, tanto para predicciones de deflexiones estáticas como para análisis dinámicos y de estabilidad estructural bajo cargas de pandeo.

2.4. Análisis dinámico del Sistema Viga-Actuador

Por último, se ha llevado a cabo un análisis dinámico de la viga actuadora, sometiéndola a un diferencial de potencial de tipo senoidal. Este tipo de excitación introduce una carga variable en el tiempo, lo que permite estudiar el comportamiento dinámico de la viga bajo una excitación periódica. Este estudio se desarrolla exclusivamente mediante el MEF, debido a la complejidad que conlleva dicho problema.

Para ello se han utilizado los elementos CIRCU94 para crear una resistencia y una fuente de voltaje sobre la cual se implementa el diferencial de potencia.

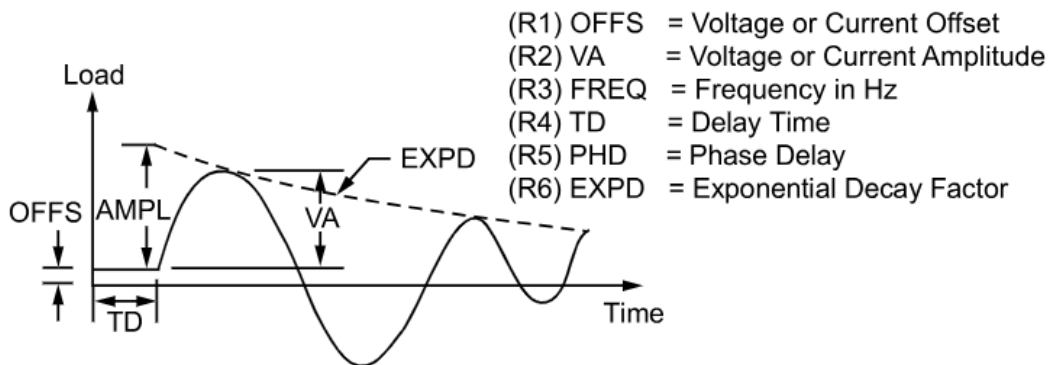


Figura 29: Modelo fuente senoidal y sus variables.

Para implementar una función senoidal en el análisis dinámico mediante elementos finitos, se configura una excitación senoidal con un voltaje de 10V (VA). Las variables OFFS (desplazamiento de offset), TD (retardo), EXPD (factor exponencial de amortiguamiento) y PHD (fase) se toman como nulas, lo que simplifica la ecuación a una función seno pura, es decir:

$$V(t) = V_0 \times \sin(\omega t)$$

Donde:

- V_0 es la amplitud de voltaje aplicado, en el ejemplo, 10 V.
- ω es la frecuencia angular de excitación.
- t es el tiempo.

En este estudio, se ha analizado el comportamiento del sistema tomando frecuencias de excitación tanto cercanas como lejanas a la frecuencia natural del modelo. Este enfoque permite observar el comportamiento dinámico de la viga en dos escenarios:

- 1) Frecuencias cercanas a la frecuencia natural (1.6 Hz)

El análisis se lleva a cabo considerando un intervalo temporal equivalente a 18 veces el período, lo que permite una evaluación más extensa del comportamiento del sistema dentro del rango de estudio

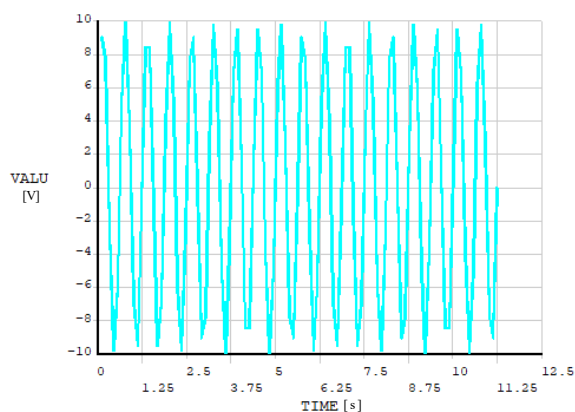


Figura 30: Señal de potencia introducida.

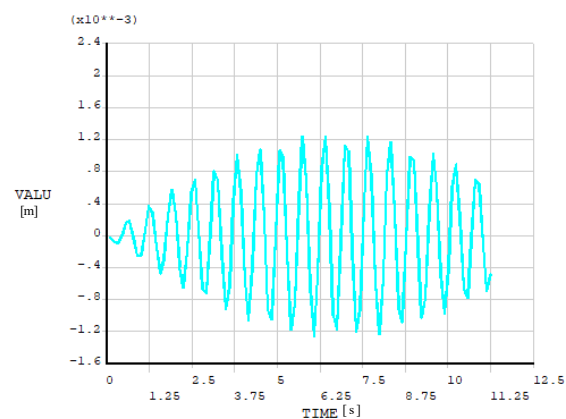


Figura 31: Desplazamiento vertical en el extremo libre de la barra.

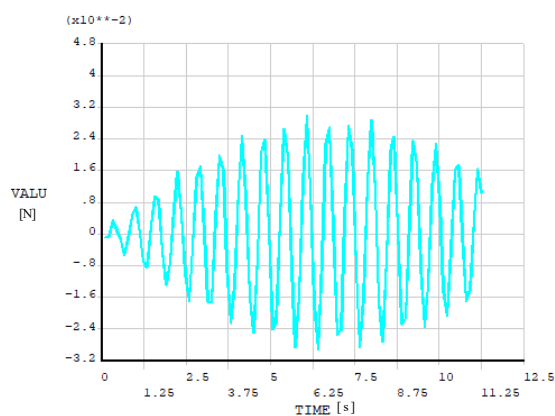


Figura 32: Reacción vertical en el extremo empotrado.

En un análisis realizado con un tiempo equivalente a 4 veces el período, se pueden observar con mayor detalle los resultados asociados al comportamiento de la viga, proporcionando una visión más precisa de las variaciones en desplazamiento, reacciones y voltaje a lo largo del tiempo.

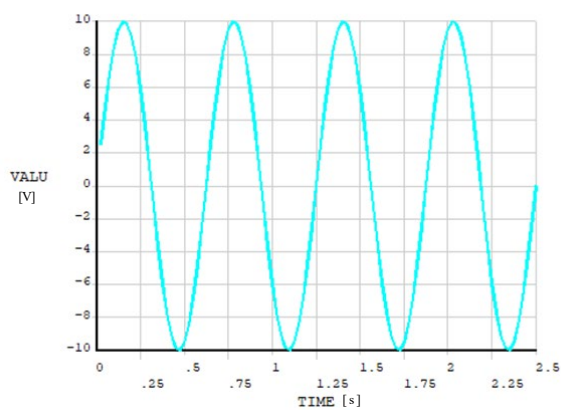


Figura 33: Señal de potencia introducida.

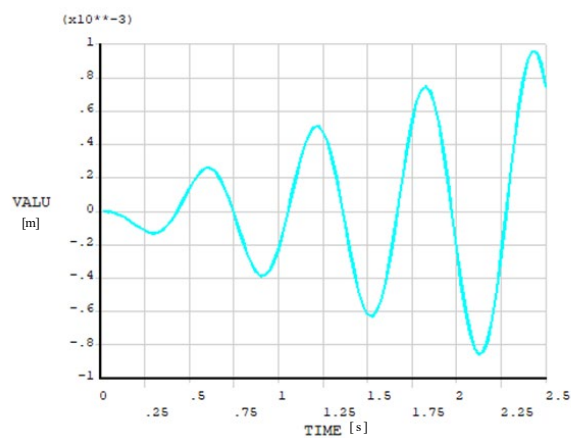


Figura 34: Desplazamiento vertical en el extremo libre de la barra.

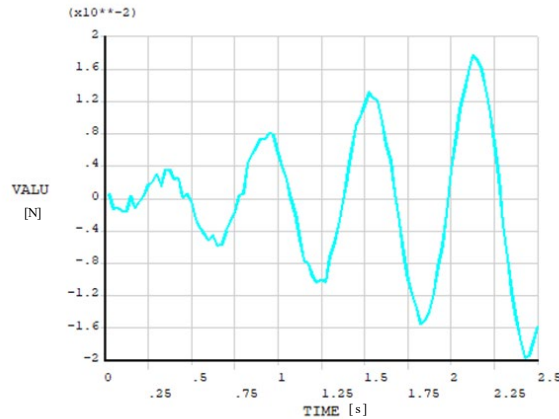


Figura 35: Reacción vertical en el extremo empotrado.

En este rango de frecuencias, el sistema parece presentar fenómenos de resonancia caracterizados por un incremento significativo en la amplitud de la deflexión, debido a la coincidencia entre la frecuencia de excitación y la frecuencia natural de la viga.

En las figuras 31 y 32, que representan el desplazamiento y la reacción vertical, respectivamente, se observa un aumento progresivo de la señal hasta alcanzar un máximo en el tiempo $t=6.25$ segundos, seguido de un descenso. Este comportamiento se repite de manera periódica en el tiempo, como se evidencia en la figura siguiente:

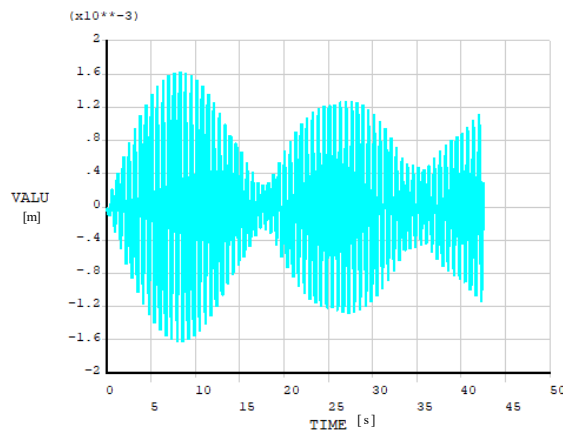


Figura 36: Desplazamiento vertical en el extremo libre de la barra obtenido con un tiempo de simulación equivalente a 68 veces el período.

Un comportamiento similar se observa al representar las reacciones en el modelo de estudio.

2) Frecuencias alejadas a la frecuencia natural (0.6Hz)

El análisis se realiza en un intervalo de tiempo equivalente a 6.75 veces el período, lo que corresponde a un tiempo de simulación de 11.25 segundos, asegurando la concordancia con la duración de la simulación del primer análisis.

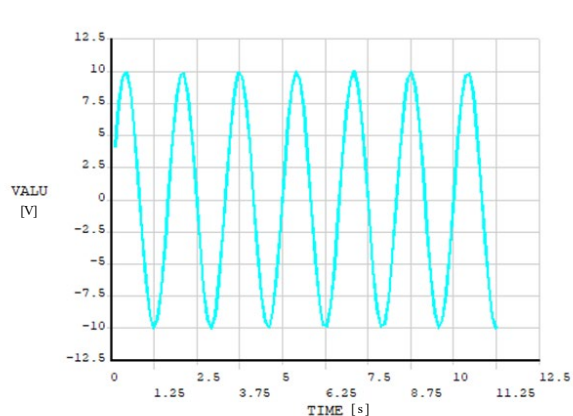


Figura 37: Señal de potencia introducida.

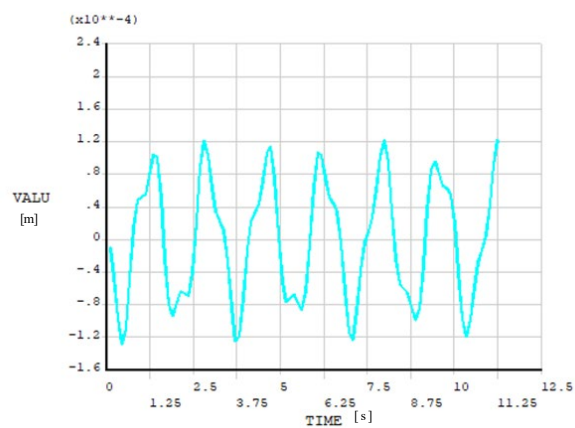


Figura 38: Desplazamiento vertical en el extremo libre de la barra.

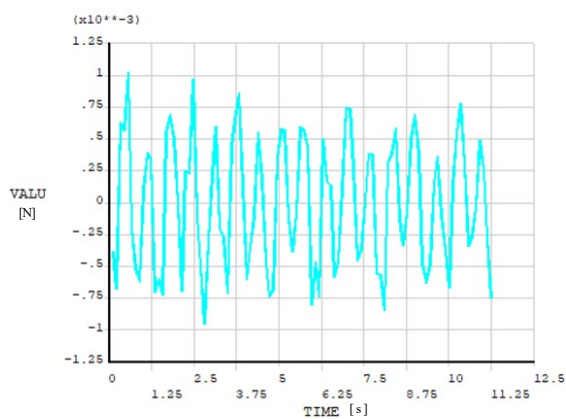


Figura 39: Reacción vertical en el extremo empotrado.

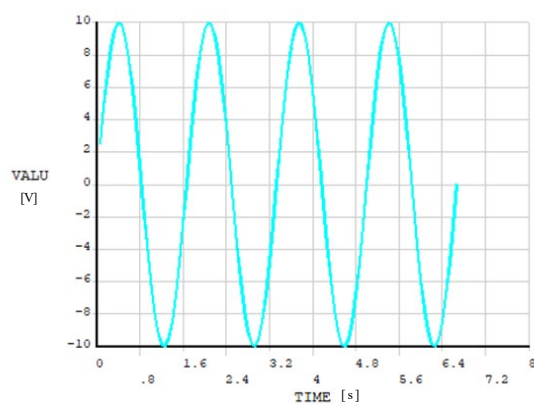


Figura 40: Señal de potencia introducida.

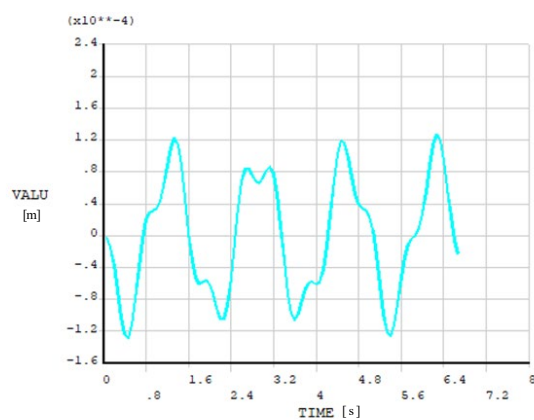


Figura 41: Desplazamiento vertical en el extremo libre de la barra.

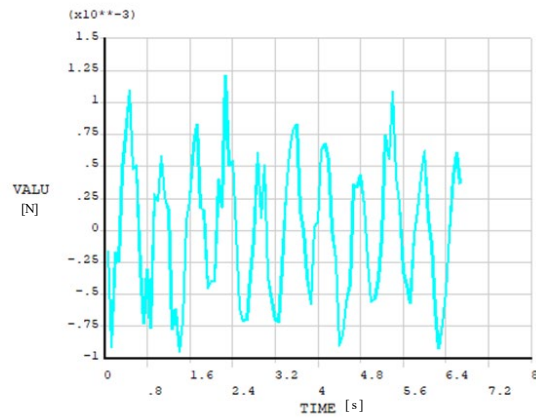


Figura 42: Reacción vertical en el extremo empotrado.

En detalle, al realizar una simulación con un tiempo equivalente a 4 veces el período, se obteniendo los resultados desde la figura 40 hasta la 42.

En este caso, la respuesta de la viga es más moderada. Las amplitudes de vibración tienden a ser menores, ya que la excitación no coincide con los modos propios de vibración del sistema. Este análisis permite verificar que el sistema es estable y responde de manera controlada a frecuencias fuera de la resonancia.

3 ANÁLISIS DINÁMICO DE ACTUADOR HÁPTICO

En la presente sección, se lleva a cabo un análisis exhaustivo del actuador háptico, que se enfoca en la optimización de su rendimiento energético. Para ello, se desarrollan diversas simulaciones numéricas con el objetivo de investigar y determinar cómo maximizar la energía generada por el actuador a través de la variación controlada de los parámetros geométricos del modelo. Para llevar a cabo la modelización del actuador háptico, se ha seguido una metodología análoga a la empleada en el modelo de la viga. Este enfoque garantiza la coherencia en el proceso de modelización, lo que permite asumir la validez de los resultados obtenidos.

3.1. Descripción del actuador Háptico

Para la realización del modelo Háptico, se ha tenido en cuenta una patente de actuador piezoeléctrico con gran deformación (Francia Patente nº 17 / 417,994, 2021).

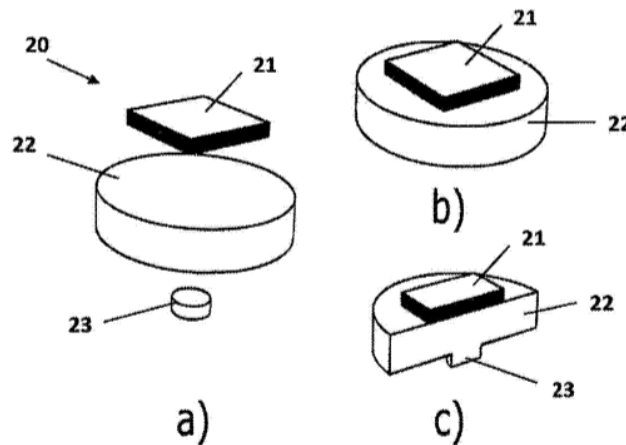


Figura 43: Pulsador Háptico patentado (Francia Patente nº 17 / 417,994, 2021).

El dispositivo háptico representado en la imagen está constituido por un conjunto que incluye un actuador piezoeléctrico de geometría cuadrada (21), el cual está fijado de manera rígida a una placa amplificadora de forma circular (22). Además, el sistema incluye una patilla de sección circular (23) que se encuentra instalada en el centro geométrico de la mencionada placa amplificadora, asegurando la transferencia de la vibración o movimiento generado.

En esta patente se detallan los rangos geométricos y las especificaciones dimensionales que son empleados y considerados en el presente proyecto para optimizar el diseño y funcionamiento del pulsador háptico.

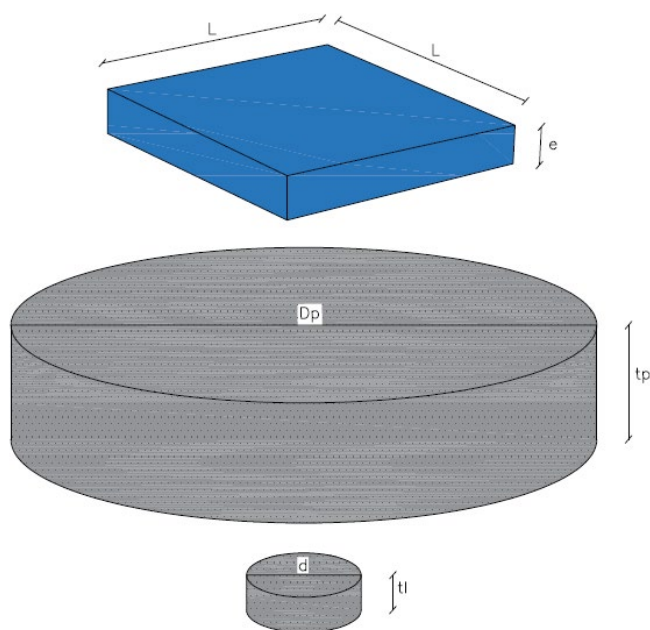


Figura 44: Notación pulsador háptico.

Descripción	Símbolo
Longitud del actuador piezoeléctrico	L
Espesor del actuador piezoeléctrico	e
Diámetro placa de acero	Dp
Espesor placa de acero	tp
Diámetro patilla de acero	d
Espesor patilla de acero	tl

Tabla 10: Nomenclatura del pulsador háptico.

3.2. Modelización MEF

Se procede igual que con el ejemplo de la viga, antes de comenzar, se limpia el entorno de trabajo para eliminar cualquier configuración previa y se habilita el módulo de preprocesamiento de ANSYS, /PREP7.

A continuación, se definen los parámetros geométricos del modelo, es decir, espesor, longitud y ancho de la placa de acero, de la patilla y de la lámina piezoeléctrica fija sobre la placa de acero en la tabla 11 y se definen de nuevo las propiedades mecánicas del acero, es decir, el módulo de elasticidad, la relación de Poisson y la densidad en la tabla 12.

Asimismo, se especifican las propiedades del material piezoeléctrico PZT-4 en la tabla 13.

Descripción	Símbolo	Unidad	Rango de valores
Longitud del actuador piezoeléctrico	L	<i>m</i>	0.007
Espesor del actuador piezoeléctrico	e	<i>m</i>	0.0005
Diámetro placa de acero	Dp	<i>m</i>	0.012
Radio placa de acero	Rp	<i>m</i>	0.006
Espesor placa de acero	tp	<i>m</i>	0.0005
Diámetro patilla de acero	d	<i>m</i>	0.0024-0.0048
Radio patilla de acero	r	<i>m</i>	0.0012-0.0024
Espesor patilla de acero	tl	<i>m</i>	0.00025-0.001

Tabla 11: Valores de la geometría del pulsador háptico.

Descripción	Símbolo	Unidad	Valor
Módulo de Young	E	<i>N/m²</i>	195×10^9
Coefficiente de Poisson	v	-	0.3
Densidad	ρ	<i>Kg/m³</i>	7750

Tabla 12: Propiedades mecánicas del acero.

Descripción	Símbolo	Unidad	Valor
Tensor de rigidez	<i>c₁₁</i>	<i>GPa</i>	139
	<i>c₁₂</i>		77.8
	<i>c₁₃</i>		74.3
	<i>c₃₃</i>		115
	<i>c₄₄</i>		25.6
	<i>c₆₆</i>		30.6
Tensor de coeficientes piezoeléctricos	<i>e₃₁</i>	<i>C/m²</i>	-5.2
	<i>e₃₃</i>		15.1
	<i>e₁₅</i>		12.7
Coefficiente de Poisson	v	-	0.3

Densidad	ρ	Kg/m^3	7495
----------	--------	----------	------

Tabla 13: Propiedades material piezoeléctrico PZT-4.

Descripción	Símbolo	Unidad	Valor
Coeficientes dieléctricos	ϵ_{11}/ϵ_0	-	763
	ϵ_{11}/ϵ_0		658
Permitividad en el vacío	-	F/m	8.854×10^{-12}

Tabla 14: Coeficientes dialécticos.

Adicionalmente, se definen los coeficientes dieléctricos del material, los cuales representan su capacidad para almacenar energía eléctrica en presencia de un campo eléctrico en la tabla 14.

Se continúa con las creaciones geométricas:

Para definir el actuador piezoeléctrico se han utilizado unos puntos clave (KEYPOINTS) que se han unido formando un volumen, figura 45.

Para la base, se ha optado por usar el comando CYL4 que crea un cilindro dado su radio, espesor y coordenada. Este comando también es capaz de crear huecos o definir sectores circulares en el caso de que el modelo lo requiera.

Por último, la patilla ha sido modelizada con el comando CYLIND que realiza el mismo proceso que CYL4 pero de forma más simplificada, que solo permite la opción de crear cilindros sólidos en función de su radio y coordenadas, figura 46.

Y se continúa asociando los materiales a sus volúmenes correspondientes y mallar dichos volúmenes utilizando elementos tridimensionales (3D), figura 47.

- El material 1 (acero) se asigna a los volúmenes que corresponden con la placa amplificadora y la patilla junto con el elemento 1 (SOLID186).
- El material 2 (piezoeléctrico) se asigna al actuador piezoeléctrico junto con el elemento 2 (SOLID226).

Se ha seleccionado un tamaño de malla aproximado equivalente a una décima parte del diámetro de la patilla para todo el modelo de estudio.

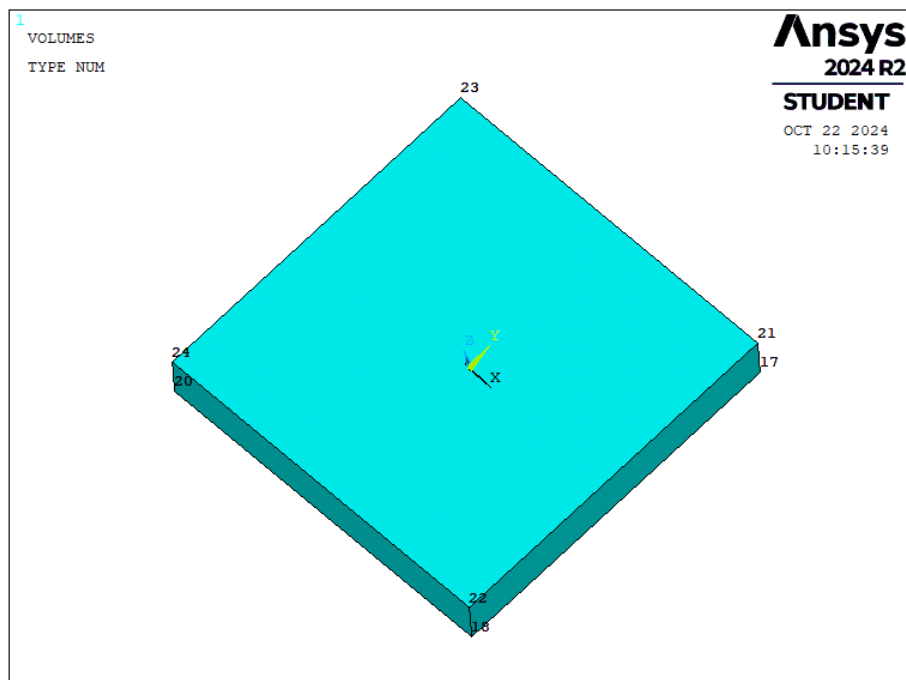


Figura 45: Volumen actuador piezoeléctrico.

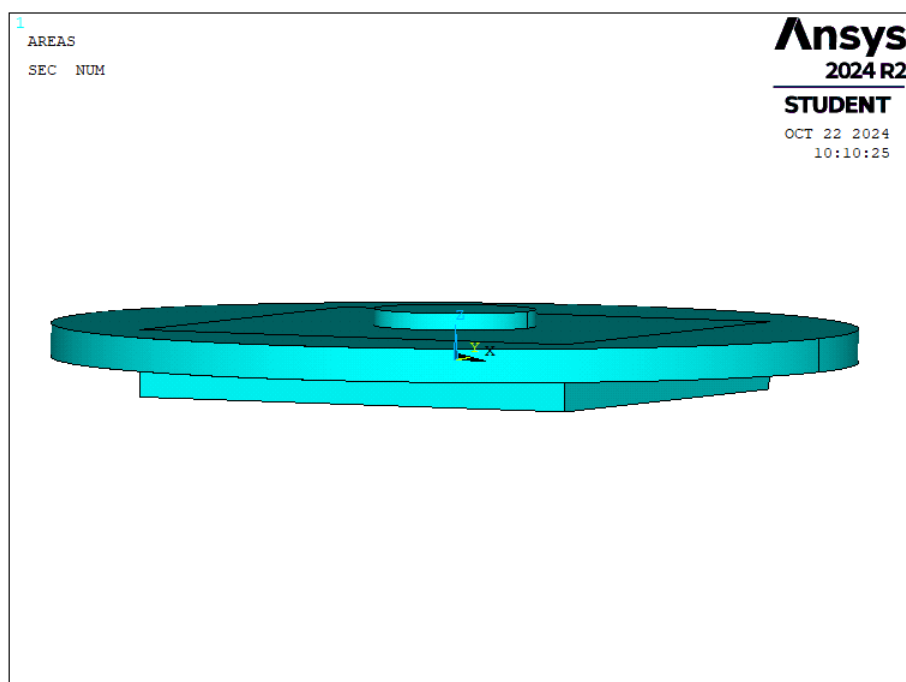


Figura 46: Modelo completo del actuador.

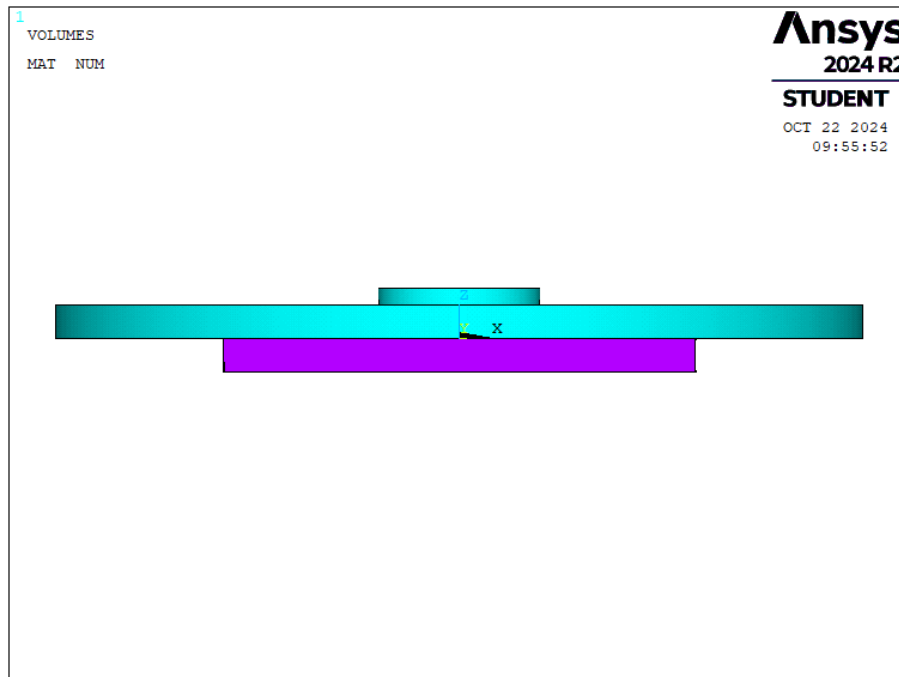


Figura 47: Asignación de los materiales.

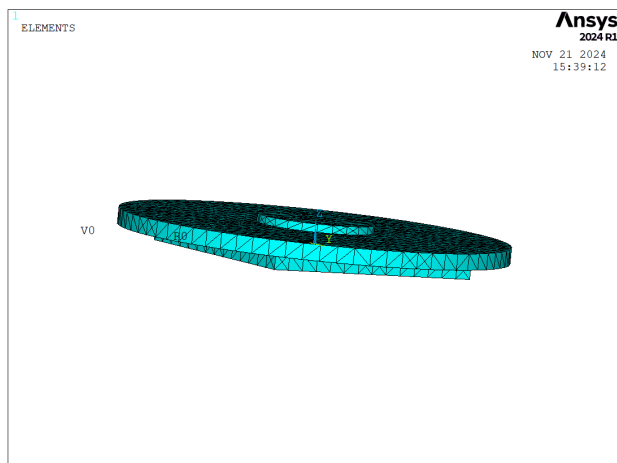


Figura 48: Mallado del actuador.

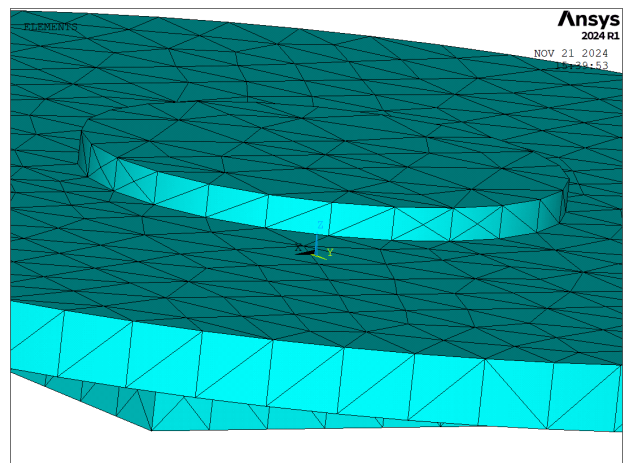


Figura 49: Mallado en detalle del actuador.

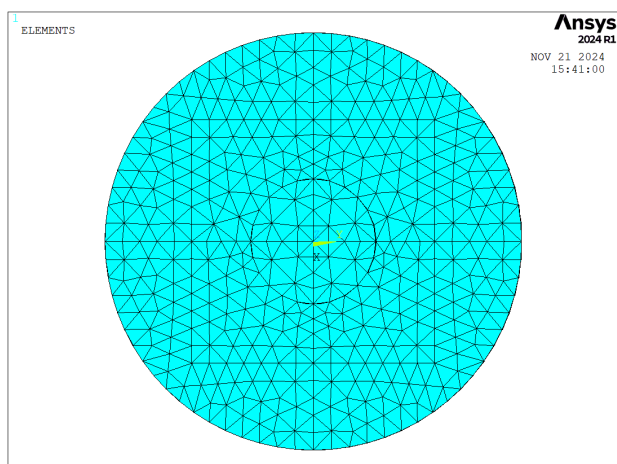


Figura 50: Mallado en planta del actuador.

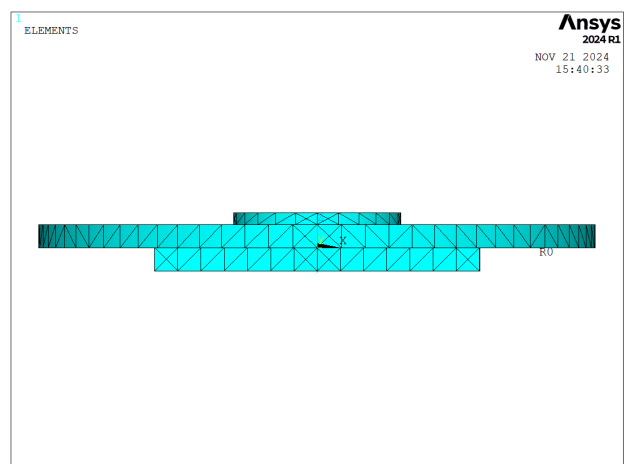


Figura 51: Mallado en alzado del actuador.

Finalmente, se aplican las restricciones en los grados de libertad, definiendo las condiciones de contorno. Se impone un empotramiento en la base de la patilla, restringiendo todos los desplazamientos y rotaciones en esos puntos, con el fin de calcular las reacciones resultantes en dicha región, figura 52 y 53.

Además, se asignan potenciales específicos a los electrodos superior e inferior, lo que permite analizar la respuesta eléctrica del sistema bajo las condiciones de potencial aplicadas.

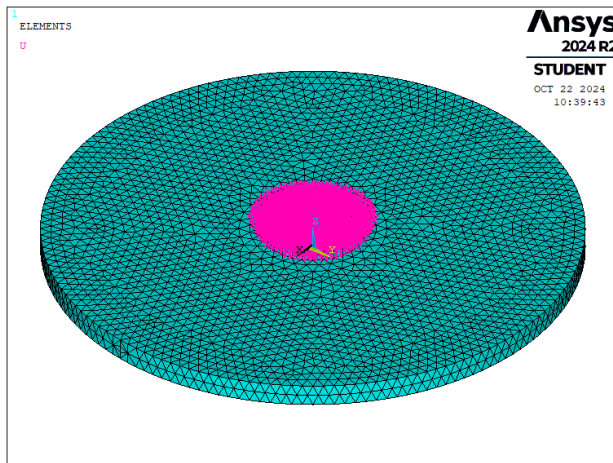


Figura 52: Condición de empotramiento de la patilla.

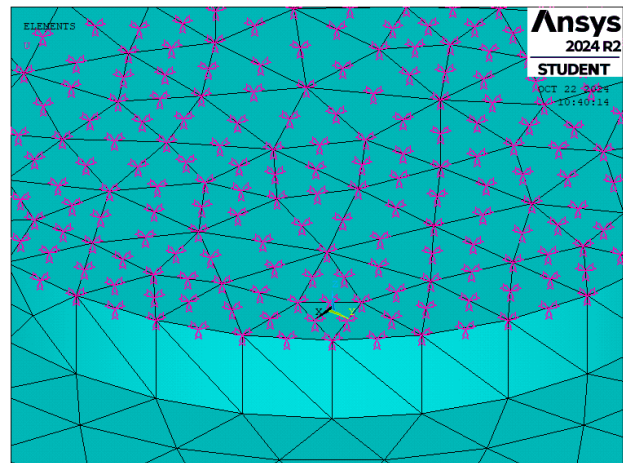


Figura 53: Condición de contorno en detalle.

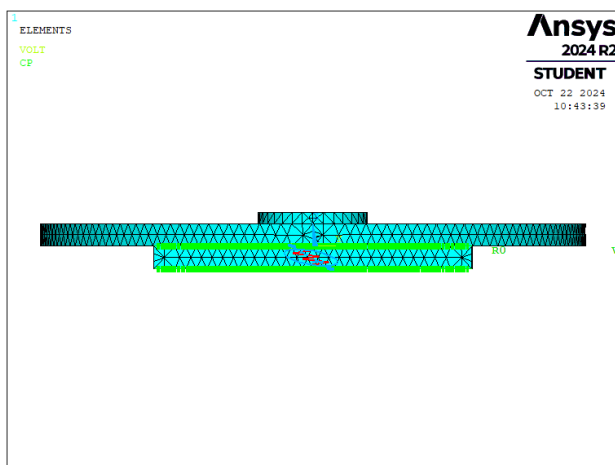


Figura 54: Condiciones de contorno de voltaje.

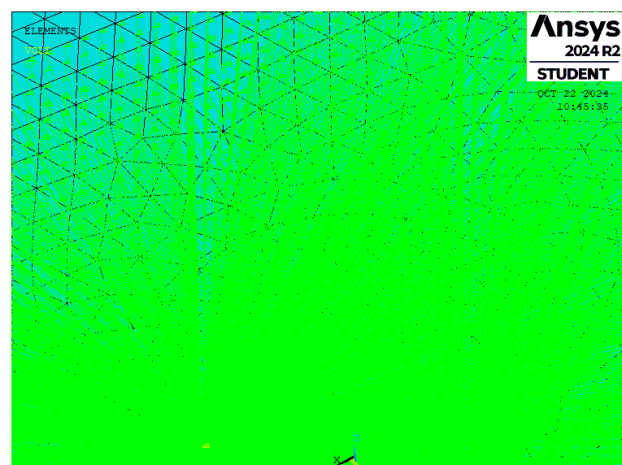


Figura 55: Condiciones de contorno en detalle.

3.3. Análisis del Actuador Háptico

En este apartado, se detallan las variables geométricas seleccionadas para ser modificadas según las recomendaciones proporcionadas por la patente del actuador en estudio (Francia Patente nº 17 / 417,994, 2021).

El análisis contempla la creación de un total de nueve modelos distintos, en los cuales varían únicamente las relaciones geométricas clave:

1. Relación entre radios:

- Radio de la placa base (R_p) y radio de la patilla (r). Se modifican sus proporciones para evaluar el impacto en el comportamiento estructural y funcional.

		Relación $\frac{r}{R_p}$		
Variable	Unidad	0.2	0.3	0.4
r	<i>mm</i>	1.2	2.4	3.6
Rp	<i>mm</i>	6	6	6

Tabla 15: Valores del radio de la patilla y del radio de la placa para las distintas relaciones de $\frac{r}{R_p}$.

2. Relación entre espesores:

- Espesor de la placa base (tp) y espesor de la patilla o lug (tl). Se ajustan las proporciones para identificar configuraciones óptimas según las especificaciones de la patente

		Relación $\frac{tl}{tp}$		
Variable	Unidad	0.5	1	2
tl	<i>mm</i>	0.25	0.5	1
tp	<i>mm</i>	0.5	0.5	0.5

Tabla 16: Valores del espesor de la patilla y del espesor de la placa para las distintas relaciones de $\frac{tl}{tp}$.

Estos parámetros permiten explorar las posibles mejoras en el rendimiento del actuador y su conformidad con los requisitos establecidos, proporcionando un marco para la comparación y selección de la geometría más adecuada.

A continuación, se presentan los valores asignados para cada una de las configuraciones establecidas en el análisis, considerando las relaciones geométricas entre los radios y espesores:

			Valores								
Descripción	Variables	Unidad	OP. 1	OP. 2	OP. 3	OP. 4	OP. 5	OP. 6	OP. 7	OP. 8	OP. 9
Longitud del actuador piezoeléctrico	L	<i>m</i>	0.007								
Espesor del actuador piezoeléctrico	e	<i>m</i>	0.0005								
Diámetro placa de acero	Dp	<i>m</i>	0.012								
Radio placa de acero	Rp	<i>m</i>	0.006								
Espesor placa de acero	tp	<i>m</i>	0.0005								
Diámetro patilla de acero	d	<i>m</i>	0.0024			0.0036			0.0048		
Radio patilla de acero	r	<i>m</i>	0.0012			0.0024			0.0036		

Espesor patilla de acero	t_l	mm	0.25	0.5	1	0.25	0.5	1	0.25	0.5	1
--------------------------------	-------	------	------	-----	---	------	-----	---	------	-----	---

Tabla 17: Valores geométricos en cada una de las diferentes simulaciones.

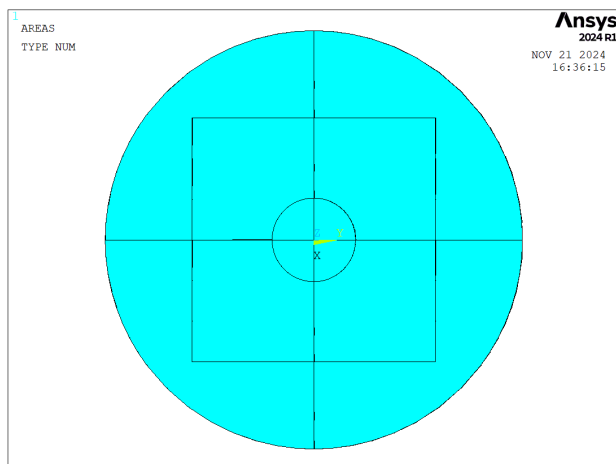


Figura 56: Alzado OP. 1

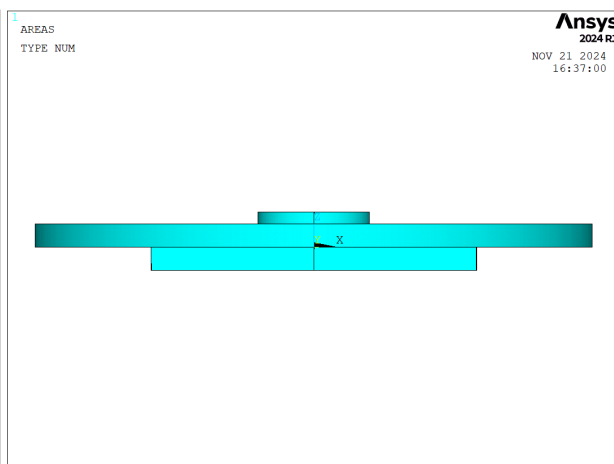


Figura 57: Perfil OP. 1

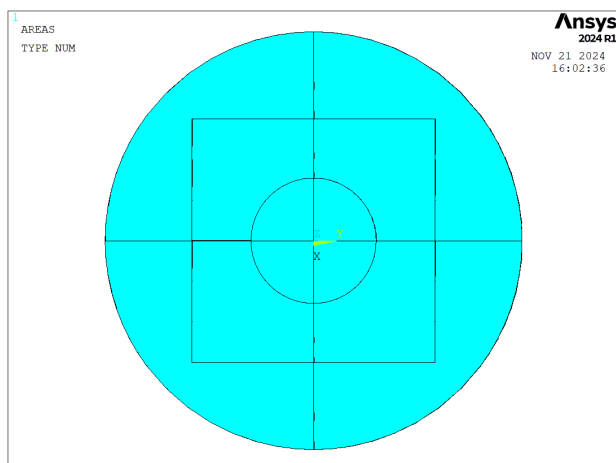


Figura 58: Alzado OP. 5

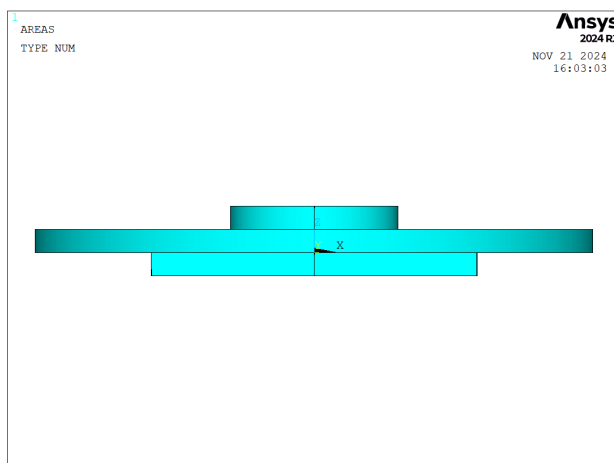


Figura 59: Perfil OP. 5

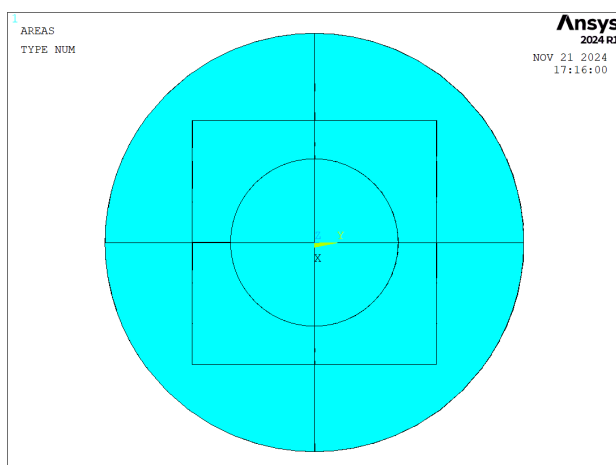


Figura 60: Alzado OP. 9

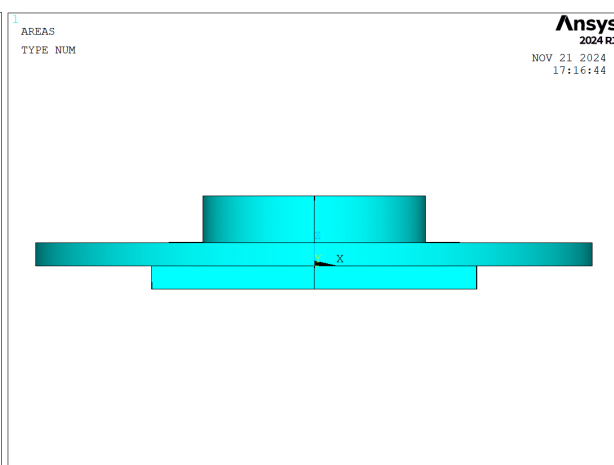


Figura 61: Perfil OP. 9

3.3.1 Análisis Modal del Actuador

En primera instancia, se ha llevado a cabo un análisis modal para cada una de las configuraciones geométricas establecidas. Este análisis permite identificar las frecuencias naturales y los modos de vibración asociados a cada modelo, proporcionando información clave sobre el comportamiento dinámico del sistema.

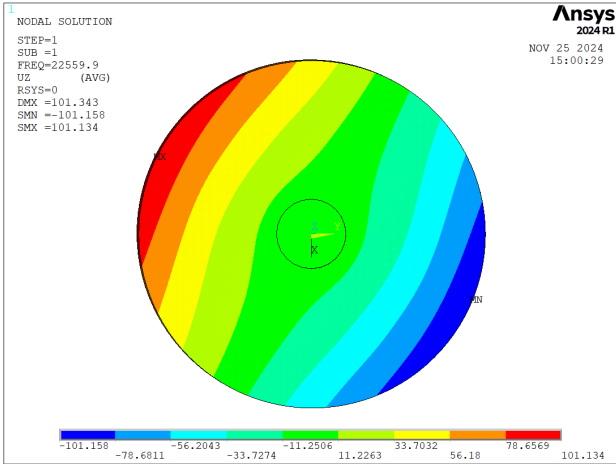


Figura 62: Modo 1.

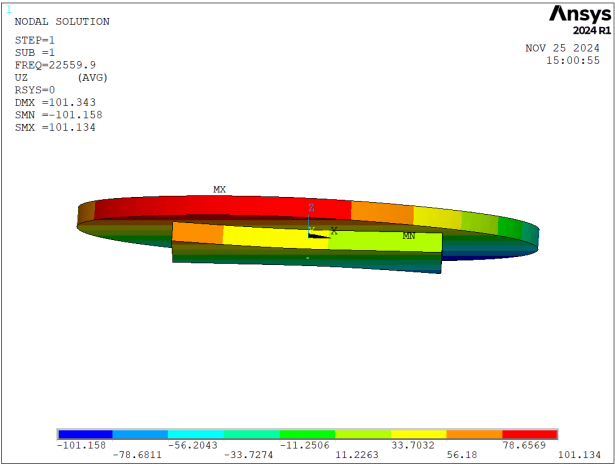


Figura 63: Modo 1.

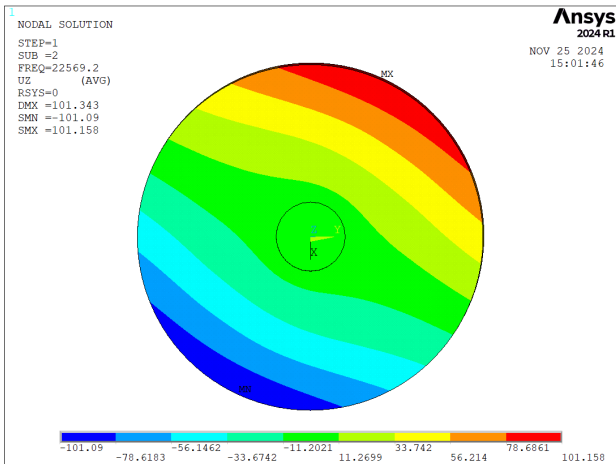


Figura 64: Modo 2.

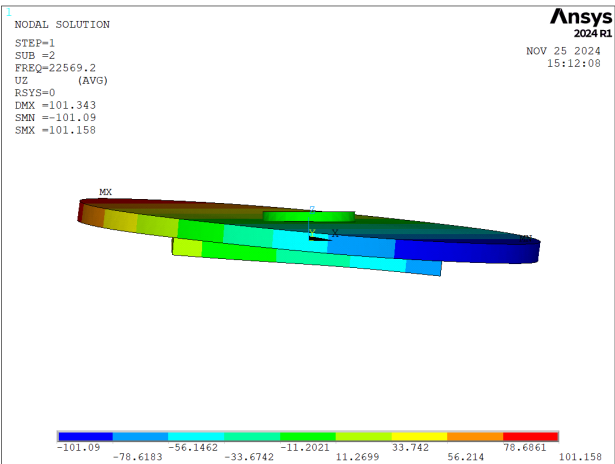


Figura 65: Modo 2.

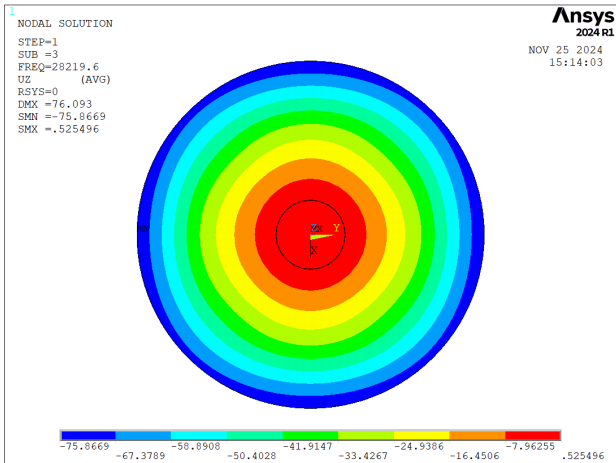


Figura 66: Modo 3.

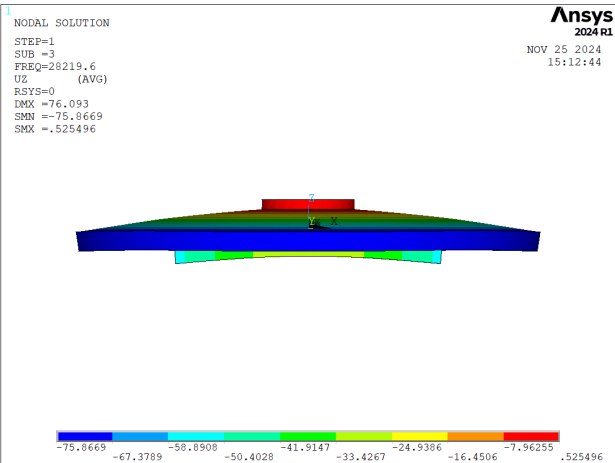


Figura 67: Modo 3.

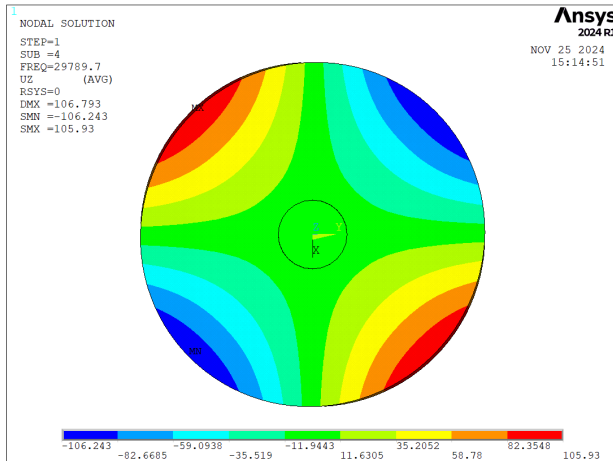


Figura 68: Modo 4.

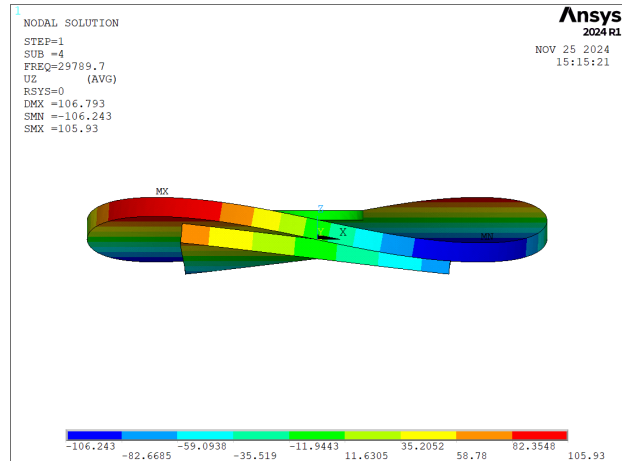


Figura 69: Modo 4.

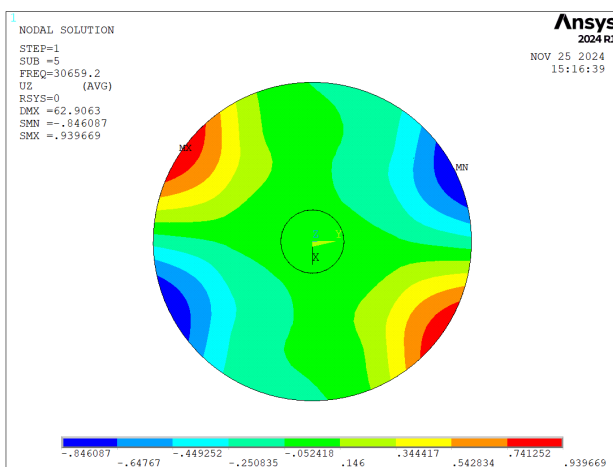


Figura 70: Modo 5.

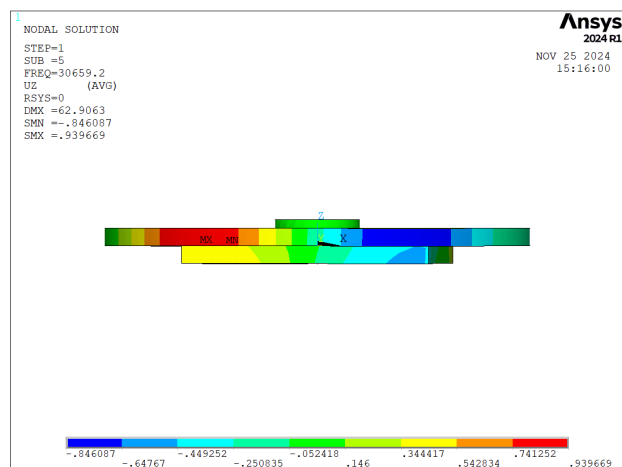


Figura 71: Modo 5.

En las imágenes anteriores se presentan los diferentes modos de pandeo correspondientes a la configuración OP.1.

Modo	f_n (Hz)
1	22559.9
2	22569.2
3	28219.6
4	29789.7
5	30659.2

Tabla 18: Frecuencias naturales OP. 1

El modo de interés para este análisis es el modo de flexión, el cual, en este caso particular, se corresponde con el modo 3. Sin embargo, es importante señalar que este comportamiento no es consistente, ya que, al modificar la geometría, el modo de flexión puede variar situándose entre el modo 3 o el modo 4 en las distintas configuraciones.

Las frecuencias naturales para el modo de flexión en cada configuración se resumen a continuación:

	$\frac{r}{R_p}$	$\frac{tl}{tp}$	f_N (Hz)	$0.9 \times f_N$ (Hz)
OP. 1	0.2	0.5	28219.6	25397.64
OP. 2		1	28004.2	25203.78
OP. 3		2	27891.5	25102.35
OP. 4	0.3	0.5	34163.3	30746.97
OP. 5		1	33900.2	30510.18
OP. 6		2	33576.8	30219.12
OP. 7	0.4	0.5	42356	38120.4
OP. 8		1	41975.9	37778.31
OP. 9		2	41545.4	37390.86

Tabla 19: Frecuencias naturales del modo de flexión

Los modos de pandeo proporcionan información valiosa sobre cómo las variaciones en los parámetros geométricos afectan el comportamiento del sistema. Tal como se observa, la relación $\frac{d}{D_p}$ (relación entre el diámetro de la patilla y el diámetro de la placa base) tiene un impacto más significativo en la frecuencia natural y por lo tanto en los modos de vibración que la relación $\frac{tl}{tp}$ (relación entre los espesores de la patilla y la placa base). Esta observación sugiere que el ajuste de los radios (d y D_p) es un factor determinante en la modificación de las propiedades dinámicas del actuador, mientras que la influencia de los espesores es relativamente menor.

Para evitar que el actuador entre en resonancia durante el análisis dinámico, se ha calculado el 90% de la frecuencia natural del modo de flexión. Esto se hace con el fin de asegurar que el actuador funcione en un rango de frecuencias donde no se produzcan amplificaciones indeseadas de la vibración, lo que podría comprometer la estabilidad y eficiencia del sistema.

3.3.2 Análisis Dinámico del Actuador

Por último, se ha realizado un análisis dinámico del actuador háptico, sometiéndolo a un diferencial de potencial de tipo senoidal con una frecuencia de excitación ajustada al 90% de la frecuencia natural del modo de flexión calculada previamente. Este enfoque, tal como se mencionó anteriormente, garantiza que el sistema opere fuera del rango de resonancia.

Con este análisis, se han obtenido los resultados correspondientes a desplazamiento, voltaje, y reacciones en función del tiempo en puntos clave del actuador háptico, permitiendo evaluar su comportamiento dinámico de manera detallada.

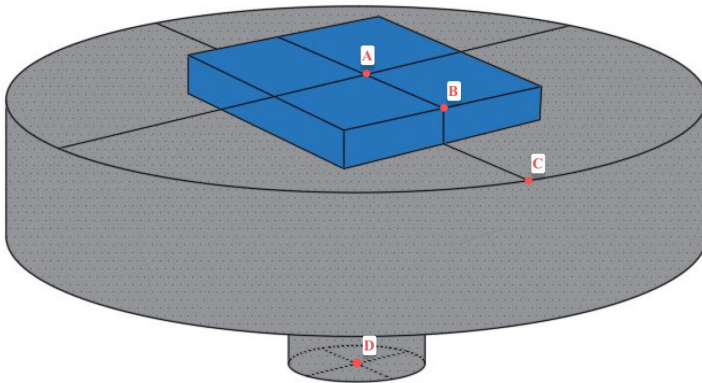


Figura 72: Situación puntos de análisis.

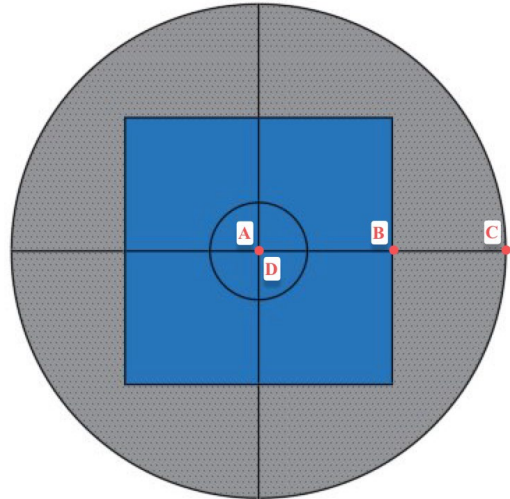


Figura 73: Situación en planta de puntos de análisis.

En la imagen anterior se destacan los cuatro puntos de interés seleccionados, los cuales se ubican estratégicamente en el actuador háptico para realizar un análisis completo de su comportamiento dinámico.

- Punto A: Centro del material piezoeléctrico.
 - Este punto permite evaluar la respuesta central del componente piezoeléctrico, clave para comprender el comportamiento general del actuador.
 - Se obtienen los resultados de desplazamiento y voltaje directamente relacionados con la generación de la excitación.
- Punto B: Extremo del material piezoeléctrico.
 - Se analiza la respuesta en los límites del componente piezoeléctrico.
 - Se obtienen los resultados de desplazamiento y voltaje ya que sigue dentro del material piezoeléctrico.
- Punto C: Extremo de la placa base.
 - Este punto es crítico para analizar el desplazamiento máximo inducido por la excitación.
- Punto D: Centro de la patilla (*lug*).
 - Representa un punto clave para evaluar la transmisión de reacciones desde el componente piezoeléctrico hacia el resto de la estructura.

3.3.2.1 Relación entre reacciones verticales

Las gráficas presentadas a continuación, muestran el comportamiento de la reacción vertical F_z en función del tiempo t , considerando diferentes valores de la relación geométrica $\frac{r}{R_p}$, donde r es el radio de la patilla y R_p el radio de la placa base. Además, se examinan distintos valores de la proporción entre el espesor de la patilla (t_l) y el espesor de la placa base (t_p), tomando los casos $\frac{t_l}{t_p}=0.5$, $\frac{t_l}{t_p}=1$ y $\frac{t_l}{t_p}=2$. Este análisis permite evaluar cómo las proporciones geométricas influyen en la distribución de las reacciones y su variabilidad temporal.

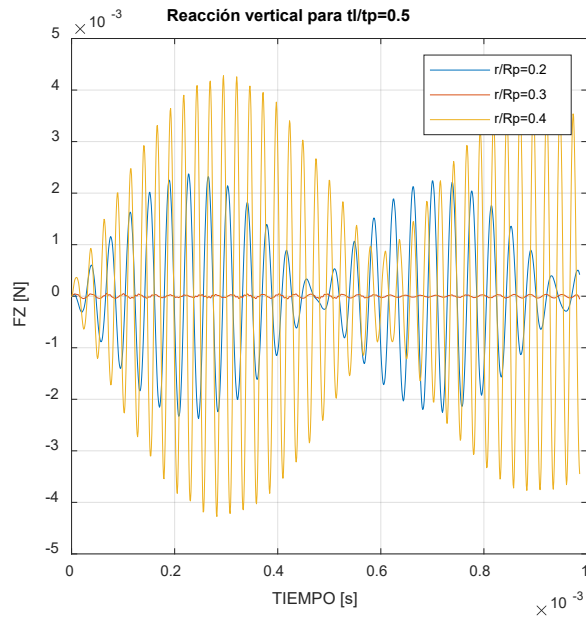


Figura 74: Reacción en $\frac{t_l}{t_p} = 0.5$

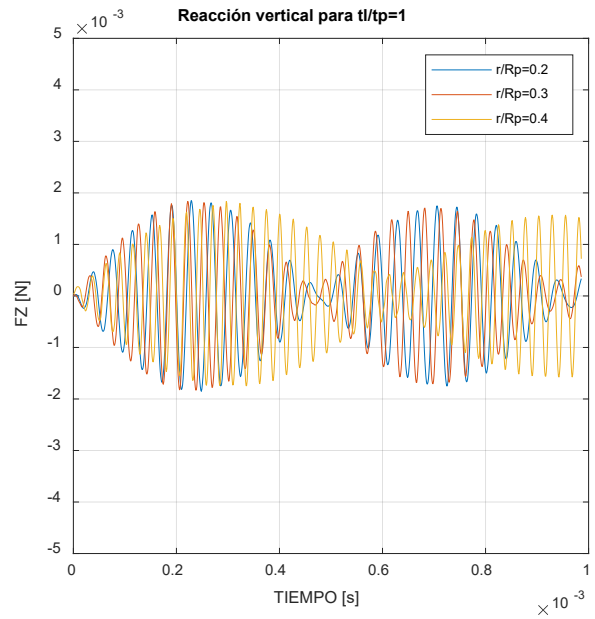


Figura 75: Reacción en $\frac{t_l}{t_p} = 1$

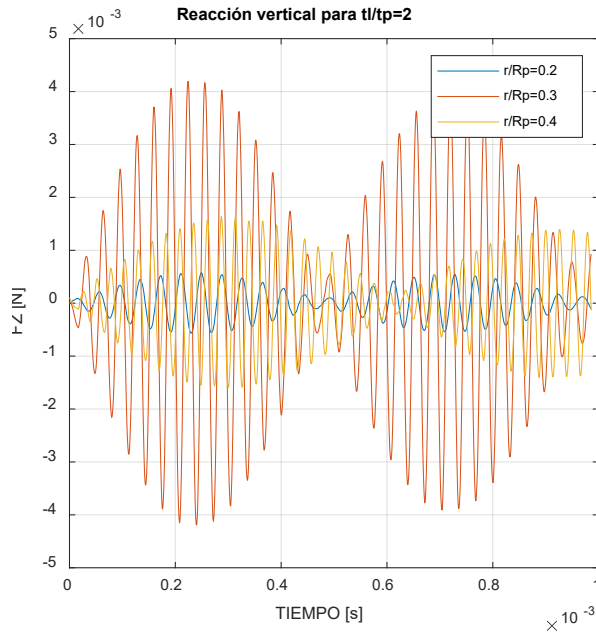


Figura 76: Reacción en $\frac{t_l}{t_p} = 2$

En el caso de $\frac{t_l}{t_p} = 0.5$, donde el espesor de la patilla es significativamente menor que el de la placa base, se observa que la reacción vertical F_Z presenta oscilaciones periódicas cuya amplitud aumenta marcadamente con la relación $\frac{r}{R_p}$. Para valores bajos de $\frac{r}{R_p}$ como 0.3 y 0.2, las reacciones se mantienen bastante bajas, con oscilaciones de pequeña amplitud, la primera de ellas tiene un valor mínimo y la segunda por debajo de 2.3×10^{-3} . Sin embargo, para $\frac{r}{R_p} = 0.4$, se aprecia un aumento considerable en la amplitud de las oscilaciones.

Cuando $\frac{t_l}{t_p} = 1$, es decir, cuando el espesor de la patilla y el espesor de la placa base son iguales, se observa una

distribución más equilibrada de las reacciones. Las oscilaciones periódicas de las reacciones mantienen una forma similar a las del caso anterior, con componentes de alta frecuencia modulados por envolventes de baja frecuencia, pero las amplitudes son más moderadas en comparación con $\frac{tl}{tp}=0.5$. En particular, para $\frac{r}{Rp}=0.4$, aunque las oscilaciones aún son visibles, su magnitud no alcanza los niveles extremos observados en el caso de $\frac{tl}{tp}=0.5$.

Para el caso de $\frac{tl}{tp}=2$, donde el espesor de la patilla es el doble del de la placa base, se observa un incremento significativo en la amplitud de las reacciones verticales FZ, especialmente para valores medios de $\frac{r}{Rp}$. Para $\frac{r}{Rp}=0.3$, las amplitudes son notablemente mayores que en los otros dos casos, alcanzando picos de hasta 4.2×10^{-3} .

Cabe destacar que en todos los casos analizados se puede observar un desfase entre las oscilaciones, esto se produce debido al cambio de geometría del modelo y por lo tanto de frecuencias naturales del modo que nos interesa, el de flexión.

Para mayor aclaración se ha decidido hacer la gráfica que muestra el comportamiento de las reacciones máximas FZMax en función de la relación $\frac{tl}{tp}$, para diferentes valores de la relación geométrica $\frac{r}{Rp}$ ($\frac{r}{Rp}=0.2, 0.3, 0.4$). Este análisis refleja cómo varían las reacciones máximas en el punto D dependiendo de las proporciones relativas entre el espesor de la patilla (tl) y la placa base (tp), junto con el efecto de la variación de radios $\frac{r}{Rp}$.

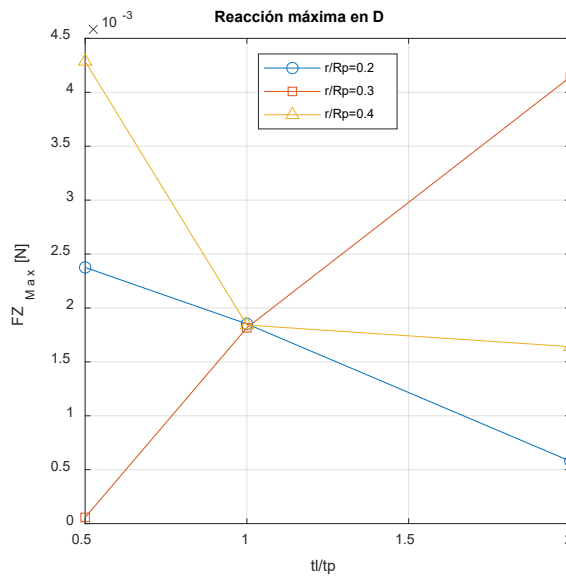


Figura 77: Valores máximos de las reacciones verticales .

Para $\frac{r}{Rp}=0.2$, la reacción máxima disminuye significativamente a medida que $\frac{tl}{tp}$ aumenta. En $\frac{tl}{tp}=0.5$, la reacción máxima es la más alta de los tres puntos evaluados, mientras que en $\frac{tl}{tp}=2$, el valor de FZMax es considerablemente menor. Este comportamiento sugiere que, para una patilla más delgada ($\frac{tl}{tp}$ pequeño), la reacción se concentra más debido a una menor capacidad para distribuir las cargas. En cambio, cuando la patilla es más gruesa ($\frac{tl}{tp}$ grande), la capacidad de soportar las cargas aumenta, reduciendo las concentraciones de FZ.

En el caso de $\frac{r}{Rp}=0.3$, se observa un comportamiento opuesto. La reacción máxima FZMax aumenta de manera continua a medida que $\frac{tl}{tp}$ crece. Esto indica que, para una proporción intermedia de $\frac{r}{Rp}$, el incremento del espesor

relativo de la patilla genera mayores concentraciones de FZ.

Por último, para $\frac{r}{R_p}=0.4$ el comportamiento es más complejo. En $\frac{t_l}{t_p}=0.5$, se obtienen las reacciones máximas mayores entre todos los casos, pero disminuye notablemente en $\frac{t_l}{t_p}=1$ y luego se estabiliza al aumentar $\frac{t_l}{t_p}$ hacia 2. Este patrón refleja que, para radios más grandes de la patilla en comparación con la placa base, las concentraciones de FZ son muy sensibles a configuraciones geométricas específicas, especialmente cuando la patilla es delgada.

En general, el comportamiento observado resalta una fuerte dependencia de reacciones máximas respecto a $\frac{t_l}{t_p}$ y $\frac{r}{R_p}$. Para $\frac{r}{R_p}$ más pequeños, un aumento en $\frac{t_l}{t_p}$ contribuye a reducir las concentraciones de FZ, mientras que para $\frac{r}{R_p}$ intermedios o altos, los efectos del espesor relativo de la patilla pueden ser más variados, incluso llevando a un incremento en FZMax.

3.3.2.2 Relación entre desplazamientos

A continuación, se lleva a cabo un análisis detallado de los desplazamientos registrados en los puntos estratégicamente seleccionados, con el objetivo de comprender de manera técnica y precisa las variaciones de los desplazamientos en función del tiempo de los mismos.

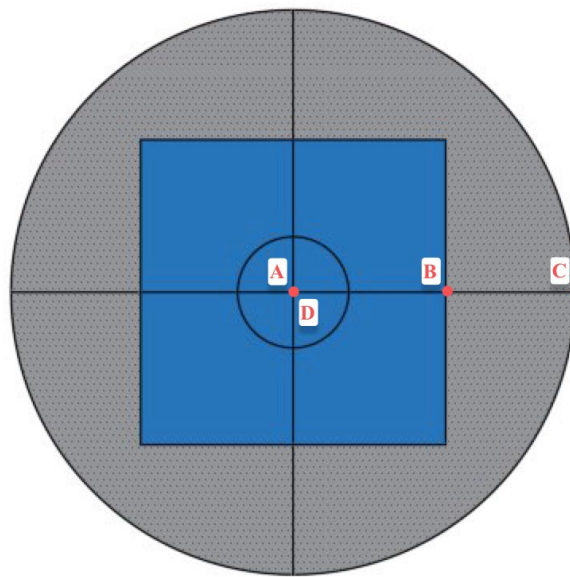


Figura 78: Situación en planta de puntos de análisis.

El análisis considera los desplazamientos en tres puntos clave del sistema:

- Punto A: Ubicado en el centro de la placa piezoeléctrica, representa la región donde se espera que las deformaciones sean mínimas debido a la simetría y a la rigidez relativa de esta zona central.
- Punto B: Situado en el extremo de la placa piezoeléctrica, próximo a su borde. Este punto permite analizar cómo las cargas dinámicas se distribuyen hacia las zonas periféricas de la placa piezoeléctrica, donde pueden aparecer mayores desplazamientos debido a la flexión.
- Punto C: Localizado en el borde de la placa base, representa la región más distante de la fuente de carga principal (la placa piezoeléctrica). Este punto es crítico para evaluar la respuesta dinámica global del sistema, ya que refleja cómo las vibraciones y las deformaciones se amplifican o atenúan en la placa base en función de su tamaño, rigidez y las proporciones geométricas ($\frac{r}{R_p}$ y $\frac{t_l}{t_p}$).

- Para $\frac{t_l}{t_p} = 0.5$

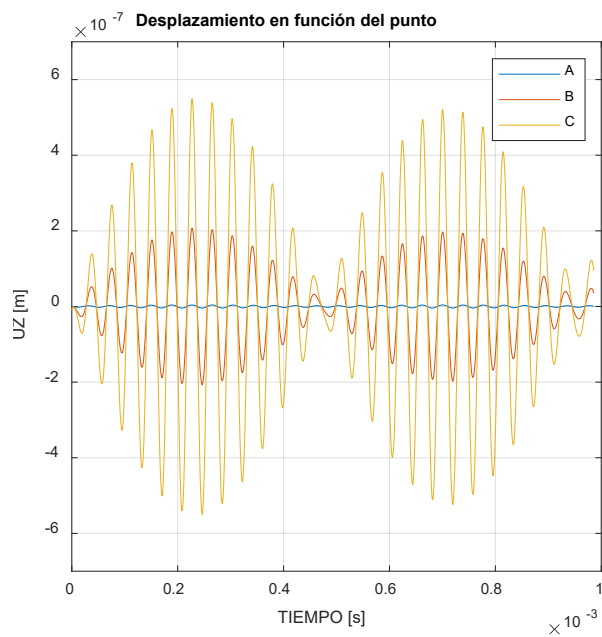


Figura 79: Desplazamiento en $\frac{r}{R_p} = 0.2$ y $\frac{t_l}{t_p} = 0.5$

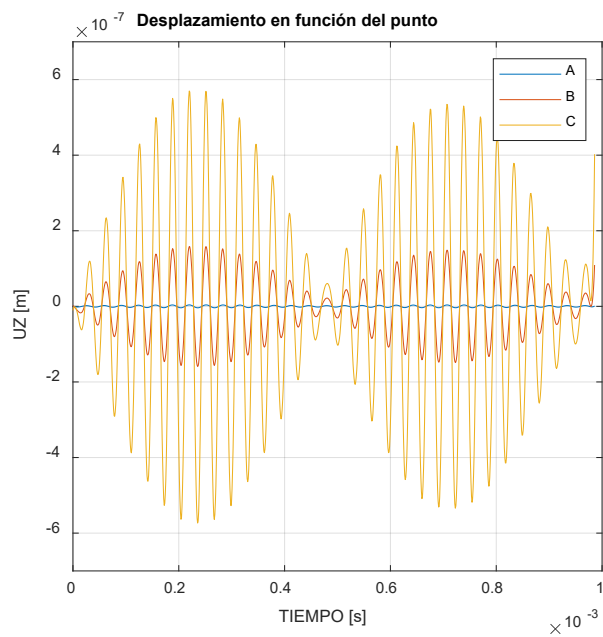


Figura 80: Desplazamiento en $\frac{r}{R_p} = 0.3$ y $\frac{t_l}{t_p} = 0.5$

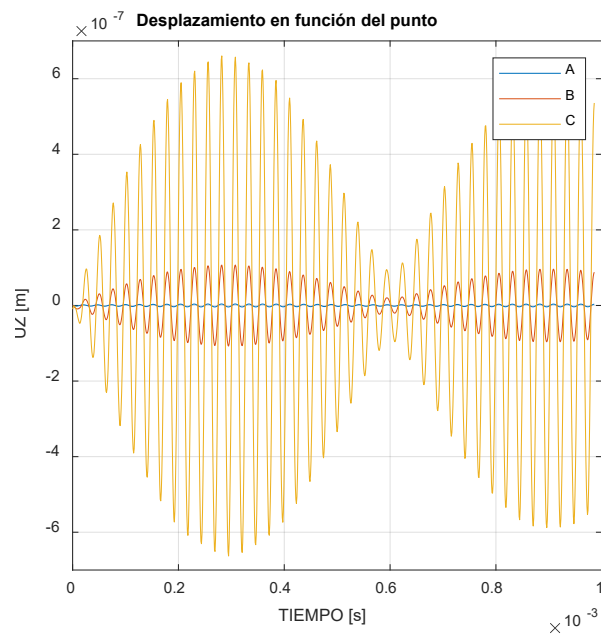


Figura 81: Desplazamiento en $\frac{r}{R_p} = 0.4$ y $\frac{t_l}{t_p} = 0.5$

- Para $\frac{t_l}{t_p} = 1$

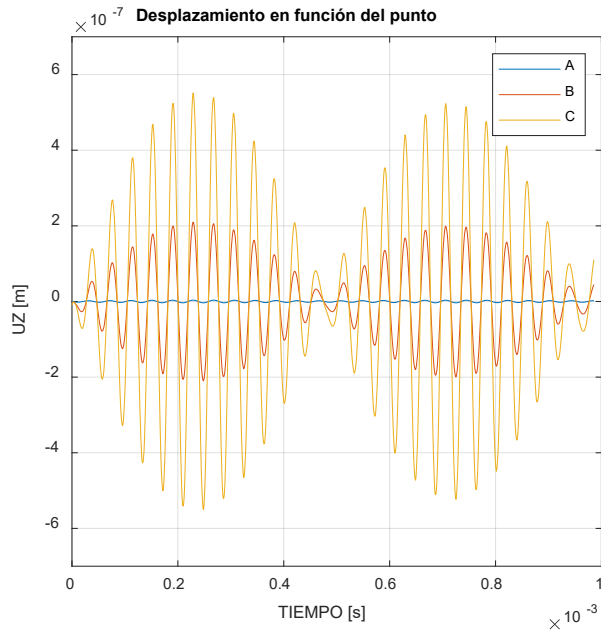


Figura 82: Desplazamiento en $\frac{r}{R_p} = 0.2$ y $\frac{t_l}{t_p} = 1$

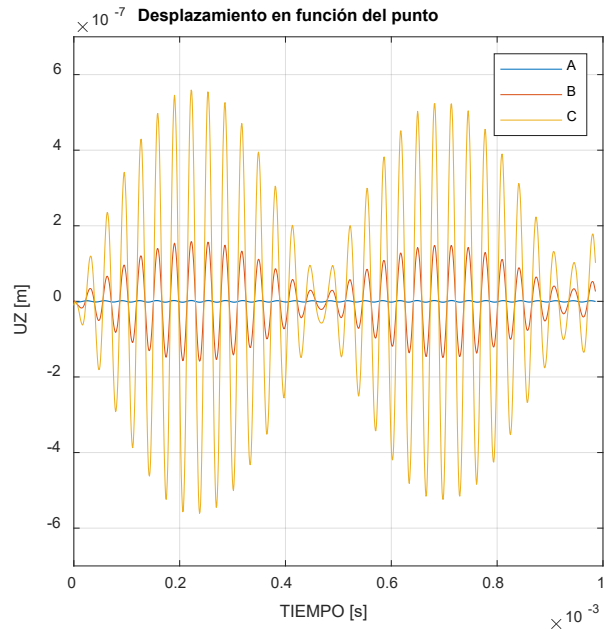


Figura 83: Desplazamiento en $\frac{r}{R_p} = 0.3$ y $\frac{t_l}{t_p} = 1$

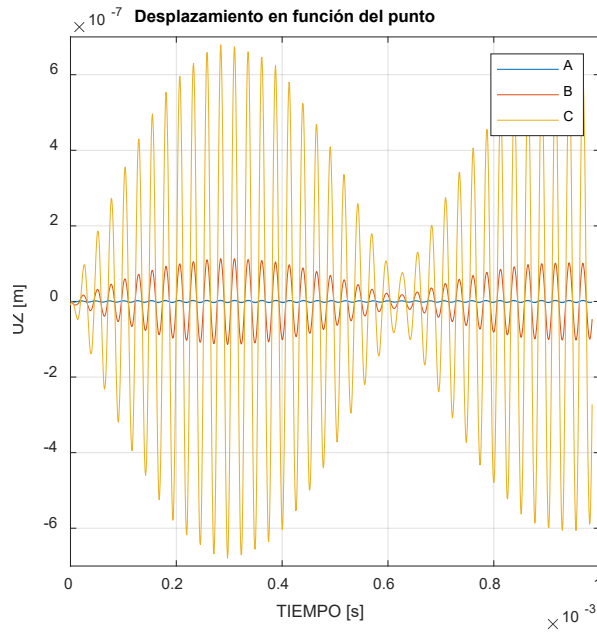


Figura 84: Desplazamiento en $\frac{r}{R_p} = 0.4$ y $\frac{t_l}{t_p} = 1$

- Para $\frac{t_l}{t_p} = 2$

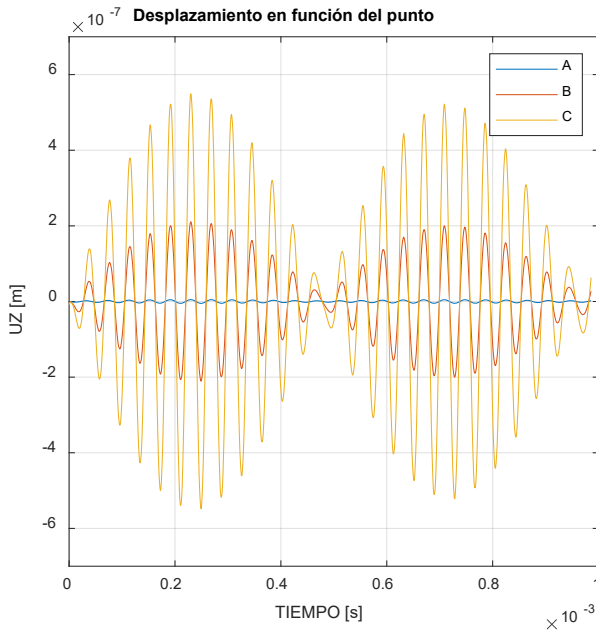


Figura 85: Desplazamiento en $\frac{r}{R_p} = 0.2$ y $\frac{t_l}{t_p} = 2$.

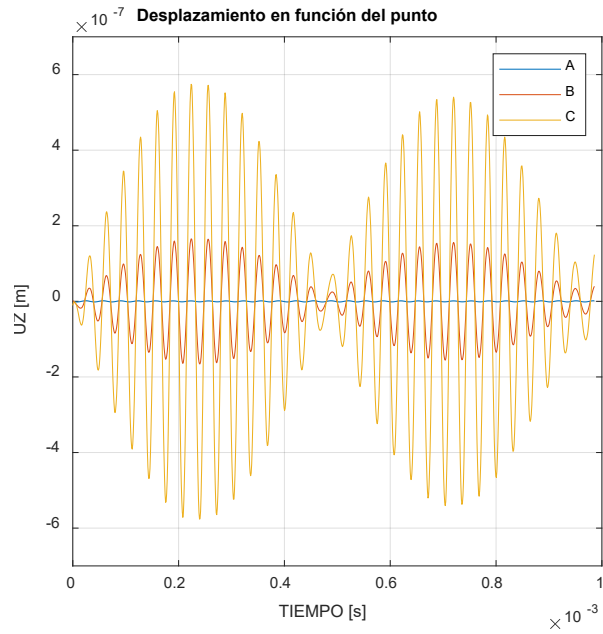


Figura 86: Desplazamiento en $\frac{r}{R_p} = 0.3$ y $\frac{t_l}{t_p} = 2$.

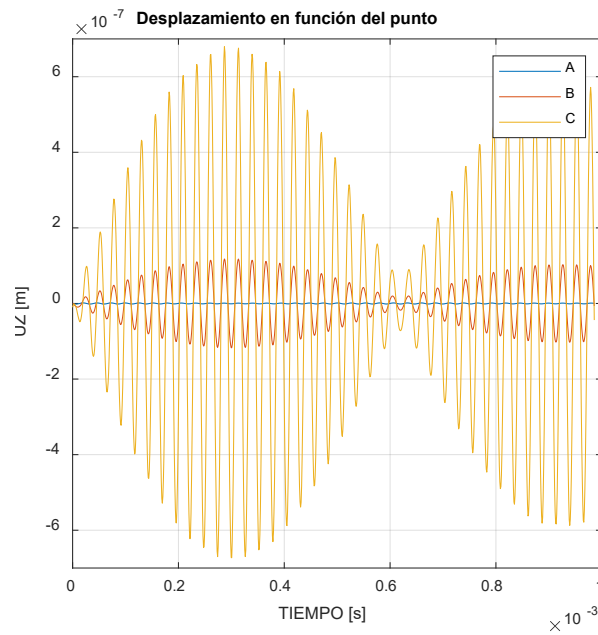


Figura 87: Desplazamiento en $\frac{r}{R_p} = 0.4$ y $\frac{t_l}{t_p} = 2$.

Tal como se observa en las gráficas presentadas antes, se aprecia claramente que la amplitud de las oscilaciones es significativamente más pronunciada en el punto C, ubicado en el borde de la placa base. En contraste, en los puntos A y B, las amplitudes son notablemente menores, siendo especialmente reducidas en el punto A.

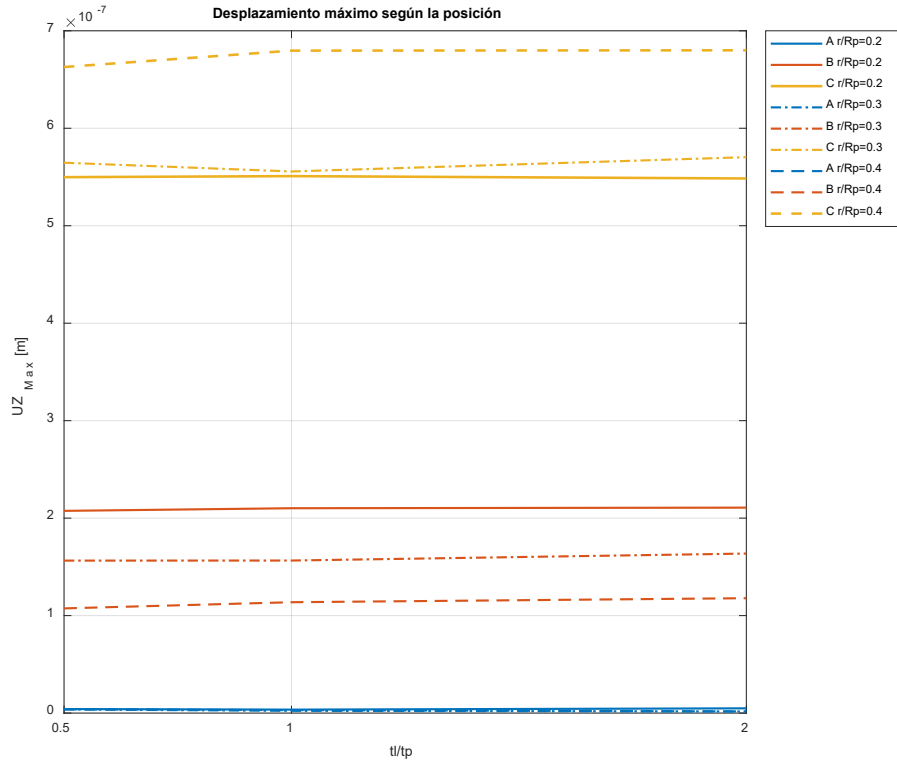


Figura 88: Desplazamiento máximo en A, B y C.

En la gráfica anterior se muestra la evolución del desplazamiento máximo (UZ_{max}) en el eje vertical (Z) en función de la relación entre los espesores de la patilla (tl) y la placa base (tp), evaluado en tres puntos estratégicos (A, B y C) y considerando diferentes valores de la relación geométrica $\frac{r}{R_p}$. Esta configuración permite analizar cómo las características geométricas del sistema afectan las deformaciones en distintos puntos de interés estructural.

El punto A, ubicado en el centro de la placa piezoeléctrica, presenta desplazamientos máximos despreciables en todas las configuraciones de $\frac{tl}{tp}$ y $\frac{r}{R_p}$. Este comportamiento es atribuible a la elevada rigidez en esta región, que limita de manera efectiva las deformaciones verticales debido a la simetría estructural y la proximidad al núcleo rígido del sistema.

Por otro lado, el punto B, situado en el borde de la placa piezoeléctrica, muestra desplazamientos máximos moderados, intermedios entre los observados en los puntos A y C. Esto indica que, aunque el borde experimenta mayores deformaciones que el centro, aún conserva cierta rigidez gracias al soporte proporcionado por la estructura global. A medida que la relación $\frac{tl}{tp}$, aumenta, los desplazamientos en este punto también se incrementan de manera leve pero consistente, lo que sugiere que un mayor espesor de la patilla permite transmitir más deformación hacia el borde del material piezoeléctrico.

En contraste, el punto C, localizado en el extremo de la placa base, registra los valores más elevados de desplazamiento máximo en todas las configuraciones analizadas. Esto es coherente con su posición en una región de mayor flexión, donde las deformaciones verticales son amplificadas debido a la menor rigidez relativa y a la mayor distancia de la región central de la estructura.

En cuanto a la influencia de $\frac{r}{R_p}$, se observa que en el punto B, una menor relación $\frac{r}{R_p}$, en concreto para $\frac{r}{R_p} = 0.5$ conduce a desplazamientos ligeramente superiores, probablemente debido a una menor capacidad de transmitir reacciones hacia el borde de la placa piezoeléctrica. Sin embargo, en el punto C ocurre el fenómeno opuesto: a mayor relación $\frac{r}{R_p}$ los desplazamientos máximos aumentan considerablemente, lo que indica que un mayor tamaño relativo de la patilla respecto a la placa base intensifica las deformaciones en la periferia de la estructura.

En general, los valores de desplazamiento máximo siguen el orden esperado: $UZ_{\max}(C) > UZ_{\max}(B) > UZ_{\max}(A)$.

Finalmente, se incluyen las señales de voltaje impuestas, destacándose su aplicación en los puntos A (ubicado en el centro del material piezoeléctrico) y B (en el borde del material piezoeléctrico), lo que permite comprobar si el modelo funciona correctamente y que las deformaciones obtenidas corresponden a las señales de voltaje aplicadas.

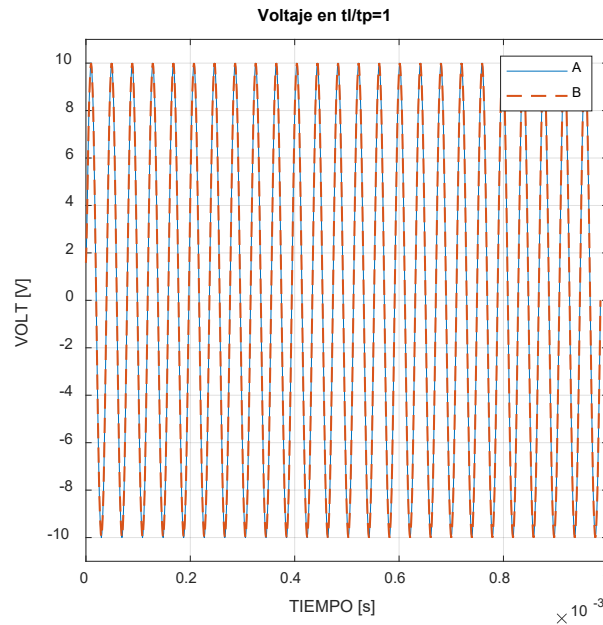


Figura 89: Voltaje en el punto A y B.

La gráfica representa el voltaje aplicado a lo largo del tiempo en los puntos A y B del sistema para una relación $\frac{t_l}{t_p}$ igual a 1. Se observa un patrón sinusoidal con una amplitud máxima de ± 10 V, siendo las señales prácticamente idénticas en ambos puntos. Esto evidencia que el voltaje se distribuye uniformemente en el sistema, independientemente de la posición, lo que confirma la correcta implementación de la excitación eléctrica en el modelo.

4 RESUMEN Y CONCLUSIONES GENERALES

El presente capítulo abarca una síntesis detallada del proyecto llevado a cabo, en la que se resaltan de manera exhaustiva los hitos más relevantes y los logros alcanzados durante el desarrollo de este estudio. Se hace un repaso integral de las etapas clave del trabajo, poniendo énfasis en los avances obtenidos y los objetivos cumplidos a lo largo del proceso. Asimismo, se abordan las posibles aplicaciones prácticas de los actuadores piezoeléctricos, destacando su potencial para resolver desafíos actuales en diversas áreas de ingeniería y tecnología. Finalmente, se discutirán las contribuciones que este estudio puede aportar a investigaciones futuras, abriendo nuevas líneas de exploración en el diseño y optimización de dispositivos piezoeléctricos.

4.1. Resumen

En esta sección se lleva a cabo un análisis detallado del actuador háptico con el objetivo principal de maximizar su eficiencia energética. Para ello, se emplean simulaciones numéricas que evalúan el impacto de la variación controlada de parámetros geométricos sobre la energía generada por el sistema. Previamente, se ha desarrollado un modelo de viga sometido a análisis de respuesta estática y modal, con el propósito de validar su comportamiento. Posteriormente, se aplica este modelo en un estado dinámico para profundizar en su análisis. Estos resultados proporcionan una base sólida para la modelización del actuador, siguiendo un enfoque metodológico similar al utilizado para la viga, lo que garantiza rigor y precisión en los resultados obtenidos.

El modelo se basa en una patente de un actuador piezoeléctrico (Francia Patente nº 17 / 417,994, 2021) , integrando un diseño que incluye una placa amplificadora circular, una patilla de acero y un actuador piezoeléctrico cuadrado. Se estudian las propiedades mecánicas y dieléctricas de los materiales, y se definen configuraciones geométricas clave, como la relación entre radios ($\frac{r}{R_p}$) y espesores ($\frac{t_l}{t_p}$).

Se crean nueve configuraciones del actuador, variando parámetros como el diámetro y espesor de la patilla y la placa base, lo que permite analizar su influencia en las frecuencias naturales y la dinámica del sistema. Un análisis modal revela que la relación $\frac{r}{R_p}$ tiene mayor impacto en las propiedades dinámicas del actuador que la relación $\frac{t_l}{t_p}$.

Las configuraciones son evaluadas mediante análisis modal y dinámico, identificando el modo de flexión como el más relevante. Se utiliza el 90% de la frecuencia natural del modo de flexión para evitar resonancias indeseadas.

El análisis dinámico detalla el comportamiento del actuador bajo excitación senoidal, enfocándose en las reacciones y desplazamientos en puntos clave.

Se observa que la relación geométrica $\frac{t_l}{t_p}$ afecta significativamente en las amplitudes de FZ obteniendo los valores máximos cuanto menor es la relación entre espesores en la mayoría de los casos.

Además, el análisis de desplazamientos muestra la variación dependiendo de la localización y las proporciones geométricas. En general, las mayores amplitudes se observan en el extremo de la placa base, mientras que en el centro del piezoeléctrico los desplazamientos son mínimos debido a la rigidez de esta región.

4.2. Conclusiones

Se plantea un modelo de viga con parche piezoeléctrico como validación de la metodología numérica utilizada. Este modelo incluye un análisis estático y modal, permitiendo evaluar la precisión de la modelización respecto a resultados analíticos y experimentales.

En el análisis estático, se obtuvo un error relativo de $6,19 \times 10^{-6}$, lo que indica una alta precisión en la modelización. Por otro lado, en el análisis modal, el error relativo fue aproximadamente de 6×10^{-3} , lo que sugiere una concordancia razonable entre el modelo y los resultados experimentales obtenidos en las pruebas modal.

Adicionalmente, se llevó a cabo un análisis dinámico de la viga piezoeléctrica, en el cual se aplicó una excitación senoidal con frecuencias tanto cercanas como alejadas al primer modo natural de la viga. El objetivo de este análisis es observar cómo la vibración de la viga responde a diferentes condiciones de excitación. Los resultados obtenidos muestran que, cuando la frecuencia de excitación, fijada en 1,60 Hz, se encuentra cercana al primer modo natural de la viga, 1,70 Hz, se generan fenómenos periódicos de amplificación y reducción de los desplazamientos y esfuerzos, conocidos como batidos. Estos fenómenos se atribuyen a la interferencia entre la frecuencia de excitación y la frecuencia natural, lo que, además de inducir una posible resonancia del sistema, provoca patrones de amplitud modulada característicos de este tipo de interacción. Este comportamiento debe considerarse al diseñar sistemas hápticos para evitar resonancias indeseadas, seleccionando frecuencias de operación alejadas de los modos naturales principales o modulando la señal de entrada para minimizar efectos no deseados.

Por otro lado, cuando la frecuencia de excitación se alejó del modo de pandeo de la viga, estableciéndose en 0.6 Hz, las amplitudes de vibración fueron notablemente menores. En este caso, tanto los desplazamientos como las reacciones presentaron valores más reducidos, lo que sugiere una respuesta más estable y controlada del sistema frente a la excitación.

Dado que el objetivo principal del proyecto es optimizar la respuesta dinámica del sistema, se ha realizado un análisis paramétrico del modelo del actuador piezoeléctrico considerando frecuencias cercanas al modo de pandeo de flexión. En particular, se ha evaluado el comportamiento del actuador para una frecuencia equivalente al 90% de la frecuencia del modo de pandeo, con el fin de maximizar la efectividad del actuador en las condiciones deseadas. Este enfoque permitirá identificar las mejores condiciones de operación para el actuador, buscando maximizar su eficiencia.

Los parámetros geométricos del sistema, particularmente la relación $\frac{r}{R_p}$, desempeñan un papel crucial en las propiedades dinámicas del actuador. Los resultados obtenidos en el análisis muestran que un aumento en esta relación incrementa significativamente las frecuencias naturales asociadas al modo de flexión. En los modelos evaluados, las frecuencias naturales se incrementan de forma proporcional desde 27891.5 Hz en la configuración OP.3 ($\frac{r}{R_p} = 0.2$) hasta 42356 Hz en OP.7 ($\frac{r}{R_p} = 0.4$), lo cual refleja un aumento notable en la rigidez global del sistema al incrementar el tamaño relativo de la patilla respecto a la placa base.

Por otro lado, al considerar la relación $\frac{t_l}{t_p}$, el incremento en el espesor relativo de la patilla (t_l) respecto a la placa base (t_p) genera una ligera reducción en las frecuencias naturales del modo de flexión, aunque este efecto es menos pronunciado que el observado con $\frac{r}{R_p}$.

Estas observaciones sugieren que una configuración optimizada debe equilibrar estas relaciones para maximizar la eficiencia y minimizar los efectos de flexión no deseados en los bordes del material.

Para el análisis dinámico, se ha utilizado un valor de excitación correspondiente al 90 % de las frecuencias naturales del modo de flexión calculadas en cada configuración. Este enfoque ha permitido obtener resultados claros y detallados sobre el comportamiento del actuador en términos de desplazamientos y reacciones.

En el caso de las reacciones, los valores máximos se obtuvieron en la configuración con la relación de radios $\frac{r}{R_p} = 0.4$ y la relación de espesores $\frac{t_l}{t_p} = 0.5$. En estas condiciones, la reacción máxima alcanzó un valor de $4.3 \times 10^{-3} \text{ N}$.

En cuanto a los desplazamientos, estos se analizaron en puntos estratégicos del actuador, identificándose diferencias significativas según la ubicación:

En el punto A, situado en el centro del actuador piezoeléctrico (ver figura 72 y 73), los desplazamientos fueron insignificantes, con valores inferiores a 10^{-8} m , debido a la alta rigidez en esta región central.

En el punto B, ubicado en el lateral del piezoeléctrico, se observaron desplazamientos de hasta $2.1 \times 10^{-7} \text{ m}$, lo que indica una mayor flexión en los bordes del material piezoeléctrico.

En el punto C, localizado en el lateral de la placa base, los desplazamientos máximos alcanzó valores en torno a $6.8 \times 10^{-7} \text{ m}$, siendo estos los mayores desplazamientos registrados. Este resultado era esperado, ya que el punto

C es el más alejado de la fuente de rigidez estructural y, por lo tanto, más susceptible a amplificaciones de vibración, especialmente en configuraciones con $\frac{r}{R_p}$ y $\frac{t_l}{t_p}$ elevados.

Los desplazamientos calculados en puntos estratégicos del actuador (puntos A, B y C) destacan diferencias significativas en el comportamiento del sistema. Por ejemplo, en aplicaciones donde se requiera un control preciso de la flexión, deben priorizarse configuraciones con mayor rigidez en el centro del actuador (punto A) para reducir desplazamientos insignificantes. En contraste, los bordes del actuador (puntos B y C) presentan mayores desplazamientos, lo que podría aprovecharse para diseñar mecanismos que maximicen la retroalimentación táctil en ubicaciones específicas.

4.3. Trabajos futuros

Los estudios realizados en este trabajo han permitido abordar diversos aspectos fundamentales relacionados con el comportamiento y la optimización de actuadores piezoeléctricos. Sin embargo, existen numerosas áreas que ofrecen oportunidades para profundizar en el conocimiento actual y enriquecer la comprensión de estos dispositivos. Estas líneas de investigación permitirían ampliar el alcance del estudio y mejorar tanto el diseño como las aplicaciones prácticas de los actuadores.

Una posible línea de investigación es la validación experimental de los resultados numéricos mediante la fabricación y análisis de prototipos físicos. Esto permitiría no solo corroborar las predicciones obtenidas en las simulaciones, sino también evaluar variables adicionales, como la fatiga del material y su vida útil a largo plazo. Por ejemplo, se podrían realizar pruebas con un número elevado de ciclos de carga para identificar posibles fallos en las uniones críticas, como la conexión entre la patilla y la placa base. Este tipo de análisis a largo plazo es fundamental para garantizar la fiabilidad y durabilidad de los actuadores en aplicaciones prácticas.

Otra área de interés sería la exploración de nuevas geometrías para el actuador, y su comparación con el diseño actual para evaluar su impacto en el comportamiento mecánico y la eficiencia energética. Este enfoque permitiría investigar la viabilidad de reducir el tamaño del elemento piezoeléctrico sin comprometer su desempeño, optimizando su eficiencia tanto en términos de generación de energía como de transmisión de vibraciones. Estas modificaciones geométricas podrían incluir cambios en la forma de la placa amplificadora, el grosor de los elementos o la disposición de las patillas.

Además, resulta pertinente analizar el uso de materiales piezoeléctricos alternativos al PZT-4, especialmente aquellos libres de plomo, con el objetivo de reducir el impacto ambiental del dispositivo. El plomo es un material altamente tóxico que puede afectar negativamente tanto a los seres vivos como al suelo y las aguas, por lo que la adopción de materiales más sostenibles mejoraría la compatibilidad del actuador con normativas ambientales y permitiría su implementación en una gama más amplia de aplicaciones. Esta investigación incluiría la evaluación de cómo la sustitución afecta al comportamiento vibratorio, la eficiencia energética y las propiedades dieléctricas del sistema.

Otro aspecto relevante sería el análisis térmico de los materiales que componen el actuador. Los cambios de temperatura pueden alterar significativamente las propiedades mecánicas, piezoeléctricas y dieléctricas de los componentes, afectando el rendimiento global del sistema.

Finalmente, sería interesante adaptar el diseño del actuador para aplicaciones específicas, considerando diferentes configuraciones de electrodos y condiciones de contorno. Esto permitiría optimizar el sistema para escenarios reales de uso.

5 BIBLIOGRAFÍA

- Abreu, G. L., Ribeiro, J. F., & Steffen, V., Jr. (2003). Experiments on Optimal Vibration Control of a Flexible Beam Containing Piezoelectric Sensors and Actuators. *Shock And Vibration*, 10(5-6), 283-300. <https://doi.org/10.1155/2003/594083>
- Aslam, M., Nagarajan, P., & Remanan, M. (2018). Analysis of Piezoelectric Solids using Finite Element Method. *IOP Conference Series Materials Science And Engineering*, 330, 012009. <https://doi.org/10.1088/1757-899x/330/1/012009>
- Balmes, B. V. D. R. M. (s. f.). Basics of piezoelectricity. https://www.sdtools.com/help/pz_basics.html
- Borboni, A. (2008). Meso- to Micro- Actuators: A Theoretical and Practical Approach. <https://iris.unibs.it/handle/11379/514284>
- Chen, J., Teo, E. H. T., & Yao, K. (2023). Electromechanical Actuators for Haptic Feedback with Fingertip Contact. *Actuators*, 12(3), 104. <https://doi.org/10.3390/act12030104>
- CIRCU94. https://www.mm.bme.hu/~gyebro/files/ans_help_v182/ans_elem/Hlp_E_CIRCU94.html
- CP. (2017, 14 julio). https://www.mm.bme.hu/~gyebro/files/ans_help_v182/ans_cmd/Hlp_C_CP.html
- Erturk, A., & Inman, D. J. (2011). Piezoelectric energy harvesting. <https://doi.org/10.1002/9781119991151>
- Kolman, R., Kylar, J., Kotek, V., Cimrman, R., & Musil, L. (2023). Dynamics of a cantilever beam with piezoelectric sensor: Experimental study. *Engineering Mechanics*. <https://doi.org/10.21495/em2023-119>
- Pilkey, W. D. (1995). Formulas for stress, strain, and structural matrices. *Choice Reviews Online*, 32(05), 32-2768. <https://doi.org/10.5860/choice.32-2768>
- Pradeesh, E. L., Udhayakumar, S., Vasundhara, M. G., & Kalavathi, G. K. (2022). A review on piezoelectric energy harvesting. *Microsystem Technologies*, 28(8), 1797-1830. <https://doi.org/10.1007/s00542-022-05334-4>
- Publication and Proposed Revision of ANSI/IEEE Standard 176-1987 «ANSI/IEEE Standard on Piezoelectricity». (1996). *IEEE Transactions On Ultrasonics Ferroelectrics And Frequency Control*, 43(5), 717. <https://doi.org/10.1109/tuffc.1996.535477>
- Sezer, N., & Koç, M. (2020). A comprehensive review on the state-of-the-art of piezoelectric energy harvesting. *Nano Energy*, 80, 105567. <https://doi.org/10.1016/j.nanoen.2020.105567>
- SOLID186. https://www.mm.bme.hu/~gyebro/files/ans_help_v182/ans_elem/Hlp_E_SOLID186.html
- SOLID226. https://www.mm.bme.hu/~gyebro/files/ans_help_v182/ans_elem/Hlp_E_SOLID226.html
- US 2022/0066557 A1 - Piezoelectric Actuators With Increased Deformation The Lens - Free & Open Patent and Scholarly Search. (s. f.). The Lens - Free & Open Patent And Scholarly Search. <https://link.lens.org/N3EIJ8oO3vg>
- Wang, Q., Dai, W., Li, S., Oh, J. A. S., & Wu, T. (2020). Modelling and analysis of a piezoelectric unimorph cantilever for energy harvesting application. *Materials Technology*, 35(9-10), 675-681. <https://doi.org/10.1080/10667857.2020.1751470>

ANEXO 1: CÓDIGO DE MATLAB

```
clc
clear all
format long
%% Variables del sistema (m)
tb=2e-3;
Lb=1 ;
Lp=0.2 ;
tp=0.5e-3;
W=0.03 ;
H = tb ;
L = Lb ;

AV=50; % Diferencia de potencial

%introduzco propiedades materiales del material 1, base
Eb=195e9;%Young

%introduzco propiedades materiales del material 2, piezoeléctrico
Ep=81e9;

perm33=5.82e-9;
d31=-124e-12;
E3=AV/tp;

%% Parte teórica o analítica
x1=0.2;
x2=x1+Lp;
xi=(x1+x2)/2;

Na = tp*W*Ep*d31*E3; %Material 2 es el piezoelectrico en este caso
Ma = Na*((tb+tp)/2);

EA = Eb*W*tb + Ep*W*tp;
ES = Ep*W*tp*((tp/2) + (tb/2));
EI = ((Eb*W*tb^3)/12) + Ep*W*tp*(tp*(tb/2) + (tb/2)^2 + (tp^2)/3);

k = (Ma/(EI)) - ((ES)/(EI))*(Na*(EI) - Ma*(ES))/((EA)*(EI) - (ES)^2);

x_a = [0:x1/10:x1];
x_b = [x1:(x2-x1)/10:x2];
x_c = [x2:(L-x2)/10:L];
x_TEO = [x_a(1:end-1) x_b(1:end-1) x_c];

w_a = x_a*0;
w_b=(k/2)*(x_b-(xi-(Lp/2)))*ones(size(x_b)).^2;
w_c= k*Lp*(x_c-xi)*ones(size(x_c));
W_TEO= [w_a(1:end-1) w_b(1:end-1) w_c];

%% Parte calculada mediante ansys
x_MEF=[ 1 0.20000 0.0000 0.0000 0.00 0.00 0.00
50 0.0000 0.0000 0.0000 0.00 0.00 0.00
66 0.62500E-002 0.0000 0.0000 0.00 0.00 0.00
67 0.12500E-001 0.0000 0.0000 0.00 0.00 0.00
68 0.18750E-001 0.0000 0.0000 0.00 0.00 0.00]
```

69	0.25000E-001	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
70	0.31250E-001	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
71	0.37500E-001	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
72	0.43750E-001	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
73	0.50000E-001	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
74	0.56250E-001	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
75	0.62500E-001	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
76	0.68750E-001	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
77	0.75000E-001	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
78	0.81250E-001	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
79	0.87500E-001	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
80	0.93750E-001	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
81	0.10000	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
82	0.10625	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
83	0.11250	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
84	0.11875	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
85	0.12500	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
86	0.13125	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
87	0.13750	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
88	0.14375	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
89	0.15000	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
90	0.15625	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
91	0.16250	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
92	0.16875	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
93	0.17500	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
94	0.18125	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
95	0.18750	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
96	0.19375	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1606	0.40000	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1654	0.20625	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1655	0.21250	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1656	0.21875	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1657	0.22500	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1658	0.23125	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1659	0.23750	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1660	0.24375	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1661	0.25000	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1662	0.25625	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1663	0.26250	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1664	0.26875	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1665	0.27500	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1666	0.28125	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1667	0.28750	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1668	0.29375	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1669	0.30000	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1670	0.30625	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1671	0.31250	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1672	0.31875	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1673	0.32500	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1674	0.33125	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1675	0.33750	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1676	0.34375	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1677	0.35000	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1678	0.35625	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1679	0.36250	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00

4507	0.63438	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4508	0.63906	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4509	0.64375	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4510	0.64844	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4511	0.65312	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4512	0.65781	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4513	0.66250	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4514	0.66719	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4515	0.67188	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4516	0.67656	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4517	0.68125	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4518	0.68594	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4519	0.69063	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4520	0.69531	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4521	0.70000	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4522	0.70469	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4523	0.70937	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4524	0.71406	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4525	0.71875	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4526	0.72344	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4527	0.72813	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4528	0.73281	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4529	0.73750	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4530	0.74219	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4531	0.74687	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4532	0.75156	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4533	0.75625	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4534	0.76094	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4535	0.76562	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4536	0.77031	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4537	0.77500	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4538	0.77969	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4539	0.78438	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4540	0.78906	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4541	0.79375	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4542	0.79844	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4543	0.80312	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4544	0.80781	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4545	0.81250	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4546	0.81719	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4547	0.82188	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4548	0.82656	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4549	0.83125	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4550	0.83594	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4551	0.84062	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4552	0.84531	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4553	0.85000	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4554	0.85469	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4555	0.85938	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4556	0.86406	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4557	0.86875	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4558	0.87344	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4559	0.87813	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4560	0.88281	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4561	0.88750	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00

1680	0.36875	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1681	0.37500	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1682	0.38125	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1683	0.38750	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
1684	0.39375	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4314	1.0000	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4458	0.40469	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4459	0.40937	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4460	0.41406	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4461	0.41875	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4462	0.42344	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4463	0.42812	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4464	0.43281	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4465	0.43750	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4466	0.44219	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4467	0.44688	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4468	0.45156	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4469	0.45625	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4470	0.46094	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4471	0.46563	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4472	0.47031	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4473	0.47500	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4474	0.47969	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4475	0.48438	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4476	0.48906	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4477	0.49375	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4478	0.49844	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4479	0.50313	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4480	0.50781	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4481	0.51250	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4482	0.51719	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4483	0.52187	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4484	0.52656	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4485	0.53125	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4486	0.53594	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4487	0.54063	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4488	0.54531	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4489	0.55000	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4490	0.55469	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4491	0.55937	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4492	0.56406	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4493	0.56875	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4494	0.57344	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4495	0.57812	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4496	0.58281	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4497	0.58750	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4498	0.59219	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4499	0.59688	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4500	0.60156	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4501	0.60625	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4502	0.61094	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4503	0.61562	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4504	0.62031	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4505	0.62500	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4506	0.62969	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00

4562	0.89219	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4563	0.89687	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4564	0.90156	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4565	0.90625	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4566	0.91094	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4567	0.91563	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4568	0.92031	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4569	0.92500	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4570	0.92969	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4571	0.93437	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4572	0.93906	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4573	0.94375	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4574	0.94844	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4575	0.95312	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4576	0.95781	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4577	0.96250	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4578	0.96719	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4579	0.97188	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4580	0.97656	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4581	0.98125	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4582	0.98594	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4583	0.99062	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
4584	0.99531	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00

];

W_MEF=[1 -0.72332E-007

50	0.0000
66	0.59050E-010
67	0.10578E-009
68	0.18730E-009
69	0.22969E-009
70	0.33548E-009
71	0.37200E-009
72	0.50306E-009
73	0.53194E-009
74	0.68948E-009
75	0.70880E-009
76	0.89422E-009
77	0.90173E-009
78	0.11163E-008
79	0.11093E-008
80	0.13532E-008
81	0.13283E-008
82	0.15980E-008
83	0.15487E-008
84	0.18307E-008
85	0.17407E-008
86	0.19927E-008
87	0.18087E-008
88	0.19012E-008
89	0.14585E-008
90	0.10495E-008
91	-0.19630E-009

```
92 -0.23589E-008
93 -0.60919E-008
94 -0.12271E-007
95 -0.23166E-007
96 -0.45806E-007
1606 -0.61401E-004
1654 -0.14164E-006
1655 -0.32053E-006
1656 -0.61616E-006
1657 -0.10278E-005
1658 -0.15598E-005
1659 -0.22107E-005
1660 -0.29822E-005
1661 -0.38734E-005
1662 -0.48856E-005
1663 -0.60178E-005
1664 -0.72710E-005
1665 -0.86446E-005
1666 -0.10139E-004
1667 -0.11754E-004
1668 -0.13489E-004
1669 -0.15346E-004
1670 -0.17322E-004
1671 -0.19420E-004
1672 -0.21638E-004
1673 -0.23977E-004
1674 -0.26436E-004
1675 -0.29016E-004
1676 -0.31717E-004
1677 -0.34538E-004
1678 -0.37480E-004
1679 -0.40541E-004
1680 -0.43723E-004
1681 -0.47024E-004
1682 -0.50446E-004
1683 -0.53983E-004
1684 -0.57637E-004
4314 -0.42930E-003
4458 -0.64255E-004
4459 -0.67110E-004
4460 -0.69973E-004
4461 -0.72840E-004
4462 -0.75710E-004
4463 -0.78581E-004
4464 -0.81453E-004
4465 -0.84327E-004
4466 -0.87200E-004
4467 -0.90075E-004
4468 -0.92949E-004
4469 -0.95824E-004
4470 -0.98698E-004
4471 -0.10157E-003
4472 -0.10445E-003
4473 -0.10732E-003
4474 -0.11020E-003
```


4475 -0.11307E-003
4476 -0.11595E-003
4477 -0.11882E-003
4478 -0.12170E-003
4479 -0.12457E-003
4480 -0.12745E-003
4481 -0.13032E-003
4482 -0.13320E-003
4483 -0.13607E-003
4484 -0.13895E-003
4485 -0.14182E-003
4486 -0.14470E-003
4487 -0.14757E-003
4488 -0.15045E-003
4489 -0.15332E-003
4490 -0.15619E-003
4491 -0.15907E-003
4492 -0.16194E-003
4493 -0.16482E-003
4494 -0.16769E-003
4495 -0.17057E-003
4496 -0.17344E-003
4497 -0.17632E-003
4498 -0.17919E-003
4499 -0.18207E-003
4500 -0.18494E-003
4501 -0.18782E-003
4502 -0.19069E-003
4503 -0.19357E-003
4504 -0.19644E-003
4505 -0.19932E-003
4506 -0.20219E-003
4507 -0.20507E-003
4508 -0.20794E-003
4509 -0.21082E-003
4510 -0.21369E-003
4511 -0.21657E-003
4512 -0.21944E-003
4513 -0.22232E-003
4514 -0.22519E-003
4515 -0.22807E-003
4516 -0.23094E-003
4517 -0.23382E-003
4518 -0.23669E-003
4519 -0.23957E-003
4520 -0.24244E-003
4521 -0.24531E-003
4522 -0.24819E-003
4523 -0.25106E-003
4524 -0.25394E-003
4525 -0.25681E-003
4526 -0.25969E-003
4527 -0.26256E-003
4528 -0.26544E-003
4529 -0.26831E-003

```

4530 -0.27119E-003
4531 -0.27406E-003
4532 -0.27694E-003
4533 -0.27981E-003
4534 -0.28269E-003
4535 -0.28556E-003
4536 -0.28844E-003
4537 -0.29131E-003
4538 -0.29419E-003
4539 -0.29706E-003
4540 -0.29994E-003
4541 -0.30281E-003
4542 -0.30569E-003
4543 -0.30856E-003
4544 -0.31144E-003
4545 -0.31431E-003
4546 -0.31719E-003
4547 -0.32006E-003
4548 -0.32294E-003
4549 -0.32581E-003
4550 -0.32868E-003
4551 -0.33156E-003
4552 -0.33443E-003
4553 -0.33731E-003
4554 -0.34018E-003
4555 -0.34306E-003
4556 -0.34593E-003
4557 -0.34881E-003
4558 -0.35168E-003
4559 -0.35456E-003
4560 -0.35743E-003
4561 -0.36031E-003
4562 -0.36318E-003
4563 -0.36606E-003
4564 -0.36893E-003
4565 -0.37181E-003
4566 -0.37468E-003
4567 -0.37756E-003
4568 -0.38043E-003
4569 -0.38331E-003
4570 -0.38618E-003
4571 -0.38906E-003
4572 -0.39193E-003
4573 -0.39481E-003
4574 -0.39768E-003
4575 -0.40056E-003
4576 -0.40343E-003
4577 -0.40630E-003
4578 -0.40918E-003
4579 -0.41205E-003
4580 -0.41493E-003
4581 -0.41780E-003
4582 -0.42068E-003
4583 -0.42355E-003
4584 -0.42643E-003];

%% Representación

figure(1)
plot(x_MEF(:,2)/L,w_MEF(:,2)/H,'o');hold on;
plot(x_TEO(1,:)/L,w_TEO(1,:)/H,'sq');
axis square;
xlabel('x/L');
ylabel('w/H');
legend('Calculada','Teórica');
```

ANEXO 2: CÓDIGOS DE ANSYS

- Modelo Estático Viga

```
finish
/CLEAR ! Limpieza de lo antiguo

!-----
! Proprocesado
!-----
/PREP7

!GEOMETR A (UNIDADES: S.I.)
!-----
tb=2.0e-3
Lb=1.0
W =0.03

tp=0.5e-3
Lp=0.2

x1=0.2
xp=x1+Lp

/VIEW,1,1,2,3
/ANG,1
/VUP,1,Z !Orientaci n de los ejes
/REP,FAST
!Fondo blanco
!/RGB,INDEX,100,100,100, 0
!/RGB,INDEX, 80, 80, 80,13
!/RGB,INDEX, 60, 60, 60,14
!/RGB,INDEX, 0, 0, 0,15

!TIPO DE ELEMENTO
ET,1,SOLID186      !Elemento s lido 20 nodos
ET,2,SOLID226,1001 !Elemento solido 20 nodos, 1001 opci n piezoel ctrica
ET,3,CIRCU94,0     !Elemento resistor
ET,4,CIRCU94,3,2   !Fuente de corriente

!DEFINO PROPIEDADES MATERIALES (UNIDADES: S.I.)
!-----

!Propiedad acero
!-----
MP,EX,1,195E9 !M dulo de Young
MP,PRXY,1,0.3 !Poisson
MP,DENS,1,7750 !Densidad

!Propiedad piezoel ctrico
!-----
!*
!DENSIDAD
Dens_PE= 7495
MP,DENS,2,Dens_PE

!*
!COEFICIENTES Mecanicos
*SET,C11, 139E9
*SET,C12, 77.8E9
*SET,C13, 74.3E9
*SET,C22, 139E9
*SET,C23, 74.3E9
*SET,C33, 115E9
*SET,C44, 25.6E9
*SET,C55, 25.6E9
*SET,C66, 30.6E9
```

```

!*
!COEFICIENTES PIEZOELECTRICOS
*SET,E31, -5.2
*SET,E33, 15.1
*SET,E15, 12.7

!*
!COEFICIENTES Dielectricos
EMUNIT,EPZRO,8.854E-12 !DEFINO PERMITIVIDAD EN EL VAC O
*SET,PER11, 763
*SET,PER33, 658

!*
!DEFINO MATRIZ DE RIGIDEZ
TB,ANEL,2,1,21,0
TBDATA,1,C11,C12,C13
TBDATA,7,C22,C23
TBDATA,12,C33
TBDATA,16,C66
TBDATA,19,C44
TBDATA,21,C55
!*
!DEFINO MATRIZ Piezo
TB,PIEZ,2,,,0
TBDATA, 3,E31 ! Input first row
TBDATA, 6,E31 ! Input second row
TBDATA, 9,E33 ! Input third row
TBDATA,14,E15 ! Input fifth row
TBDATA,16,E15 ! Input sixth row
!*

!DEFINO MATRIZ Dielectrica
MP,PERX,2,PER11
MP,PERY,2,PER11
MP,PERZ,2,PER33

!GEOMETR A (UNIDADES: S.I.)
!-----
tt=tb+tp
zt=tp+tb

!Z=0
K,1,0,0,0
K,2,x1,0,0
K,3,xp,0,0
K,4,Lb,0,0
K,5,0,W,0
K,6,x1,W,0
K,7,xp,W,0
K,8,Lb,W,0

!Z=tb
K,9,0,0,tb
K,10,x1,0,tb
K,11,xp,0,tb
K,12,Lb,0,tb
K,13,0,W,tb
K,14,x1,W,tb
K,15,xp,W,tb
K,16,Lb,W,tb

!Z=tp+tb
K,17,x1,0,zt
K,18,xp,0,zt
K,19,x1,W,zt
K,20,xp,W,zt

```

```

!Volumen
V,2,6,5,1,10,14,13,9
V,3,7,6,2,11,15,14,10
V,11,15,14,10,18,20,19,17
V,4,8,7,3,12,16,15,11
vplot

!AFILIACION DEL MATERIAL
VSEL,,,1,2
VSEL,A,,,4
VATT,1,,1,0
VSEL,,,3
VATT,2,,2,0
ALLSEL

!MALLADO
!-----
ndivx1=16*3 !divisi n largo
ndivx2=16*3 !divisi n largo
ndivx3=64*3 !divisi n largo
ndivy1=8 !divisi n ancho

ndivzp=2 !divisi n espesor piezoel ctrico
ndivzb=2 !divisi n espesor barra
!LESIZE,NL1,SIZE,ANGSIZ,NDIV,SPACE,KFORC,LAYER1,LAYER2,KYNDIV
LESIZE,2,,,ndivx1
LESIZE,1,,,ndivy1
LESIZE,14,,,ndivx2
LESIZE,30,,,ndivx3
LESIZE,3,,,ndivy1
LESIZE,29,,,ndivy1
LESIZE,13,,,ndivy1

LESIZE,11,,,ndivzb
LESIZE,27,,,ndivzp

MSHKEY,1
MSHAPE,0,3D
VMESH,ALL

!Condiciones de Contorno
!-----
NSEL,S,LOC,X,0
NSEL,R,LOC,Z,0,tb
d,all,UX,0
d,all,UY,0
d,all,UZ,0
allsel

NSEL,S,LOC,Z,tb
NSEL,R,LOC,X,x1,xp
CP,1,VOLT,ALL
*GET,Electrode0,NODE,0,NUM,MIN
allsel

NSEL,S,LOC,Z,tt
CP,2,VOLT,ALL
*GET,Electrode1,NODE,0,NUM,MIN
allsel

D,Electrode0,VOLT,0 !puesta a tierra
D,Electrode1,VOLT,50 ! 50V

ALLSEL
FINISH

```

```

!-----
!RESOLUCI N
!-----

/SOLU
SOLVE
FINISH

!-----
!POSTPROCESO
!-----
/POST1

NSEL,S,LOC,Y,0
NSEL,R,LOC,Z,0

PLNSOL, U,Z, 0,1.0 !Representación y solución de los desplazamientos en z

allsel
PRRSOL,

```

- **Modelo Modal Viga**

```

finish
/CLEAR ! Limpieza de lo antiguo

!-----
! Proprocesado
!-----
/PREP7

!GEOMETRÍA (UNIDADES: S.I.)
!-----
tb=2.0e-3
Lb=1.0
W =0.03

tp=0.5e-3
Lp=0.2

x1=0.2
xp=x1+Lp

/VIEW,1,1,2,3
/ANG,1
/VUP,1,Z !Orientación de los ejes
/REP,FAST
!Fondo blanco
/RGB,INDEX,100,100,100, 0
/RGB,INDEX, 80, 80, 80,13
/RGB,INDEX, 60, 60, 60,14
/RGB,INDEX, 0, 0, 0,15

!TIPO DE ELEMENTO
ET,1,SOLID186 !Elemento solido 20 nodos
ET,2,SOLID226,1001 !Elemento solido 20 nodos, 1001 opción piezoeléctrica
ET,3,CIRCU94,0 !Elemento resistor
ET,4,CIRCU94,3,2 !Fuente de corriente

!DEFINO PROPIEDADES MATERIALES (UNIDADES: S.I.)
!-----

!Propiedad acero
!-----
MP,EX,1,195E9 !Módulo de Young
MP,PRXY,1,0.3 !Poisson
MP,DENS,1,7750 !Densidad

```

```

!Propiedad piezoeléctrico
!-----
!*
!DENSIDAD
Dens_PE= 7495
MP,DENS,2,Dens_PE

!*
!COEFICIENTES MECÁNICOS
*SET,C11, 139E9
*SET,C12, 77.8E9
*SET,C13, 74.3E9
*SET,C22, 139E9
*SET,C23, 74.3E9
*SET,C33, 115E9
*SET,C44, 25.6E9
*SET,C55, 25.6E9
*SET,C66, 30.6E9
!*
!COEFICIENTES PIEZOELÉCTRICOS
*SET,E31, -5.2
*SET,E33, 15.1
*SET,E15, 12.7

!*
!COEFICIENTES DIELECTRICOS
EMUNIT,EPZRO,8.854E-12 !DEFINO PERMITIVIDAD EN EL VACÍO
*SET,PER11, 763
*SET,PER33, 658

!*
!DEFINO MATRIZ DE RIGIDEZ
TB,ANEL,2,1,21,0
TBDATA,1,C11,C12,C13
TBDATA,7,C22,C23
TBDATA,12,C33
TBDATA,16,C66
TBDATA,19,C44
TBDATA,21,C55
!*
!DEFINO MATRIZ PIEZO
TB,PIEZ,2,,0
TBDATA, 3,E31 ! Input first row
TBDATA, 6,E31 ! Input second row
TBDATA, 9,E33 ! Input third row
TBDATA,14,E15 ! Input fifth row
TBDATA,16,E15 ! Input sixth row
!*
!DEFINO MATRIZ DIELECTRICA
MP,PERX,2,PER11
MP,PERY,2,PER11
MP,PERZ,2,PER33

!GEOMETRÍA (UNIDADES: S.I.)
!-----
tt=tb+tp
zt=tp+tb

!Z=0
K,1,0,0,0
K,2,x1,0,0
K,3,xp,0,0
K,4,Lb,0,0
K,5,0,W,0
K,6,x1,W,0
K,7,xp,W,0
K,8,Lb,W,0

!Z=tb
K,9,0,0,tb
K,10,x1,0,tb
K,11,xp,0,tb
K,12,Lb,0,tb
K,13,0,W,tb
K,14,x1,W,tb
K,15,xp,W,tb
K,16,Lb,W,tb

```

```

!Z=tp+tb
K,17,x1,0,zt
K,18,xp,0,zt
K,19,x1,w,zt
K,20,xp,w,zt

!Volumen
V,2,6,5,1,10,14,13,9
V,3,7,6,2,11,15,14,10
V,11,15,14,10,18,20,19,17
V,4,8,7,3,12,16,15,11
vplot

!AFILIACIÓN DEL MATERIAL
VSEL,,,1,2
VSEL,A,,,4
VATT,1,,1,0
VSEL,,,3
VATT,2,,2,0
ALLSEL

!MALLADO
!-----
ndivx1=16*3    !división largo
ndivx2=16*3    !división largo
ndivx3=64*3    !división largo
ndivy1=8       !división ancho

ndivzp=2       !división espesor piezoeléctrico
ndivzb=2       !división espesor barra
!LESIZE,NL1,SIZE,ANGSIZ,NDIV,SPACE,KFORC,LAYER1,LAYER2,KYNDIV
LESIZE,2,,,ndivx1
LESIZE,1,,,ndivy1
LESIZE,14,,,ndivx2
LESIZE,30,,,ndivx3
LESIZE,3,,,ndivy1
LESIZE,29,,,ndivy1
LESIZE,13,,,ndivy1

LESIZE,11,,,ndivzb
LESIZE,27,,,ndivzp

MSHKEY,1
MSHAPE,0,3D
VMESH,ALL

!CONDICIONES DE CONTORNO
!-----
NSEL,S,LOC,X,0
NSEL,R,LOC,Z,0,tb
d,all,UX,0
d,all,UY,0
d,all,UZ,0
allsel

NSEL,S,LOC,Z,tb
NSEL,R,LOC,X,x1,xp
CP,1,VOLT,ALL
*GET,Electrode0,NODE,0,NUM,MIN
allsel

NSEL,S,LOC,Z,tt
CP,2,VOLT,ALL
*GET,Electrode1,NODE,0,NUM,MIN
allsel

D,Electrode0,VOLT,0    !puesta a tierra
!D,Electrode1,VOLT,50  ! 50V

ALLSEL
FINISH

```



```

!-----
!RESOLUCIÓN
!-----

/SOLU

ANTYPE,2

MODEPT,LANB,5
EQSLV,SPAR
MXPAND,0,,0
LUMPM,0
PSTRES,0

MODEPT,LANB,5,0,0,OFF
/STATUS,SOLU
SOLVE
FINISH
!-----
!POSTPROCESO
!-----
/POST1
SET,LIST
SET,FIRST

/EFACET,1
PLNSOL,U,Z,0,1.0

```

- **Modelo Dinámico Viga**

```

finish
/CLEAR ! Limpieza de lo antiguo

!-----
! Proprocesado
!-----
/PREP7

!GEOMETRÍA (UNIDADES: S.I.)
!-----
tb=2.0e-3
Lb=1.0
W =0.03

tp=0.5e-3
Lp=0.2

x1=0.2
xp=x1+Lp

/VIEW,1,1,2,3
/ANG,1
/VUP,1,Z !Orientación de los ejes
/REP,FAST
!Fondo blanco
/RGB,INDEX,100,100,100,0
/RGB,INDEX,80,80,80,13
/RGB,INDEX,60,60,60,14
/RGB,INDEX,0,0,0,15

!TIPO DE ELEMENTO
ET,1,SOLID186 !Elemento sólido 20 nodos
ET,2,SOLID226,1001 !Elemento solido 20 nodos, 1001 opción piezoeléctrica
ET,3,CIRCU94,0 !Elemento resistor
ET,4,CIRCU94,4,1 !Fuente de sinusoidal

!DEFINO PROPIEDADES MATERIALES (UNIDADES: S.I.)
!-----

!Propiedad acero
!-----
MP,EX,1,195E9 !Módulo de Young
MP,PRXY,1,0.3 !Poisson
MP,DENS,1,7750 !Densidad

```

```

!Propiedad piezoeléctrico
!-----
!*
!DENSIDAD
Dens_PE= 7495
MP,DENS,2,Dens_PE

!*
!COEFICIENTES MECÁNICOS
*SET,C11, 139E9
*SET,C12,77.8E9
*SET,C13,74.3E9
*SET,C22, 139E9
*SET,C23,74.3E9
*SET,C33, 115E9
*SET,C44,25.6E9
*SET,C55,25.6E9
*SET,C66,30.6E9
!*
!COEFICIENTES PIEZOELÉCTRICOS
*SET,E31,-5.2
*SET,E33,15.1
*SET,E15,12.7

!*
!COEFICIENTES DIELECTRICOS
EMUNIT,EPZRO,8.854E-12 !DEFINO PERMITIVIDAD EN EL VACÍO
*SET,PER11,763
*SET,PER33,658

!*
!DEFINO MATRIZ DE RIGIDEZ
TB,ANEL,2,1,21,0
TBDATA,1,C11,C12,C13
TBDATA,7,C22,C23
TBDATA,12,C33
TBDATA,16,C66
TBDATA,19,C44
TBDATA,21,C55
!*
!DEFINO MATRIZ PIEZO
TB,PIEZ,2,,,0
TBDATA, 3,E31 ! Input first row
TBDATA, 6,E31 ! Input second row
TBDATA, 9,E33 ! Input third row
TBDATA,14,E15 ! Input fifth row
TBDATA,16,E15 ! Input sixth row
!*
!DEFINO MATRIZ DIELECTRICA
MP,PERX,2,PER11
MP,PERY,2,PER11
MP,PERZ,2,PER33

!GEOMETRÍA
!Keypoints placas
!variables del modelo (m)

tt=tb+tp
zt=tp+tb

!Z=0
K,1,0,0,0
K,2,x1,0,0
K,3,xp,0,0
K,4,Lb,0,0
K,5,0,W,0
K,6,x1,W,0
K,7,xp,W,0
K,8,Lb,W,0

!Z=tb
K,9,0,0,tb
K,10,x1,0,tb
K,11,xp,0,tb
K,12,Lb,0,tb
K,13,0,W,tb
K,14,x1,W,tb
K,15,xp,W,tb
K,16,Lb,W,tb

```

```

!Z=tp+tb
K,17,x1,0,zt
K,18,xp,0,zt
K,19,x1,w,zt
K,20,xp,w,zt

!Volumen
V,2,6,5,1,10,14,13,9
V,3,7,6,2,11,15,14,10
V,11,15,14,10,18,20,19,17
V,4,8,7,3,12,16,15,11
vplot

!AFILIACIÓN DEL MATERIAL
VSEL,,,1,2
VSEL,A,,,4
VATT,1,,1,0
VSEL,,,3
VATT,2,,2,0
ALLSEL

!MALLADO
!-----
ndivx1=16*3 !división largo
ndivx2=16*3 !división largo
ndivx3=64*3 !división largo
ndivy1=8 !división ancho

ndivzp=2 !división espesor piezoeléctrico
ndivzb=2 !división espesor barra

!LESIZE,NL1,SIZE,ANGSIZ,NDIV,SPACE,KFORC,LAYER1,LAYER2,KYNDIV
LESIZE,2,,,ndivx1
LESIZE,1,,,ndivy1
LESIZE,14,,,ndivx2
LESIZE,30,,,ndivx3
LESIZE,3,,,ndivy1
LESIZE,29,,,ndivy1
LESIZE,13,,,ndivy1

LESIZE,11,,,ndivzb
LESIZE,27,,,ndivzp

MSHKEY,1
MSHAPE,0,3D
VMESH,ALL

!CONDICIONES DE CONTORNO
!-----

NSEL,S,LOC,X,0
NSEL,R,LOC,Z,0,tb
d,all,UX,0
d,all,UY,0
d,all,UZ,0
allsel

NSEL,S,LOC,Z,tb
NSEL,R,LOC,X,x1,xp
CP,1,VOLT,ALL
*GET,Electrode0,NODE,0,NUM,MIN
allsel

NSEL,S,LOC,Z,tt
CP,2,VOLT,ALL
*GET,Electrode1,NODE,0,NUM,MIN
allsel

! DEFINE RESISTENCIA ELÉCTRICA
!-----
Resist=10.00E0 !Resistencia electrica
R,1,Resist

! DEFINE FUENTE DE VOLTAJE
!-----
FREQ= 0.6
Tperiod=1/FREQ
OFFS=0
VA=10
TD=0
PHD=0
EXPD=0

```

```

R,2,OFFS,VA,FREQ,TD,PHD,EXPD

NSEL,S,LOC,Z,tb + tp/2
*GET,PassiveNode,NODE,0,NUM,MAX
allsel

D,Electrode0,VOLT,0 !puesta a tierra

TYPE,3
REAL,1
E,Electrode1,Electrode0
allsel

TYPE,4
REAL,2
E,Electrode1,Electrode0,PassiveNode

ALLSEL
FINISH

!-----
!RESOLUCIÓN
!-----

/SOLU
ANTYPE,TRANS
NSUBS,100      !IR CAMBIANDO ENTRE 10, 50
TIME,Tperiod*4 !Ir cambiando multiplicando por mas tiempo
KBC,1
!OUTRES,ESOL,ALL
!OUTRES,NSOL,ALL
OUTRES,BASIC,1
SOLVE
FINISH

!-----
!POSTPROCESO
!-----
/POST26

NSEL,S,LOC,Z,0
NSEL,R,LOC,Y,0
NSEL,R,LOC,X,Lb
*GET,ExtremoBarra,NODE,0,NUM,MIN

NSOL,2,ExtremoBarra,U,Z, , !Solución de los desplazamientos en la esquina de la viga
NSOL,3,Electrode1,VOLT,, , !Solución de los desplazamientos en zona del piezoeléctrico
RFORCE,4,1639,F,Z, , !Solución de las reacciones en el empotramiento
STORE,MERGE

XVAR,1
PLVAR,2,
PLVAR,3,

allsel

```

• Modelo Modal Actuador

```

finish
/CLEAR ! Limpieza de lo antiguo

!-----
! Proprocesado
!-----
/PREP7

!GEOMETR A (UNIDADES: S.I.)
!-----
tp=0.0005      !espesor placa
Dp=0.012      !diámetro placa
e=0.0005      !espesor piezoeléctrico
L=0.007       !Logitud piezoeléctrico

```

```

t1=0.5*tp !espesor lug
d=0.2*Dp !diámetro lug
Rp=Dp/2 !radio placa
r=d/2 !radio lug
ap=L/2
ht=t1+tp

/VIEW,1,1,2,3
/ANG,1
/VUP,1,Z !Orientación de los ejes
/REP,FAST
!Fondo blanco
/RGB,INDEX,100,100,100, 0
/RGB,INDEX, 80, 80, 80,13
/RGB,INDEX, 60, 60, 60,14
/RGB,INDEX, 0, 0, 0,15

!TIPO DE ELEMENTO
ET,1,SOLID186 !Elemento sólido 20 nodos
ET,2,SOLID226,1001 !Elemento sólido 20 nodos, 1001 opción piezoeléctrica
!ET,3,SHELL281 !Elemento plano 8 nodos
ET,3,CIRCU94,0 !Elemento resistor
ET,4,CIRCU94,4,1 !Fuente de corriente

!DEFINO PROPIEDADES MATERIALES (UNIDADES: S.I.)
!-----

!Propiedad acero
!-----
MP,EX,1,195E9 !Módulo de Young
MP,PRXY,1,0.3 !Poisson
MP,DENS,1,7750 !Densidad

!Propiedad piezoeléctrico
!-----
!*
!DENSIDAD
Dens_PE= 7495
MP,DENS,2,Dens_PE
!*
!COEFICIENTES Mecánicos
*SET,C11, 139E9
*SET,C12, 77.8E9
*SET,C13, 74.3E9
*SET,C22, 139E9
*SET,C23, 74.3E9
*SET,C33, 115E9
*SET,C44, 25.6E9
*SET,C55, 25.6E9
*SET,C66, 30.6E9
!*
!COEFICIENTES PIEZOELECTRICOS
*SET,E31, -5.2
*SET,E33, 15.1
*SET,E15, 12.7
!*
!COEFICIENTES Dielectricos
EMUNIT,EPZRO,8.854E-12 !DEFINO PERMITIVIDAD EN EL VAC O
*SET,PER11, 763
*SET,PER33, 658
!*
!DEFINO MATRIZ DE RIGIDEZ
TB,ANEL,2,1,21,0
TBDATA,1,C11,C12,C13
TBDATA,7,C22,C23
TBDATA,12,C33
TBDATA,16,C66
TBDATA,19,C44
TBDATA,21,C55
!*

```

```

!DEFINO MATRIZ Piezo
TB,PIEZ,2,,,0
TBDATA, 3,E31 ! Input first row
TBDATA, 6,E31 ! Input second row
TBDATA, 9,E33 ! Input third row
TBDATA,14,E15 ! Input fifth row
TBDATA,16,E15 ! Input sixth row
!*
!DEFINO MATRIZ Dielectrica
MP,PERX,2,PER11
MP,PERY,2,PER11
MP,PERZ,2,PER33

!GEOMETR A (UNIDADES: S.I.)
!-----
!Cilindro base
CYL4,0,0,Rp, , , ,tp

!Cilindro pulsador
CYLIND,0,r,-e,ht

!Cuadrado piez
!Keypoints
K,17,ap,ap,-e
K,18,ap,-ap,-e
K,19,-ap,ap,-e
K,20,-ap,-ap,-e
K,21,ap,ap,tp
K,22,ap,-ap,tp
K,23,-ap,ap,tp
K,24,-ap,-ap,tp

!volumen piezoeléctrico
V,17,18,20,19,21,22,24,23
vplot
VPTN,ALL !Nos divide los volúmenes

!MALLADO LUG Y PLACA AMPLIFICADORA y AFILIACIÓN MATERIAL
!-----
VSEL,S, , ,4
VSEL,A, , ,6
VSEL,A, , ,7
VSEL,A, , ,9
VATT,1, ,1,0
allsel

K,50, Dp,0,-2*e
K,51, Dp,0, 2*ht
K,52,-Dp,0, 2*ht
K,53,-Dp,0,-2*e
A,50,51,52,53
VSBA,all, 1
NUMCMP,AREA

K,55,0, Dp,-2*e
K,56,0, Dp, 2*ht
K,57,0,-Dp, 2*ht
K,58,0,-Dp,-2*e
A,55,56,57,58
VSBA,all, 48

!MALLADO PIEZOELÉCTRICO y AFILIACIÓN MATERIAL
VSEL,S,LOC,Z,-e,0
VATT, 2, , 2, 0
allsel

AESIZE,ALL,d/6.6,

MSHKEY,0
MSHAPE,1,3d
VMESH,all
allsel

```

```

!Condiciones de Contorno
!-----
NSEL,S,LOC,Z,ht
d,all,UX,0
d,all,UY,0
d,all,UZ,0
allsel

VSEL,S,LOC,Z,0,-e
ASLV,S
ASEL,R,LOC,Z,0
nsla,s,1
CP,1,VOLT,ALL
*GET,Electrode0,NODE,0,NUM,MIN
ALLSEL

ASEL,S,LOC,Z,-e
nsla,s,1
CP,2,VOLT,ALL
*GET,Electrode1,NODE,0,NUM,MIN
ALLSEL

! DEFINE RESISTENCIA ELÉCTRICA
!-----
Resist=10.00E0 !Resistencia electrica
R,1,Resist

! DEFINE FUENTE DE VOLTAJE
!-----
FREQ= 25358.67
Tperiod=1/FREQ
OFFS=0
VA=10
TD=0
PHD=0
EXPD=0

R,2,OFFS,VA,FREQ,TD,PHD,EXPD

NSEL,S,LOC,Z,-e
*GET,PassiveNode,NODE,0,NUM,MAX
allsel

D,Electrode0,VOLT,0 !puesta a tierra

!!!!D,Electrode1,VOLT,10 !puesta a tierra

TYPE,3
REAL,1
E,Electrode1,Electrode0
allsel

TYPE,4
REAL,2
E,Electrode1,Electrode0,PassiveNode

ALLSEL
FINISH

!-----
!RESOLUCIÓN
!-----

/SOLU

ANTYPE,2

```

```

MODEOPT,LANB,5
EQSLV,SPAR
MXPAND,0,,0
LUMPM,0
PSTRES,0

MODEOPT,LANB,5,0,0,,OFF
/STATUS,SOLU
SOLVE
FINISH

```

• Modelo Dinámico Actuador

```

finish
/CLEAR ! Limpieza de lo antiguo

!-----
! Proprocesado
!-----
/PREP7

!GEOMETR A (UNIDADES: S.I.)
!-----
tp=0.0005 !espesor placa
Dp=0.012 !diámetro placa
e=0.0005 !espesor piezoeléctrico
L=0.007 !Lopgitud piezoeléctrico
tl=0.5*tp !espesor lug
d=0.2*Dp !diámetro lug
Rp=Dp/2 !radio placa
r=d/2 !radio lug
ap=L/2
ht=tl+tp

/VIEW,1,1,2,3
/ANG,1
/VUP,1,Z !Orientaci n de los ejes
/REP,FAST
!Fondo blanco
/RGB,INDEX,100,100,100, 0
/RGB,INDEX, 80, 80, 80,13
/RGB,INDEX, 60, 60, 60,14
/RGB,INDEX, 0, 0, 0,15

!TIPO DE ELEMENTO
ET,1,SOLID186 !Elemento sólido 20 nodos
ET,2,SOLID226,1001 !Elemento solido 20 nodos, 1001 opción piezoeléctrica
!ET,3,SHELL281 !Elemento plano 8 nodos
ET,3,CIRCU94,0 !Elemento resistor
ET,4,CIRCU94,4,1 !Fuente de corriente

!DEFINO PROPIEDADES MATERIALES (UNIDADES: S.I.)
!-----

!Propiedad acero
!-----
MP,EX,1,195E9 !Módulo de Young
MP,PRXY,1,0.3 !Poisson
MP,DENS,1,7750 !Densidad

!Propiedad piezoeléctrico
!-----
!*
!DENSIDAD
Dens_PE= 7495
MP,DENS,2,Dens_PE

```



```

!*
!COEFICIENTES Mecanicos
*SET,C11, 139E9
*SET,C12, 77.8E9
*SET,C13, 74.3E9
*SET,C22, 139E9
*SET,C23, 74.3E9
*SET,C33, 115E9
*SET,C44, 25.6E9
*SET,C55, 25.6E9
*SET,C66, 30.6E9
!*
!COEFICIENTES PIEZOELECTRICOS
*SET,E31, -5.2
*SET,E33, 15.1
*SET,E15, 12.7
!*
!COEFICIENTES Dielectricos
EMUNIT,EPZRO,8.854E-12 !DEFINO PERMITIVIDAD EN EL VAC O
*SET,PER11, 763
*SET,PER33, 658
!*
!DEFINO MATRIZ DE RIGIDEZ
TB,ANEL,2,1,21,0
TBDATA,1,C11,C12,C13
TBDATA,7,C22,C23
TBDATA,12,C33
TBDATA,16,C66
TBDATA,19,C44
TBDATA,21,C55
!*
!DEFINO MATRIZ Piezo
TB,PIEZ,2,,,0
TBDATA, 3,E31 ! Input first row
TBDATA, 6,E31 ! Input second row
TBDATA, 9,E33 ! Input third row
TBDATA,14,E15 ! Input fifth row
TBDATA,16,E15 ! Input sixth row
!*
!DEFINO MATRIZ Dielectrica
MP,PERX,2,PER11
MP,PERY,2,PER11
MP,PERZ,2,PER33

!GEOMETR A (UNIDADES: S.I.)
!-----
!Cilindro base
CYL4,0,0,Rp, , ,tp

!Cilindro pulsador
CYLIND,0,r,-e,ht

!Cuadrado piez
!Keypoints
K,17,ap,ap,-e
K,18,ap,-ap,-e
K,19,-ap,ap,-e
K,20,-ap,-ap,-e
K,21,ap,ap,tp
K,22,ap,-ap,tp
K,23,-ap,ap,tp
K,24,-ap,-ap,tp

!volumen piezoeléctrico
V,17,18,20,19,21,22,24,23
vplot
VPTN,ALL !Nos divide los volúmenes

!MALLADO LUG Y PLACA AMPLIFICADORA y AFILIACIÓN MATERIAL
!-----
VSEL,S, , ,4
VSEL,A, , ,6
VSEL,A, , ,7
VSEL,A, , ,9
VATT,1, ,1,0
allsel

```

```

K,50,Dp,0,-2*e
K,51,Dp,0,2*ht
K,52,-Dp,0,2*ht
K,53,-Dp,0,-2*e
A,50,51,52,53
VSBA,all,1
NUMCMP,AREA

K,55,0,Dp,-2*e
K,56,0,Dp,2*ht
K,57,0,-Dp,2*ht
K,58,0,-Dp,-2*e
A,55,56,57,58
VSBA,all,48

!MALLADO PIEZOELÉCTRICO y AFILIACIÓN MATERIAL
VSEL,S,LOC,Z,-e,0
VATT,2,,2,0
allsel

AESIZE,ALL,d/6.6,

MSHKEY,0
MSHAPE,1,3d
VMESH,all
allsel

!Condiciones de Contorno
!-----
NSEL,S,LOC,Z,ht
d,all,UX,0
d,all,UY,0
d,all,UZ,0
allsel

VSEL,S,LOC,Z,0,-e
ASLV,S
ASEL,R,LOC,Z,0
nsla,s,1
CP,1,VOLT,ALL
*GET,Electrode0,NODE,0,NUM,MIN
ALLSEL

ASEL,S,LOC,Z,-e
nsla,s,1
CP,2,VOLT,ALL
*GET,Electrode1,NODE,0,NUM,MIN
ALLSEL

! DEFINE RESISTENCIA ELÉCTRICA
!-----
Resist=10.00E0 !Resistencia electrica
R,1,Resist

! DEFINE FUENTE DE VOLTAJE
!-----
FREQ= 25358.67
Tperiod=1/FREQ
OFFS=0
VA=10
TD=0
PHD=0
EXPD=0

R,2,OFFS,VA,FREQ,TD,PHD,EXPD

NSEL,S,LOC,Z,-e
*GET,PassiveNode,NODE,0,NUM,MAX
allsel

D,Electrode0,VOLT,0 !puesta a tierra

!!!!D,Electrode1,VOLT,10 !puesta a tierra

TYPE,3
REAL,1
E,Electrode1,Electrode0
allsel

```

```

TYPE,4
REAL,2
E,Electrode1,Electrode0,PassiveNode

ALLSEL
FINISH

!-----
!RESOLUCIÓN
!-----

/SOLU
ANTYPE,TRANS
NSUBS,300      !IR CAMBIANDO ENTRE 10, 50
TIME,Tperiod*25 !Ir cambiando multiplicando por mas tiempo
KBC,1
OUTRES,BASIC,1
SOLVE
FINISH

!-----
!POSTPROCESO
!-----
/POST26

!! Punto - A - (Centro del PE)
NSEL,S,LOC,X,0
NSEL,R,LOC,Y,0
NSEL,R,LOC,Z,-e
*GET,NODE_A,NODE,0,NUM,MAX
allsel
NSOL,3,NODE_A,U,Z
NSOL,4,NODE_A,VOLT

!! Punto - B - (lateral del PE)
NSEL,S,LOC,X,ap
NSEL,R,LOC,Y,
NSEL,R,LOC,Z,-e
*GET,NODE_B,NODE,0,NUM,MAX
allsel
NSOL,5,NODE_B,U,Z
NSOL,6,NODE_B,VOLT

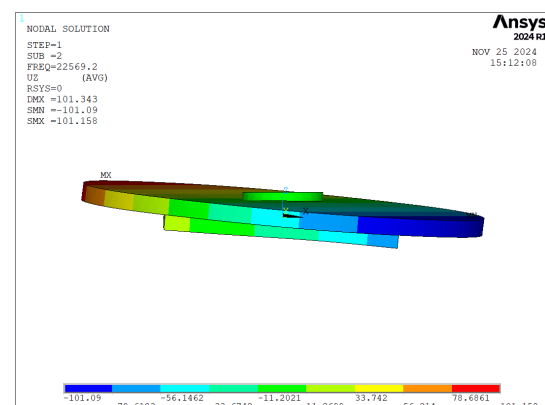
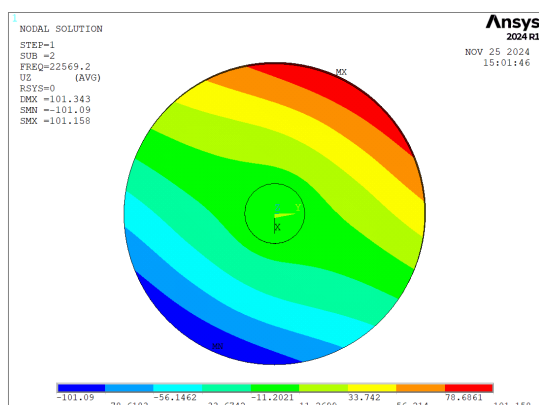
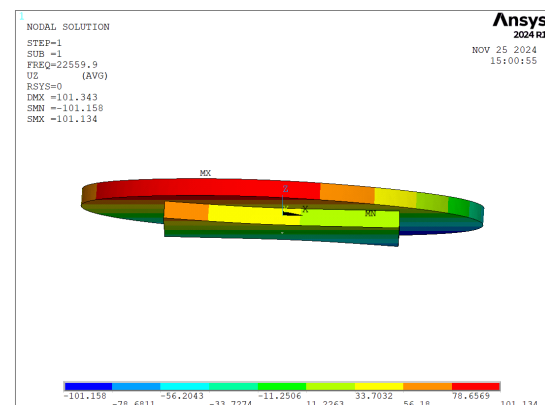
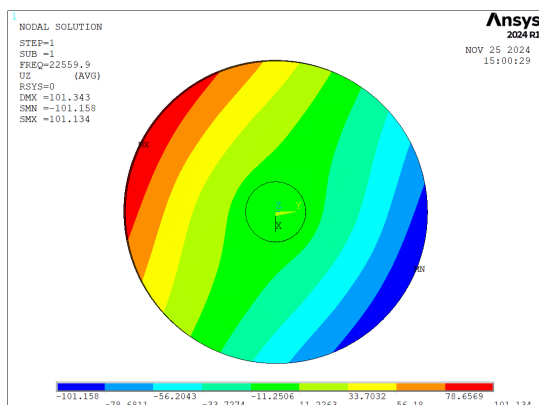
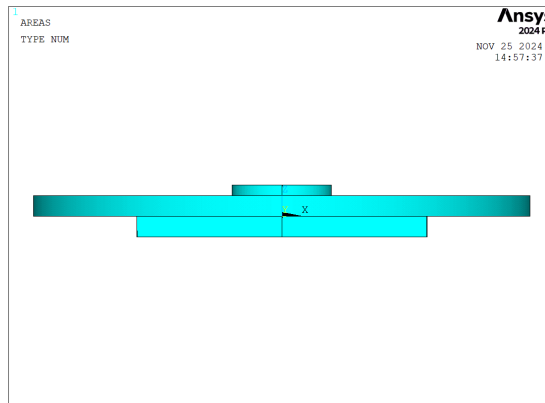
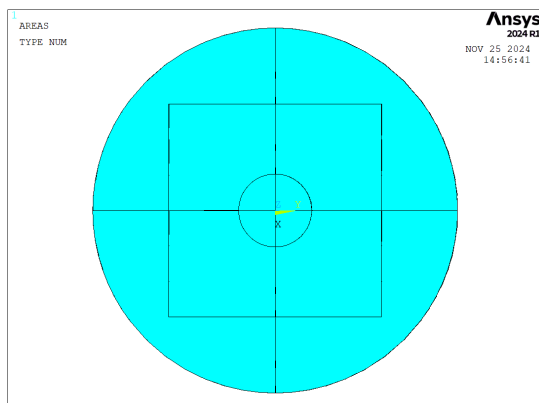
!! Punto - C - (lateral de la placa)
NSEL,S,LOC,X,Rp
NSEL,R,LOC,Y,0
NSEL,R,LOC,Z,0
*GET,NODE_C,NODE,0,NUM,MAX
allsel
NSOL,7,NODE_C,U,Z

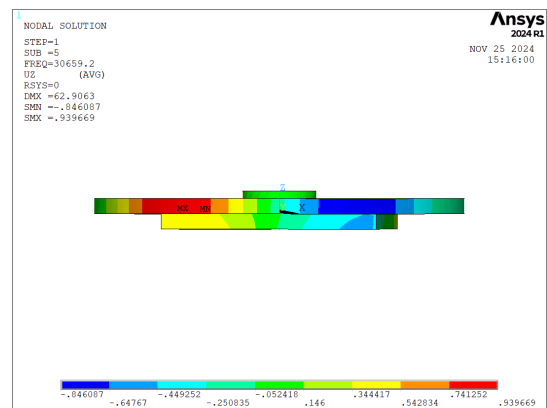
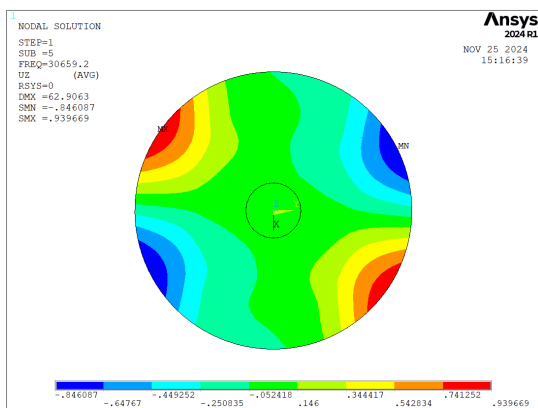
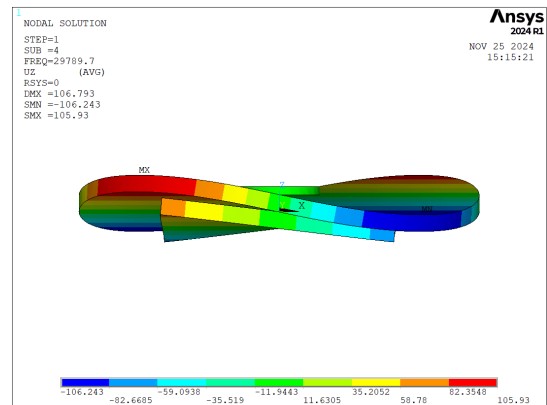
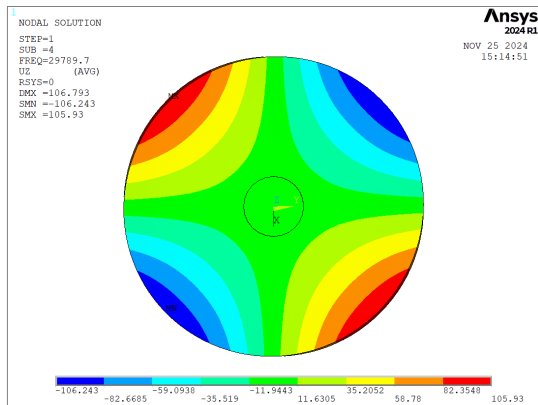
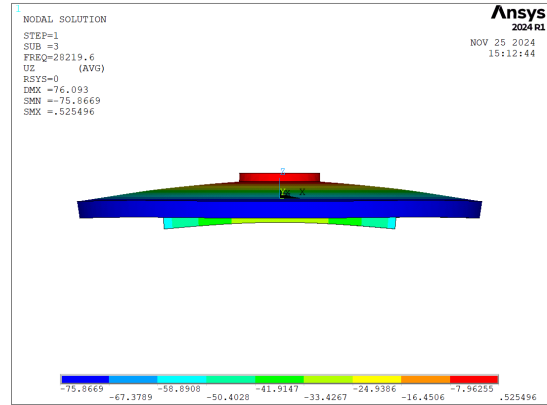
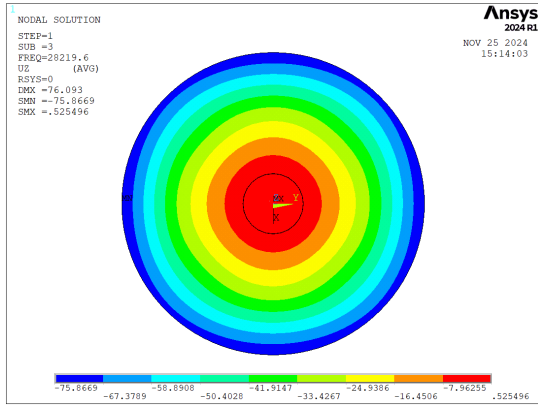
!! Punto - D - (base del Lug)
NSEL,S,LOC,X,0
NSEL,R,LOC,Y,0
NSEL,R,LOC,Z,ht
*GET,NODE_D,NODE,0,NUM,MAX
allsel
RFORCE,9,NODE_D,F,Z, , !el nodo central del pulsador, representación y solución de los esfuerzos en z

```

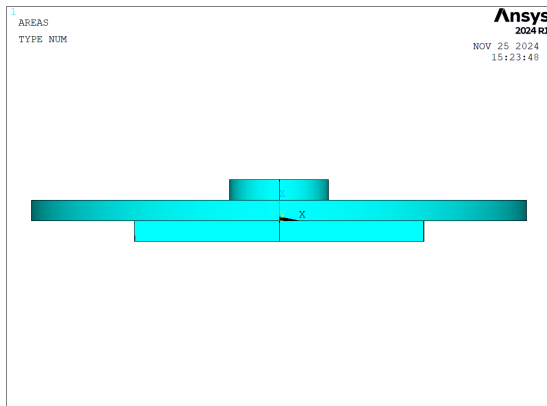
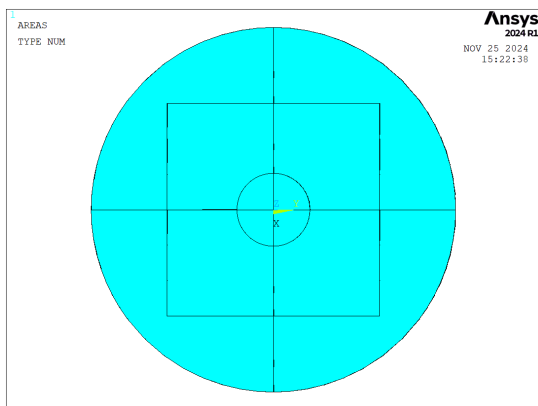
ANEXO 3: FIGURAS

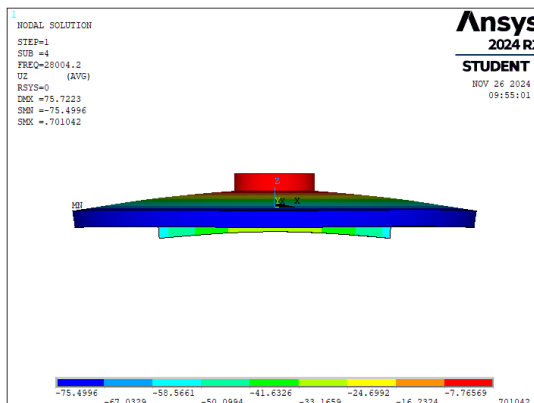
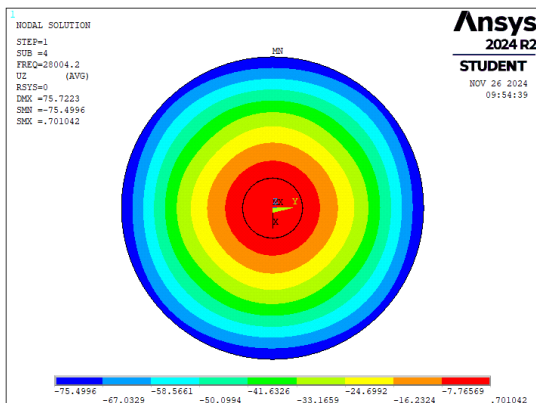
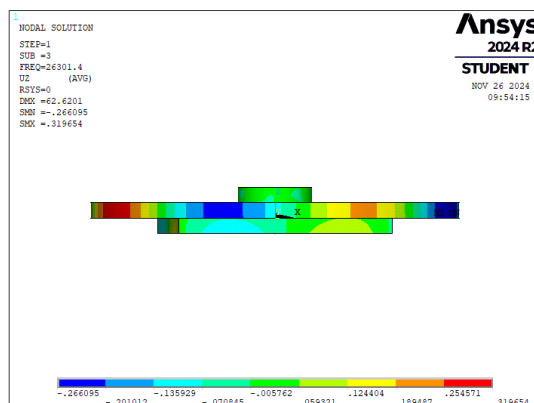
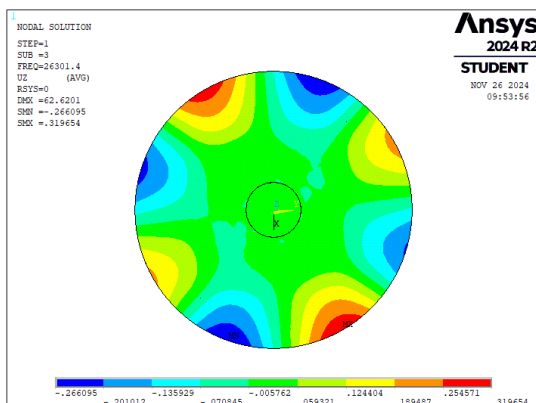
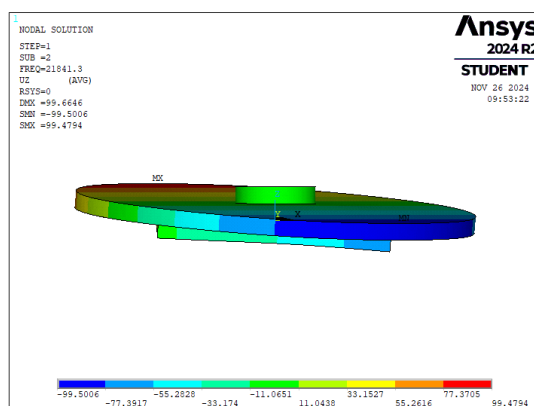
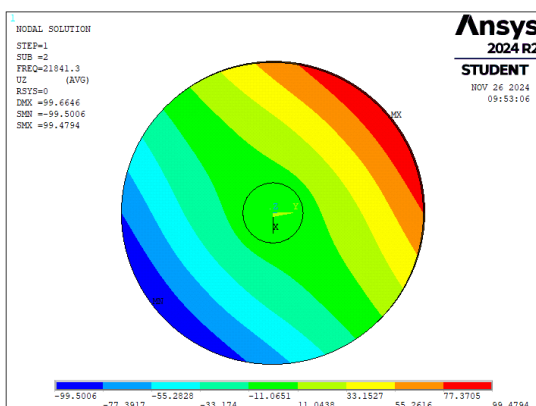
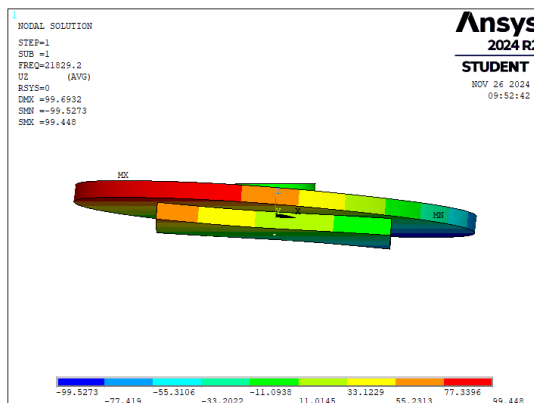
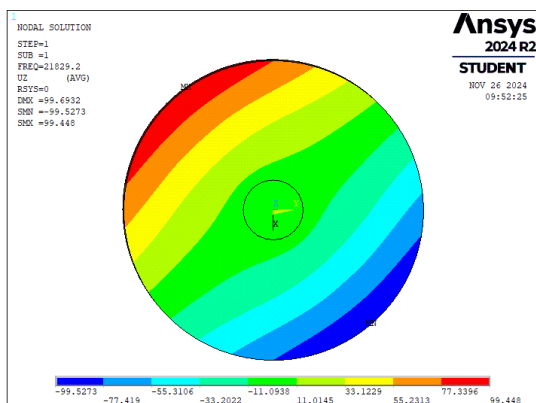
• OP.1

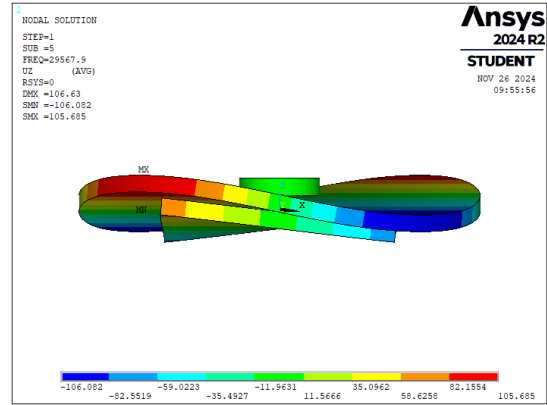
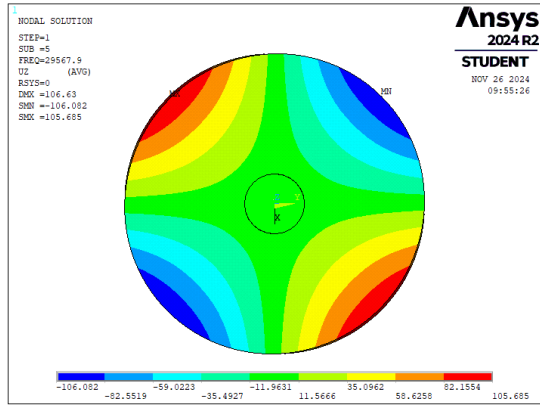




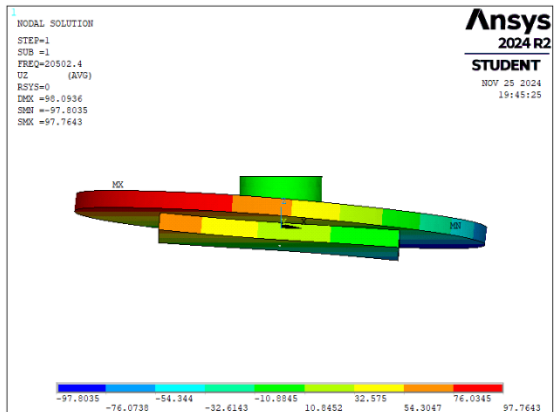
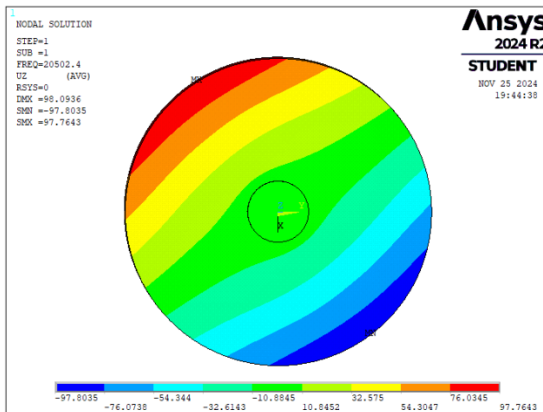
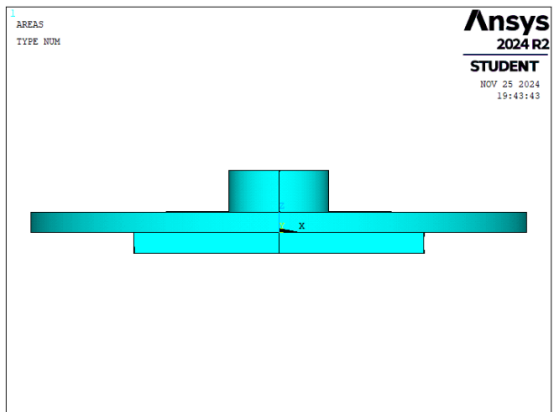
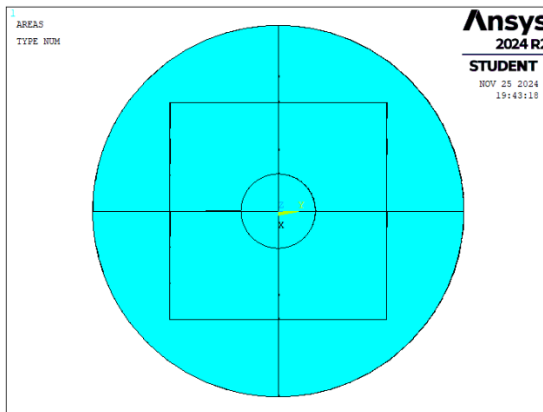
• OP.2

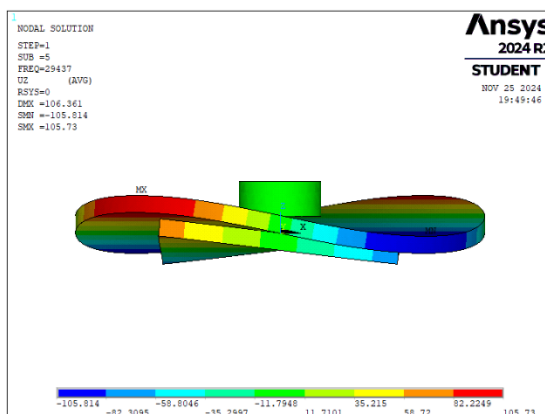
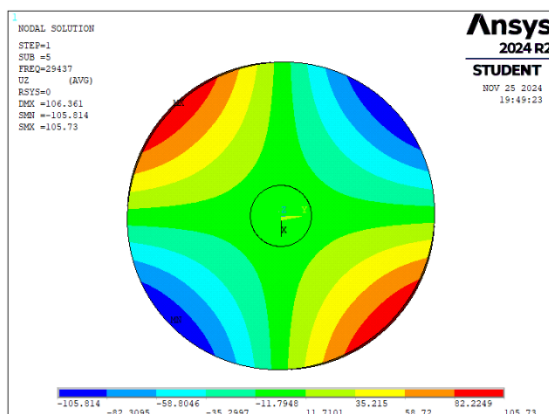
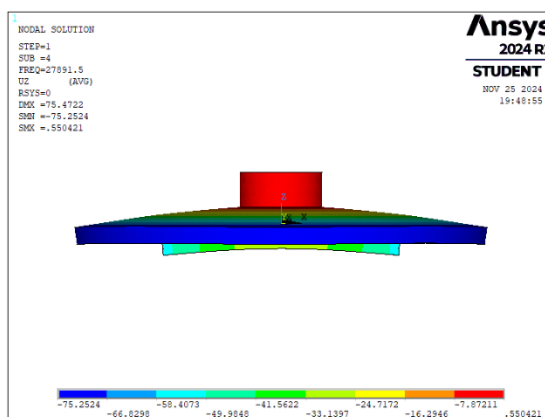
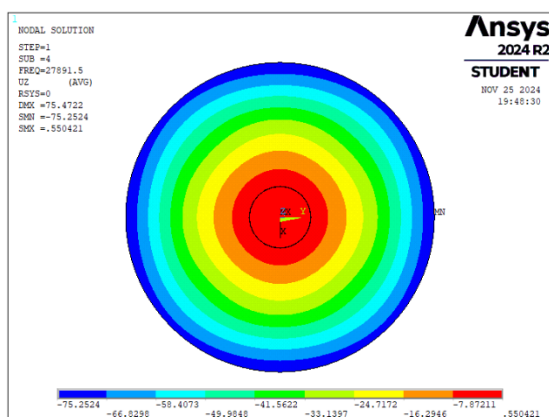
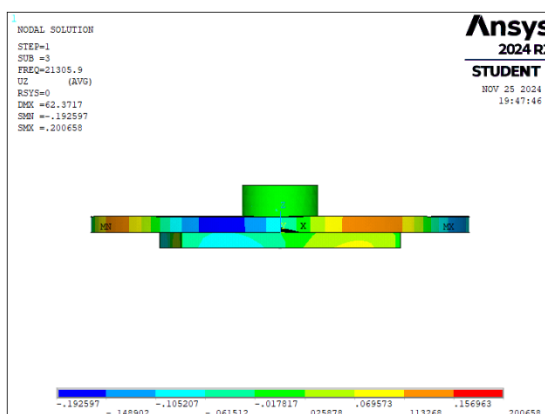
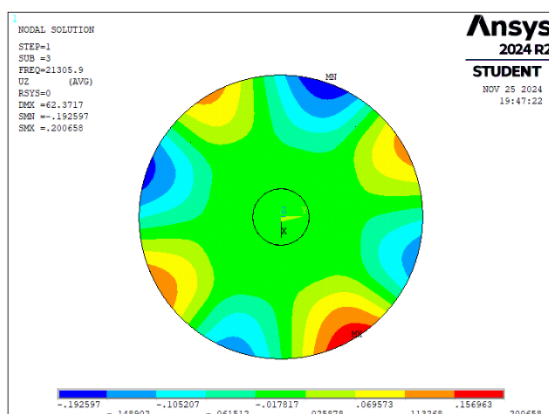
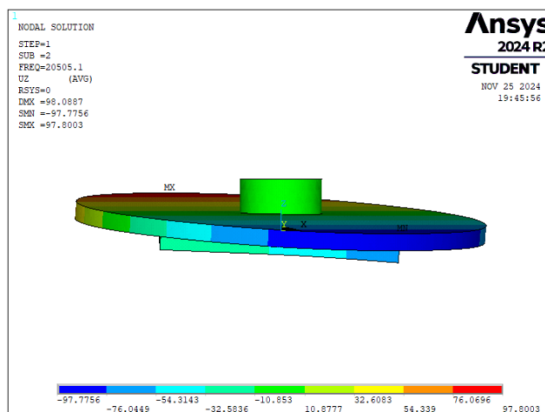
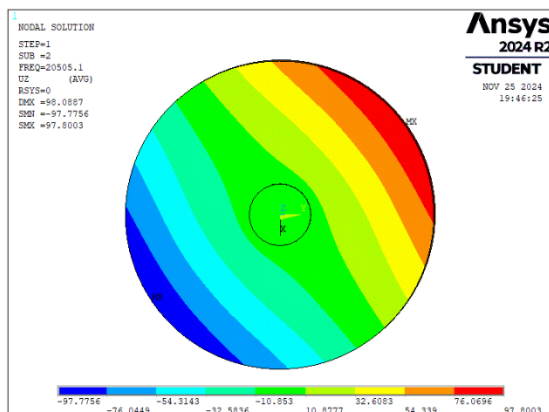




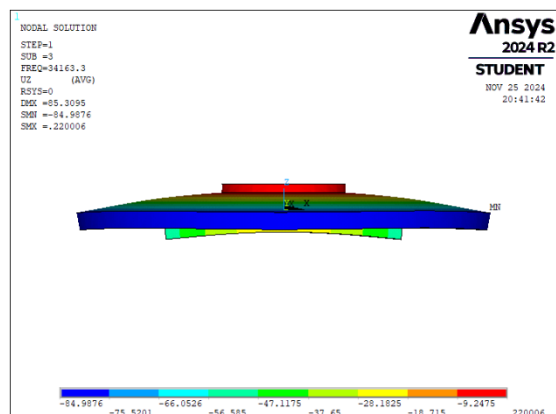
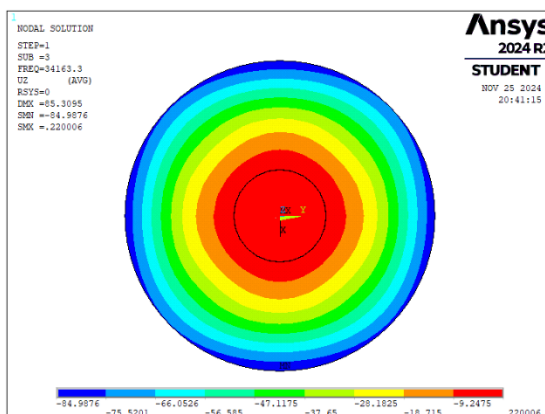
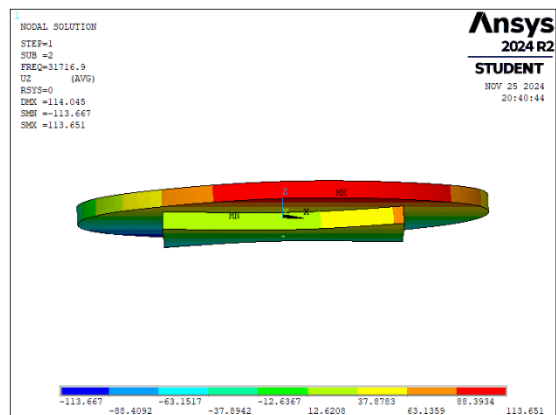
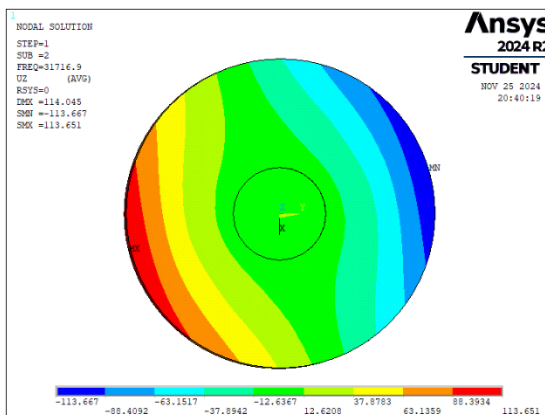
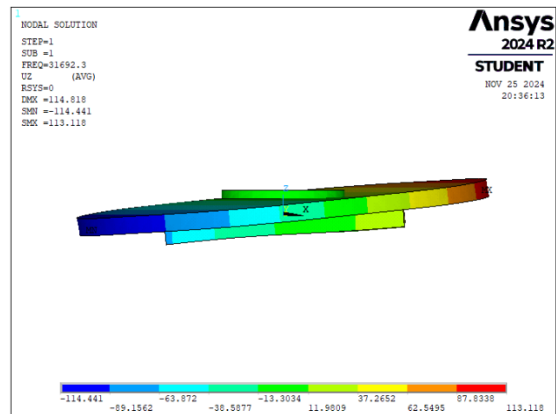
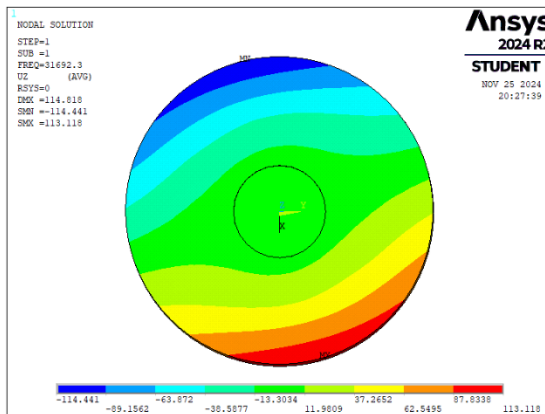
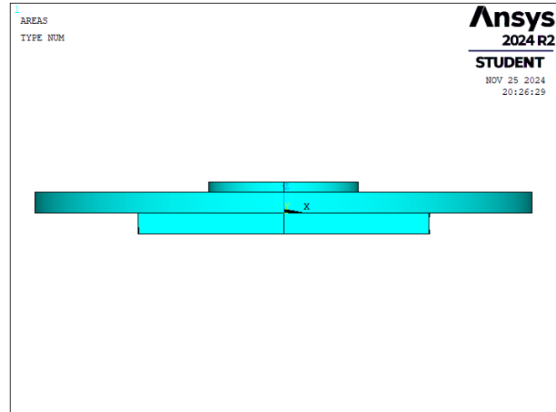
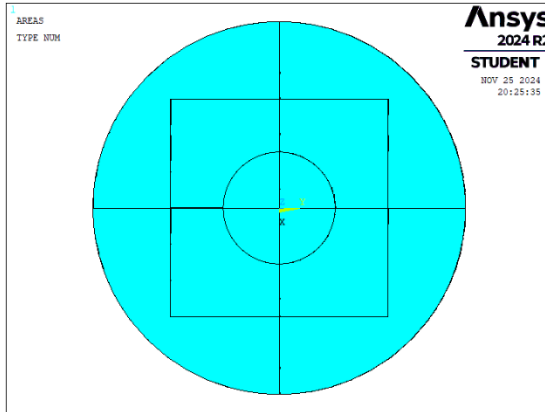


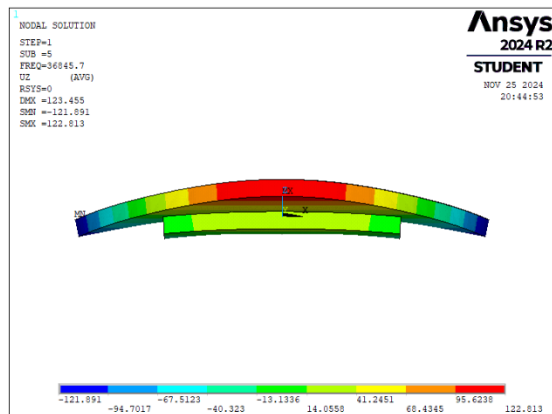
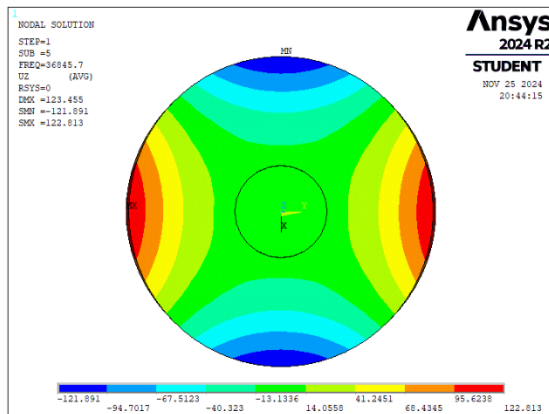
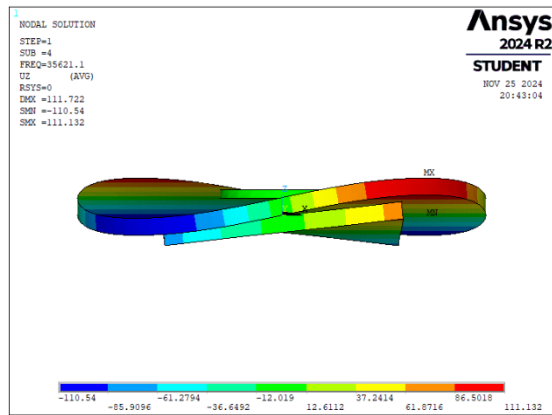
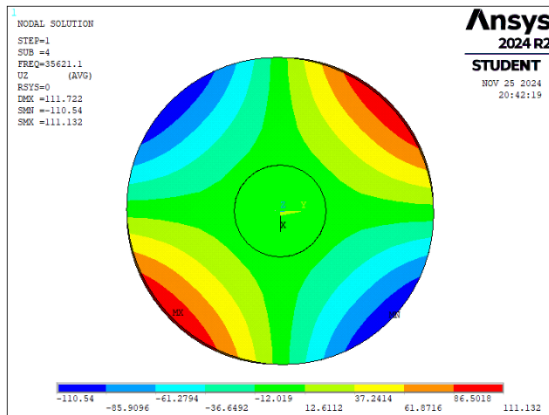
• OP.3



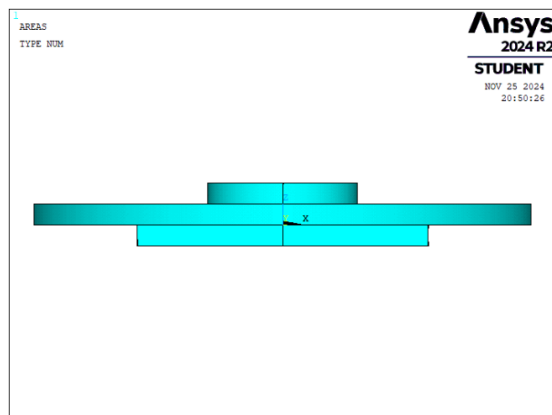
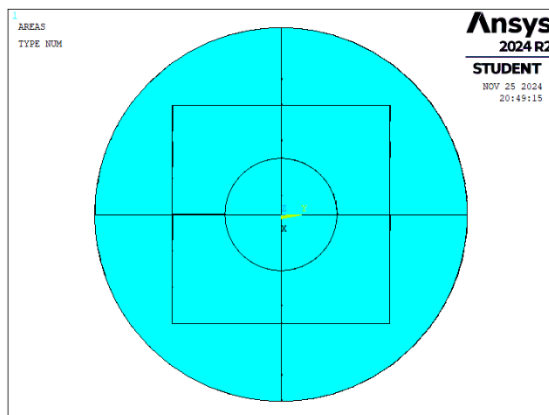


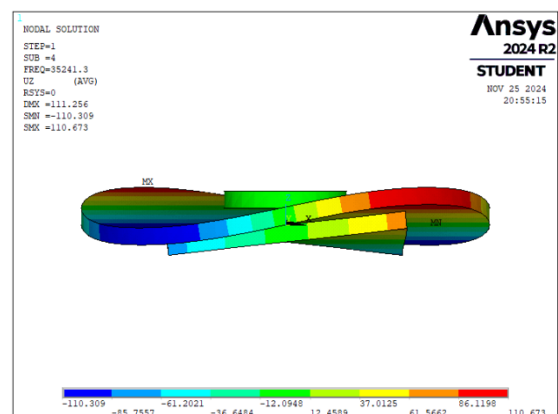
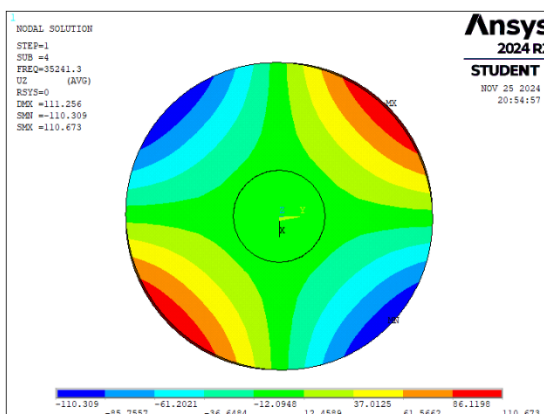
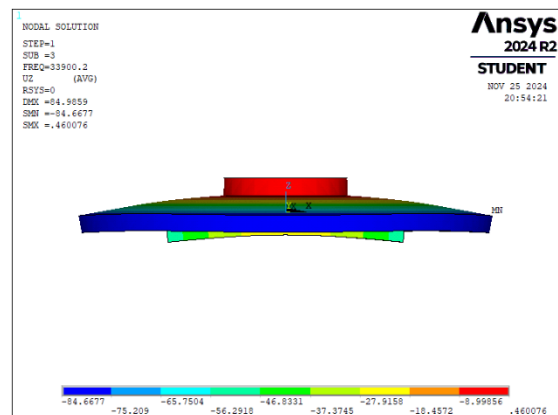
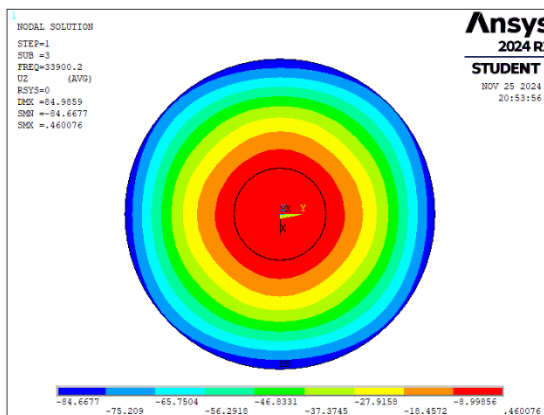
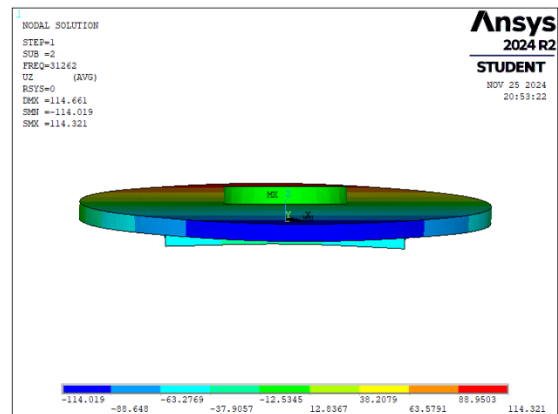
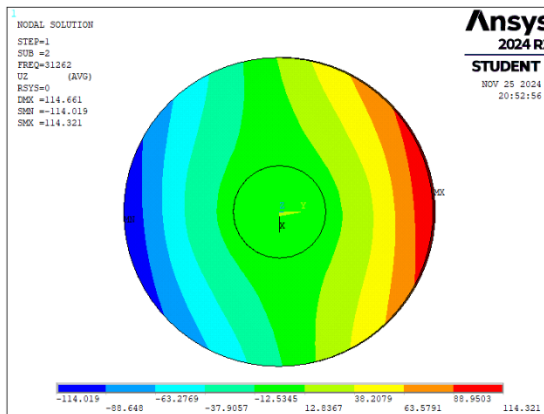
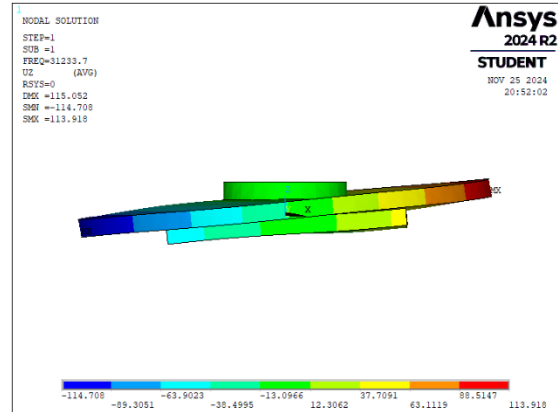
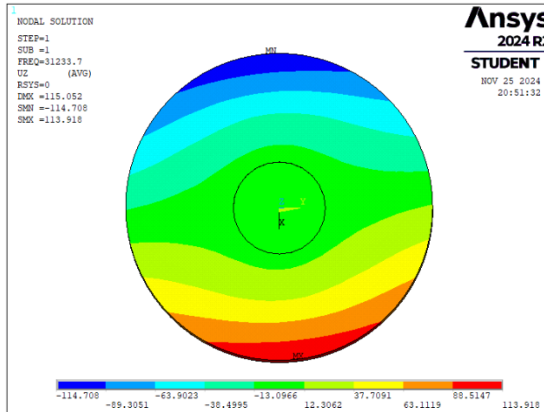
- OP.4

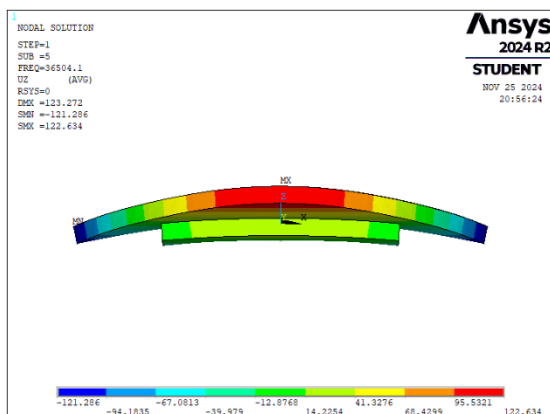
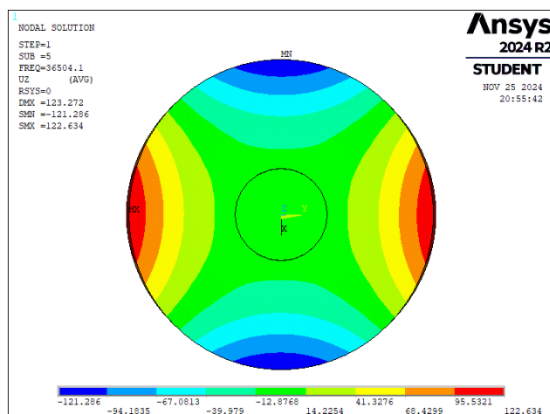




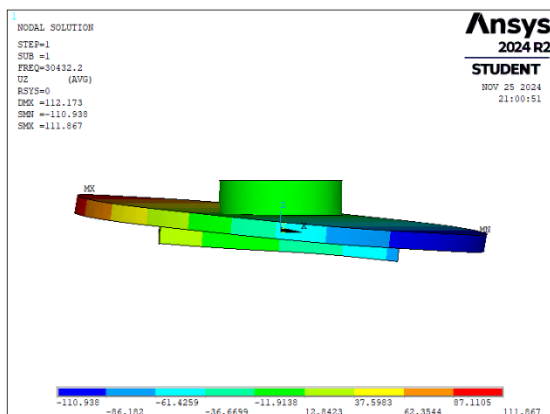
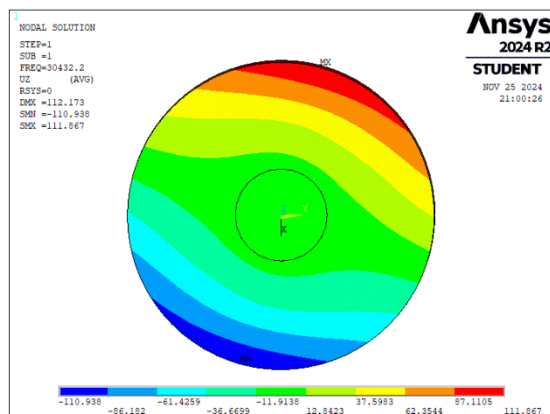
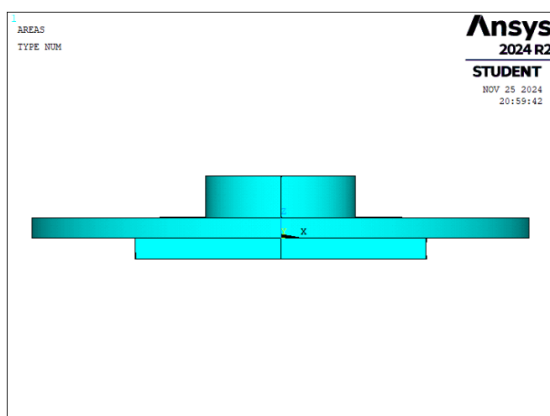
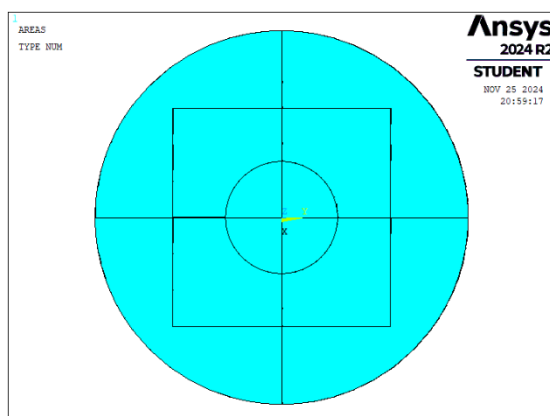
- OP. 5

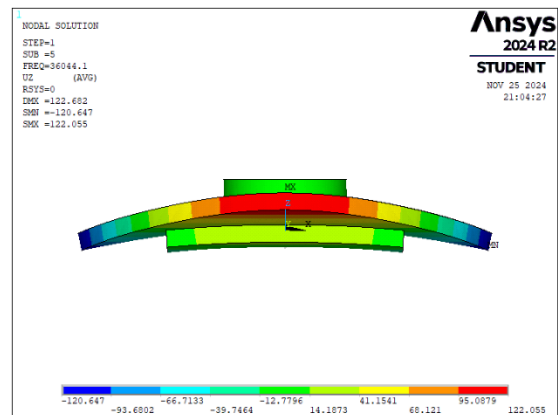
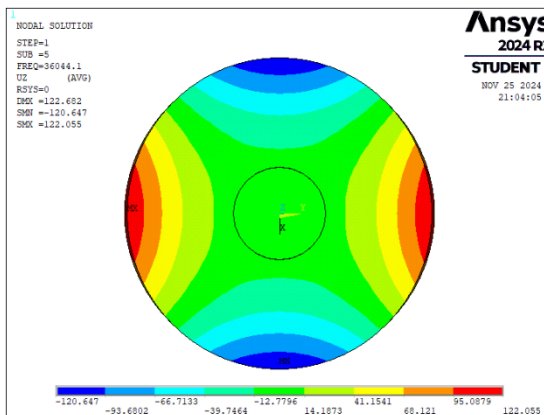
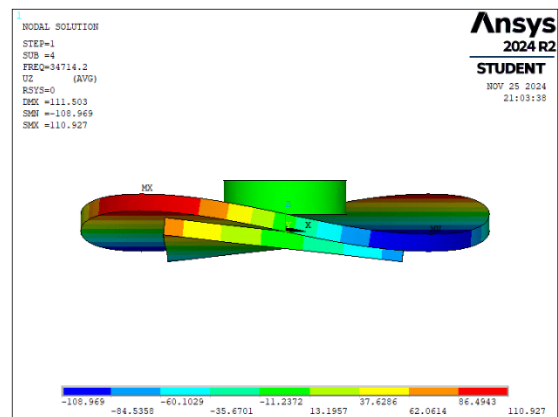
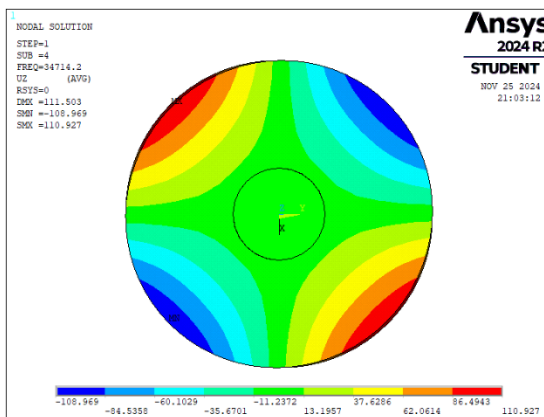
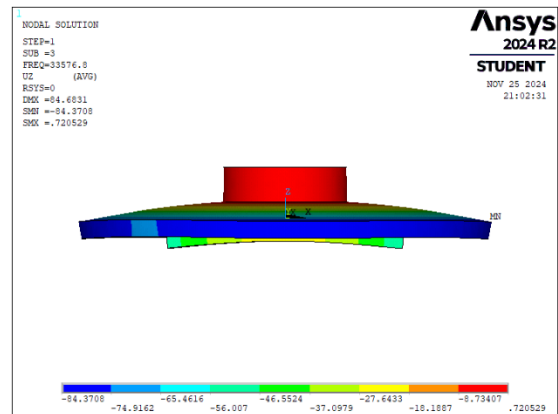
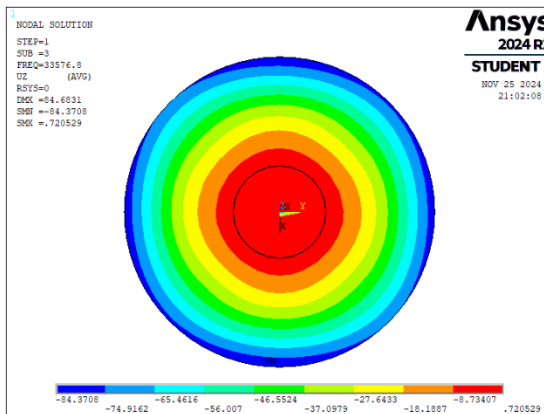
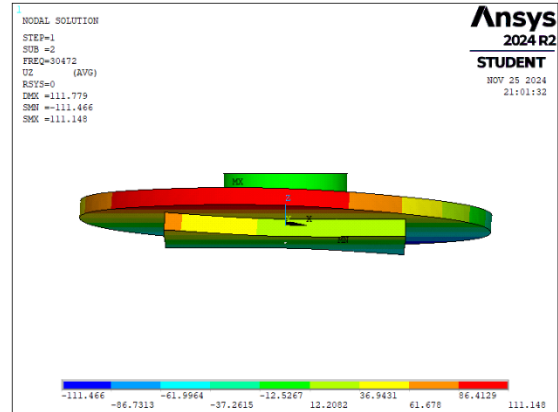
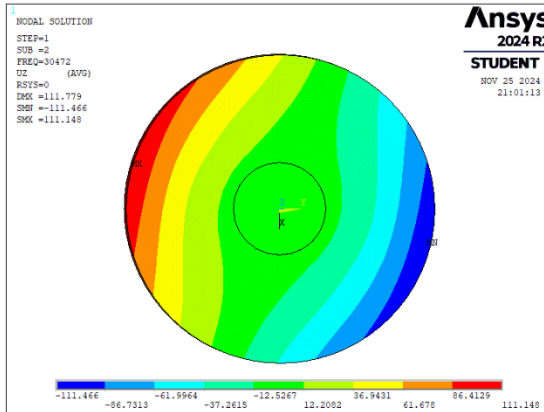




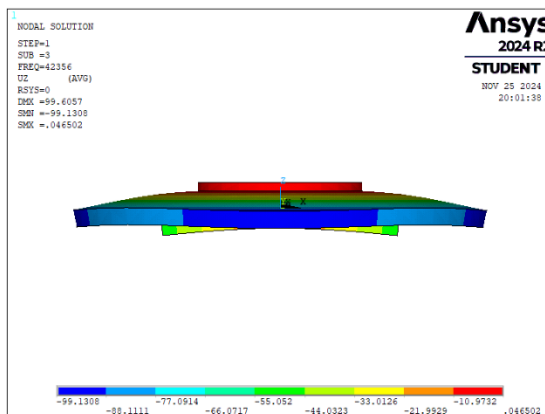
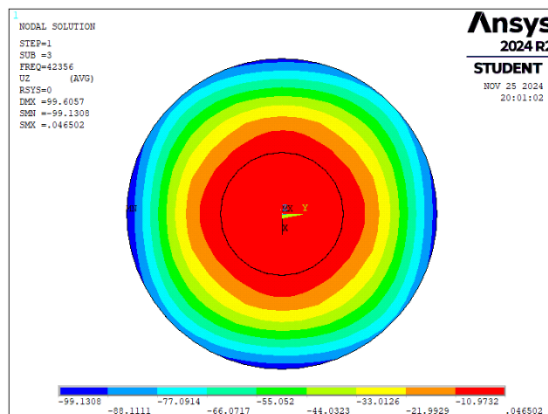
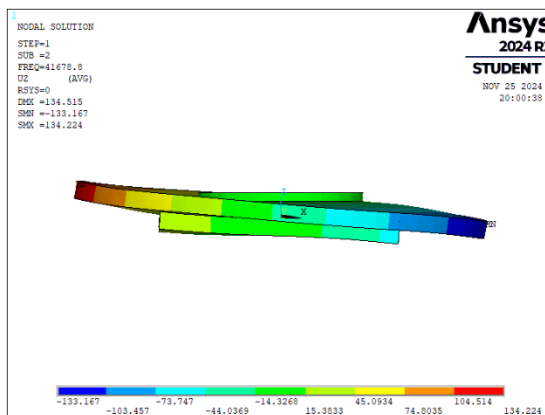
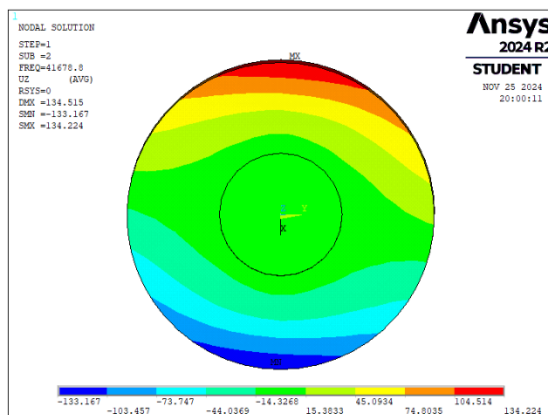
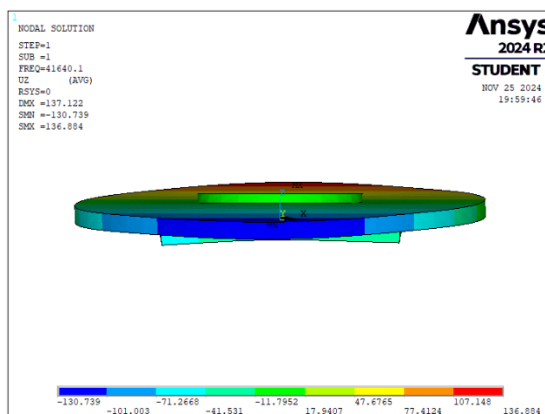
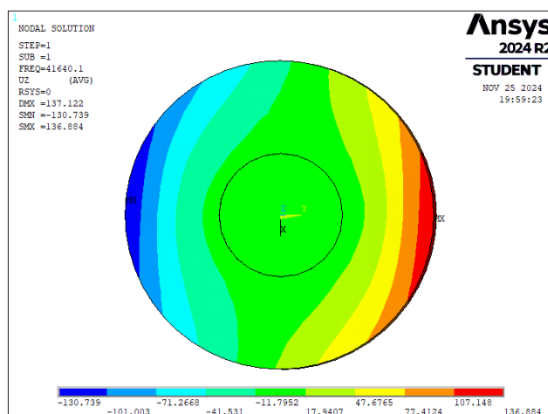
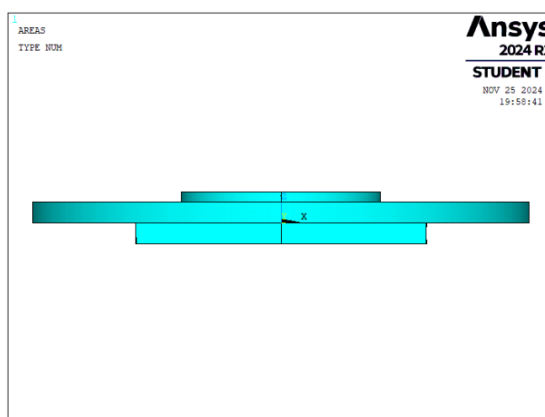
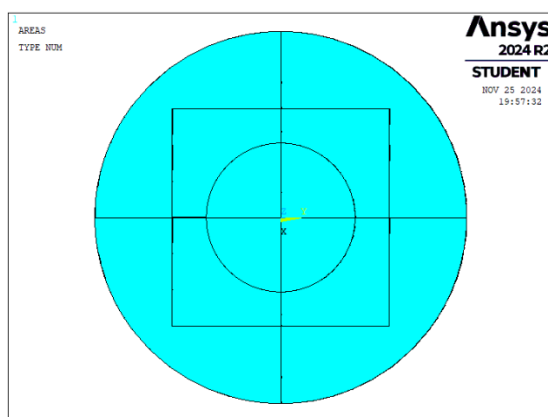


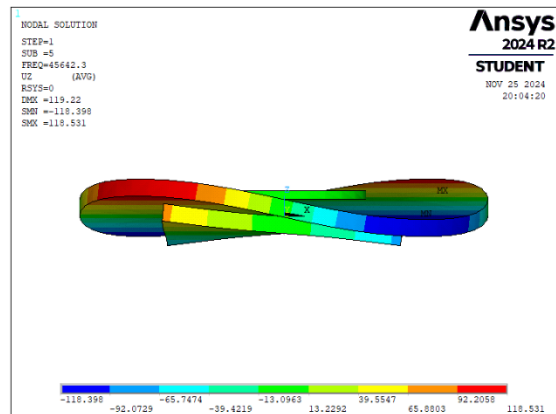
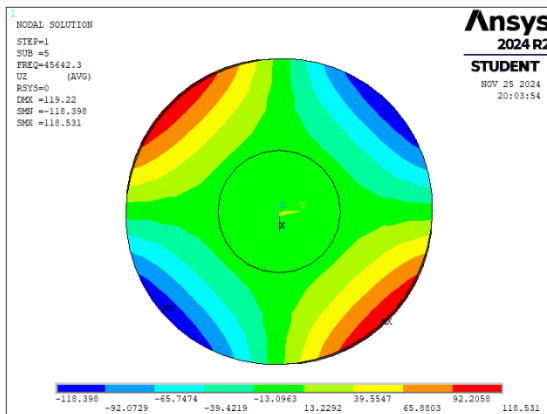
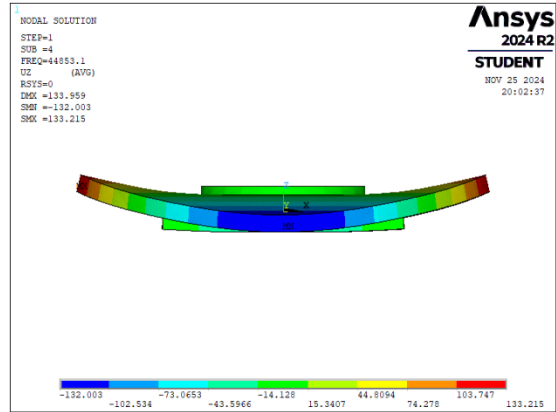
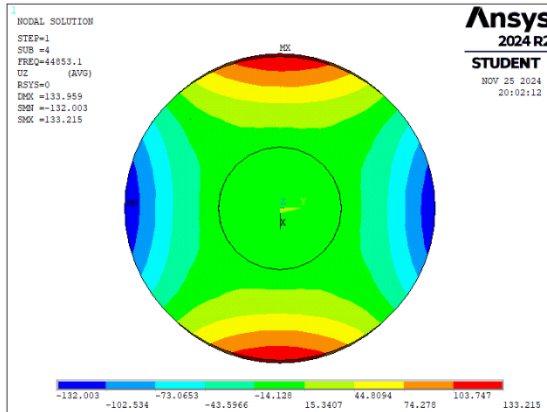
• OP. 6



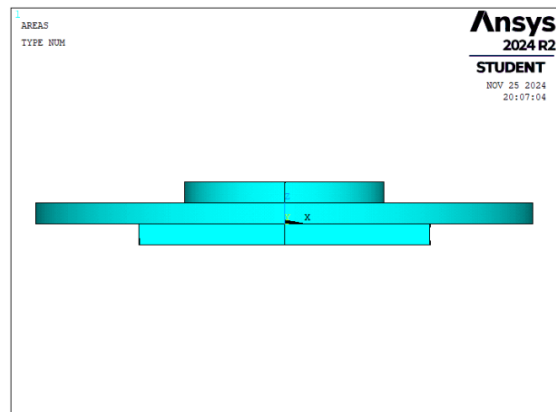
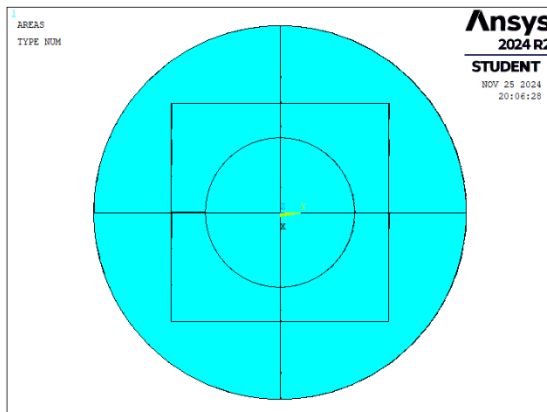


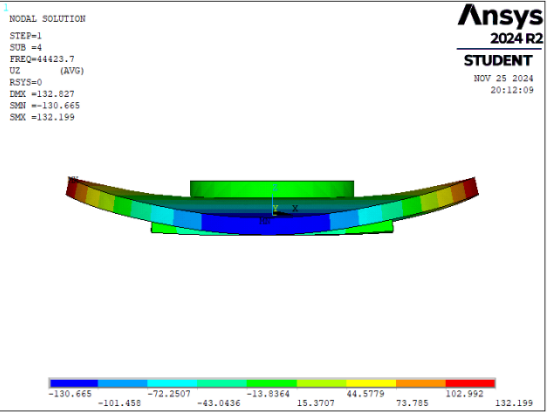
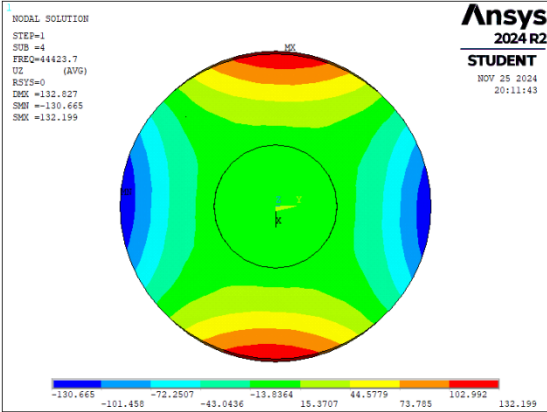
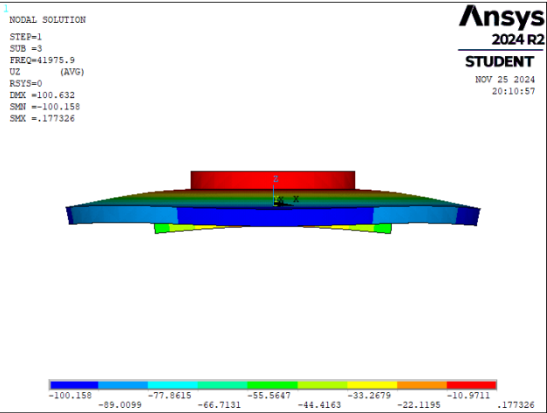
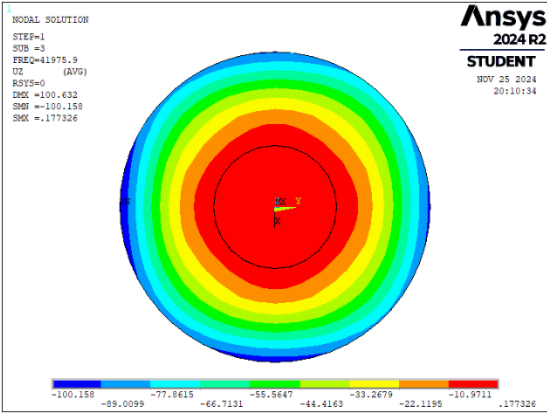
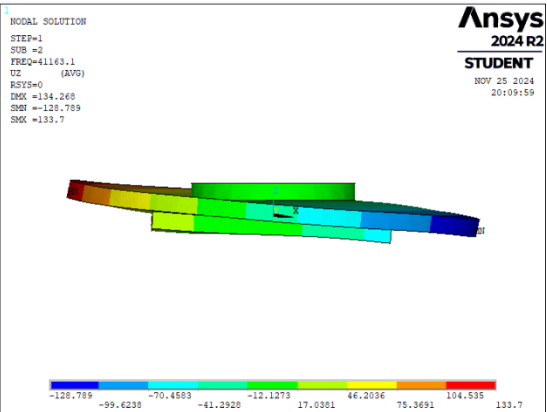
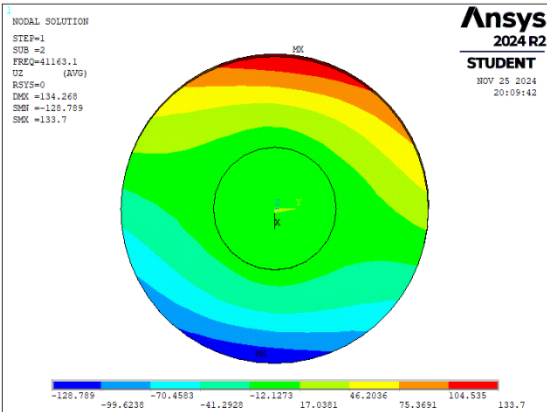
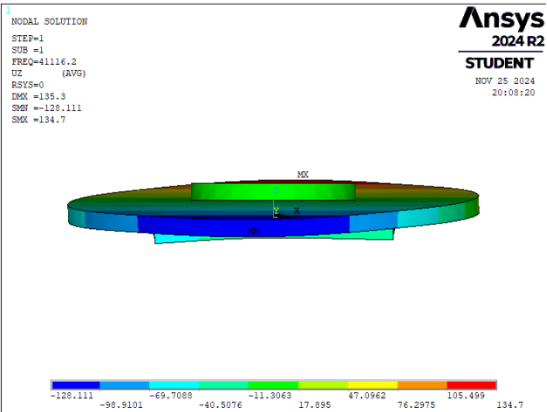
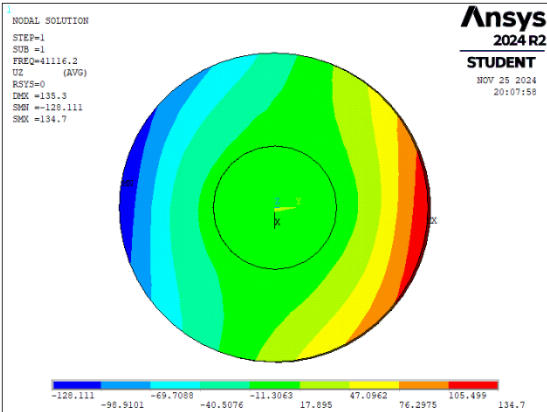
• OP.7

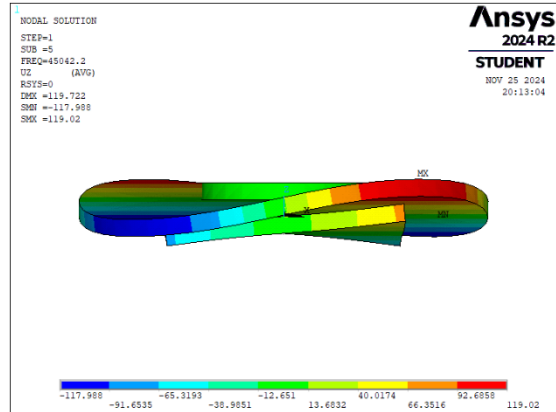
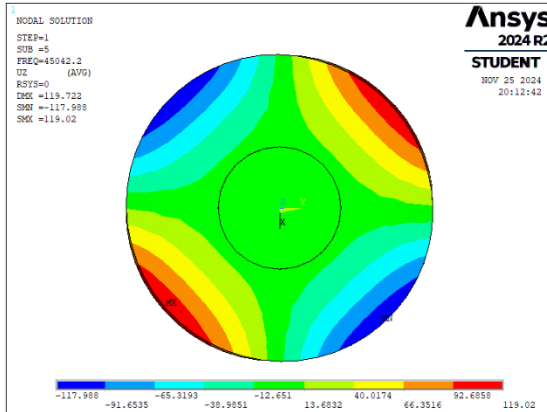




• OP.8







• OP. 9

